

**Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2005**

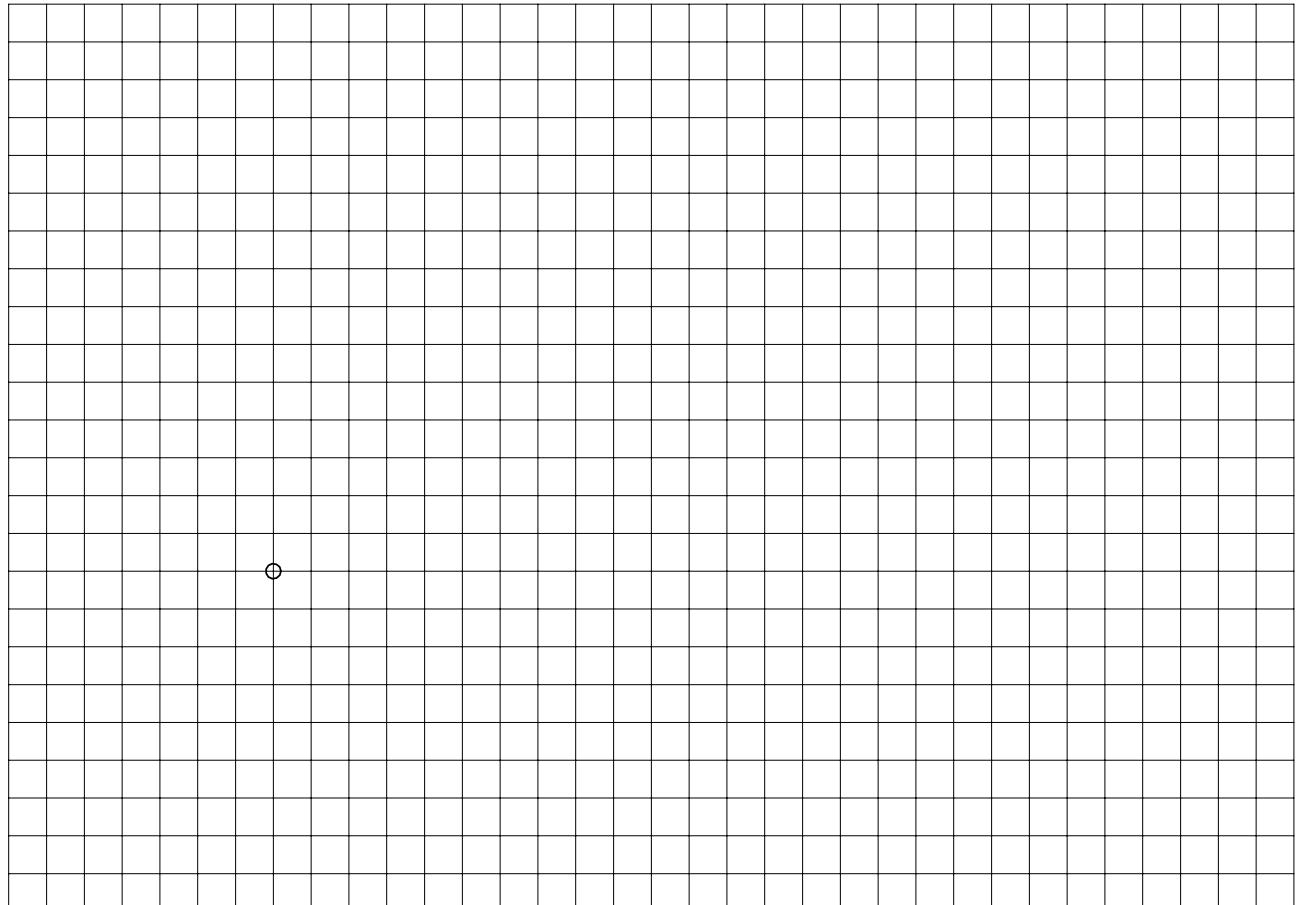
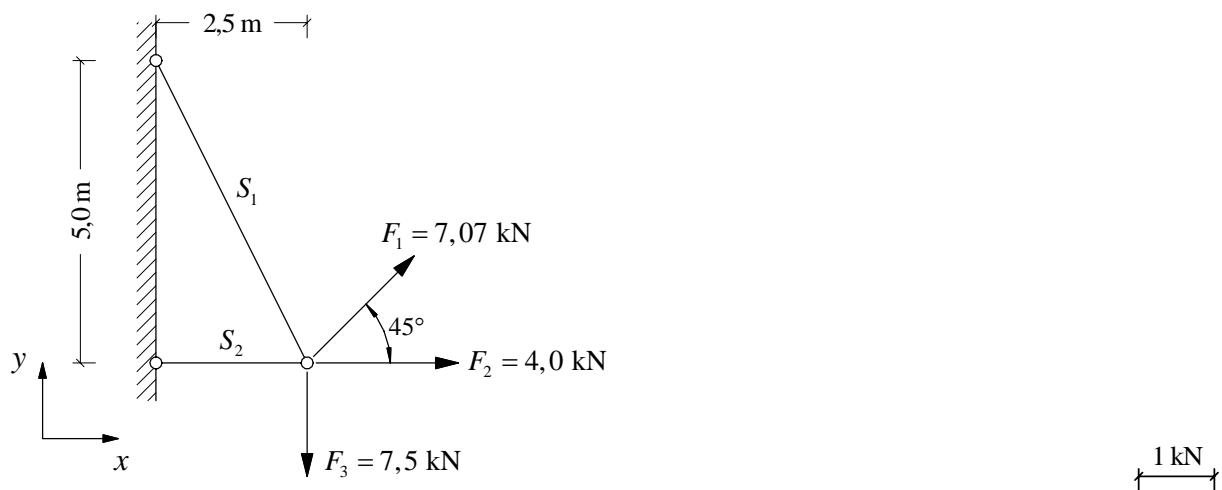
Name, Vorname : \_\_\_\_\_ Matr.-Nr. : \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

**1. Aufgabe (25 Punkte)**

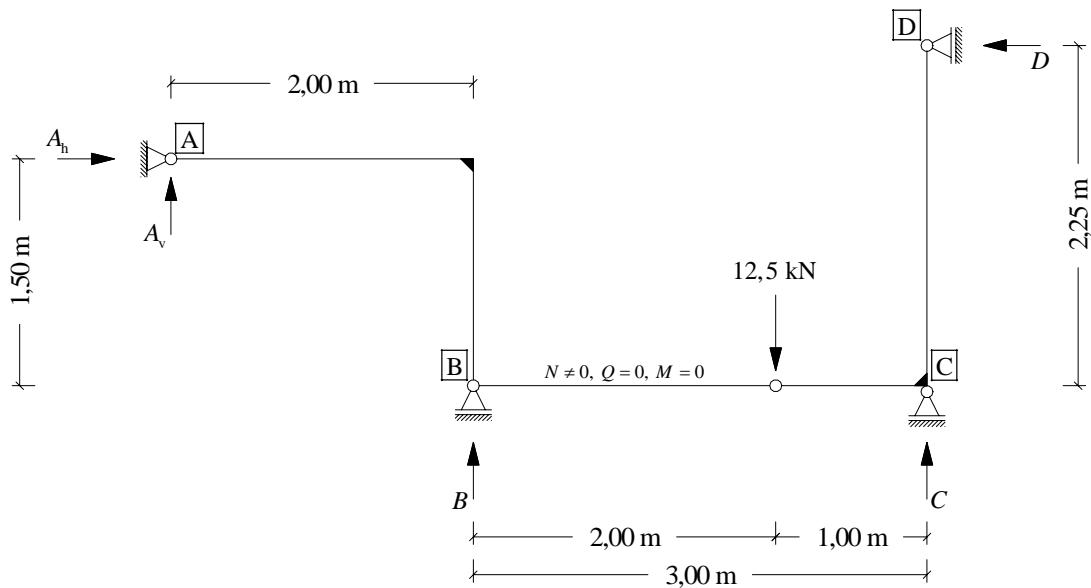
Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$ .

- durch grafische Lösung
- durch Gleichgewichtsbetrachtung der x - und y - Komponenten der Kräfte.

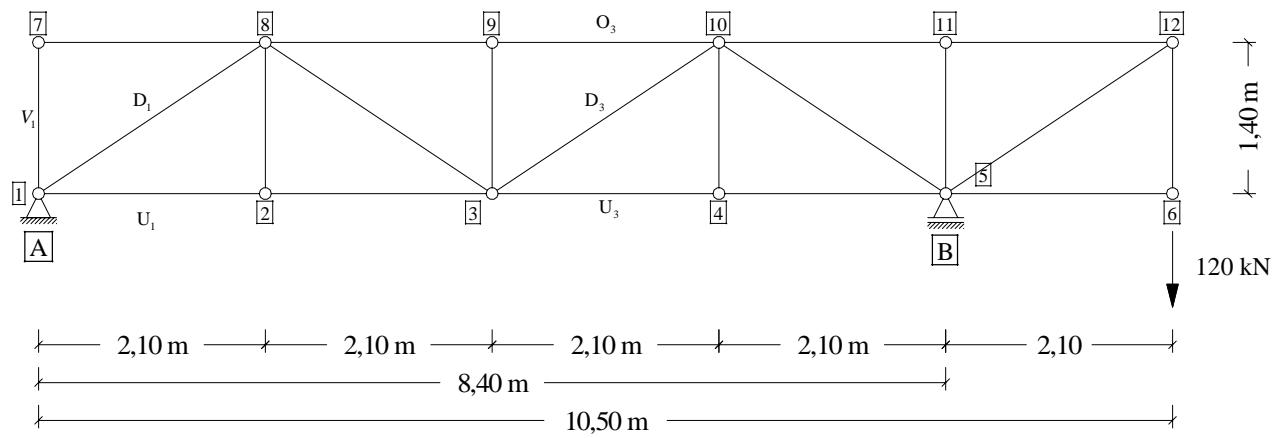


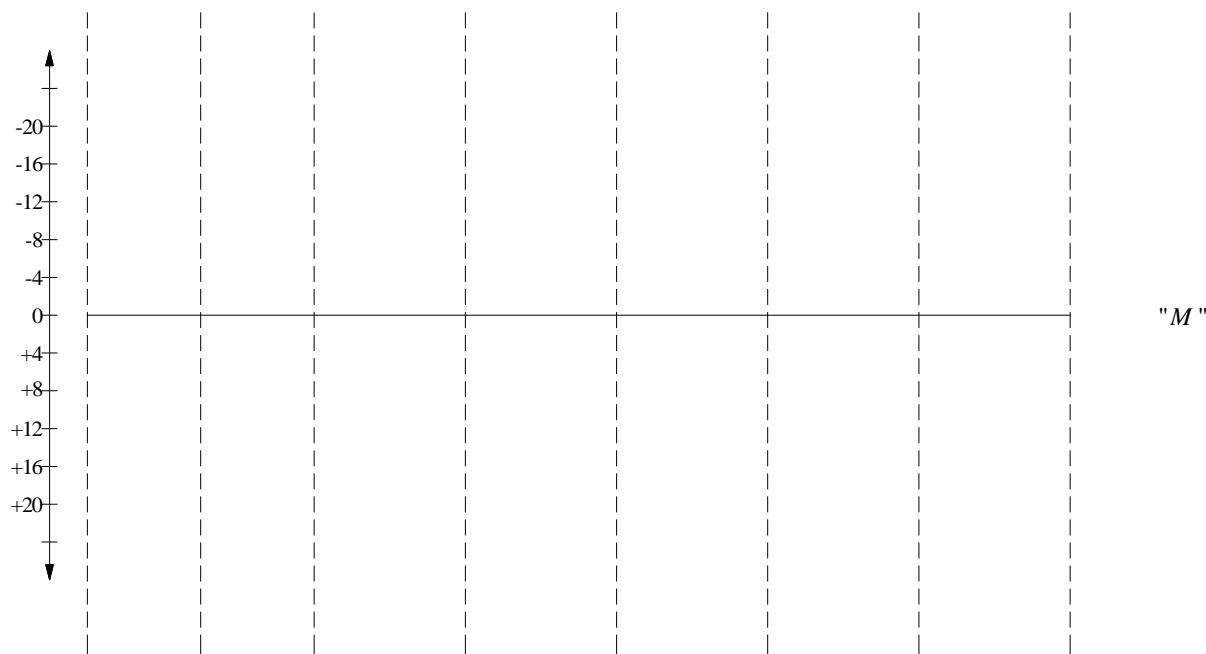
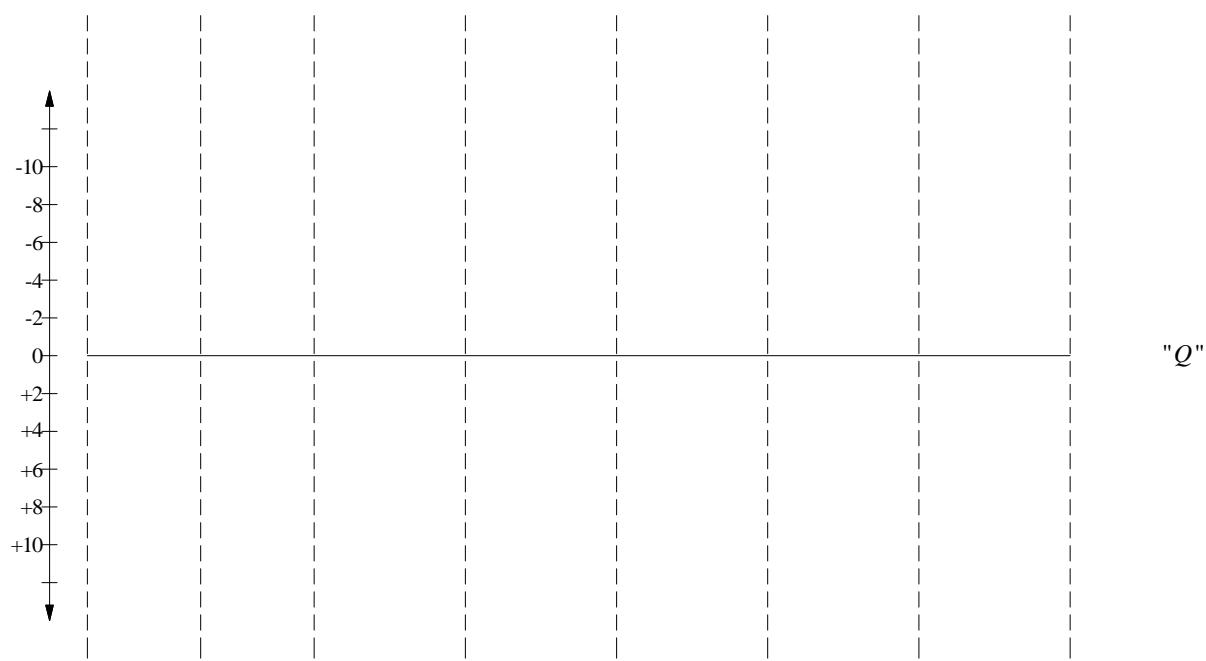
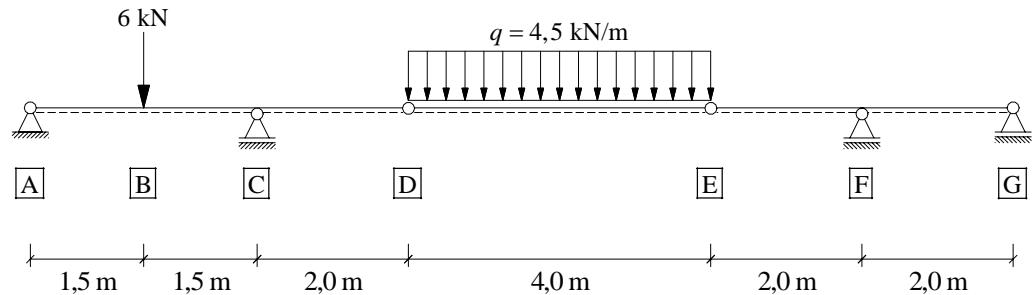
2. Aufgabe (25Punkte)

Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System

3. Aufgabe (25Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Stabkräfte des nachfolgend dargestellten Fachwerks :

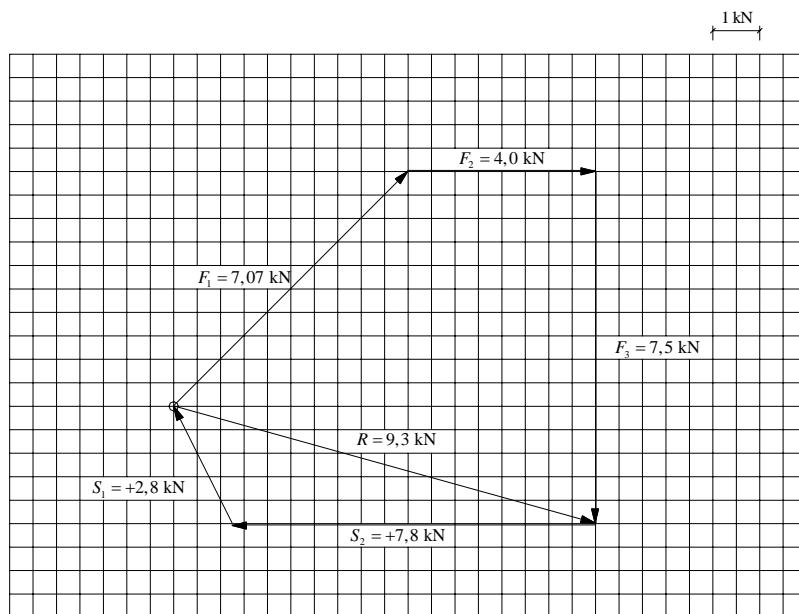
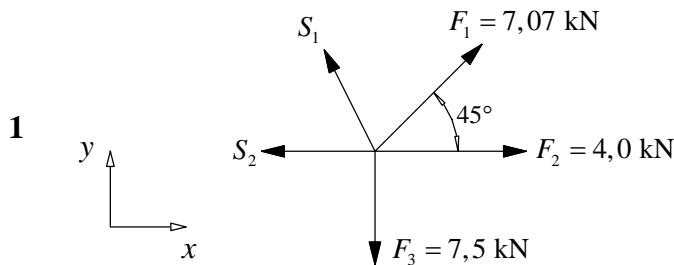
 $V_1, D_1, U_1$  und  $O_3, D_3, U_3$ 

**4. Aufgabe (25Punkte)**Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.Hinweis : die Anwendung der Maßstäbe für  $M$  und  $Q$  ist nicht bindend.

## Musterlösungen Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2005

1. Aufgabe  $\sum 25$ 

a) durch grafische Lösung



1  $F_1$

1  $F_2$

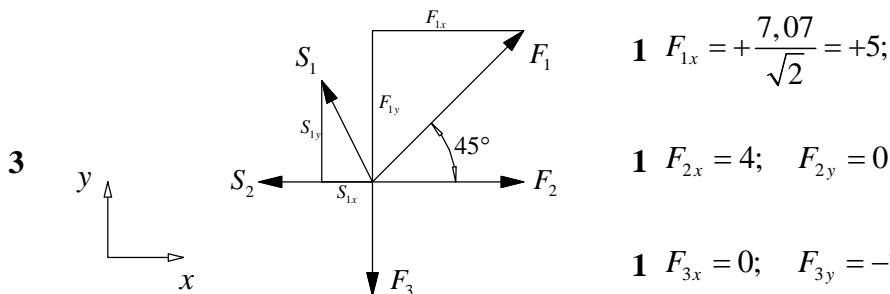
1  $F_3$

2  $R = 9,3 \text{ kN}$

2  $S_1 = +2,8 \text{ kN}$

2  $S_2 = +7,8 \text{ kN}$

b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x- und y-Komponenten



1  $F_{1x} = +\frac{7,07}{\sqrt{2}} = +5; \quad F_{1y} = +\frac{7,07}{\sqrt{2}} = +5$

1  $F_{2x} = 4; \quad F_{2y} = 0$

1  $F_{3x} = 0; \quad F_{3y} = -7,5$

2  $R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 5 + 4 = 9 \text{ kN}; \quad R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 5 + 0 - 7,5 = -2,5 \text{ kN}$

1  $|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{9^2 + 2,5^2} = 9,34 \text{ kN}$

1 (1)  $R_x + S_{1x} + S_{2x} = 0 \rightarrow 9 + S_{1x} + S_{2x} = 0$

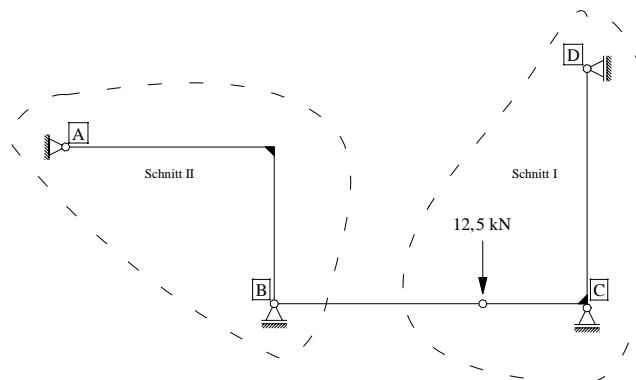
1 (2)  $R_y + S_{1y} + \underbrace{S_{2y}}_{=0} = 0 \rightarrow -2,5 + S_{1y} = 0 \rightarrow S_{1y} = +2,5$

1 (3)  $\frac{S_{1x}}{S_{1y}} = \frac{-2,5}{+5,0} = -0,5 \rightarrow S_{1x} = -0,5 S_{1y} \rightarrow S_{1x} = -1,25$

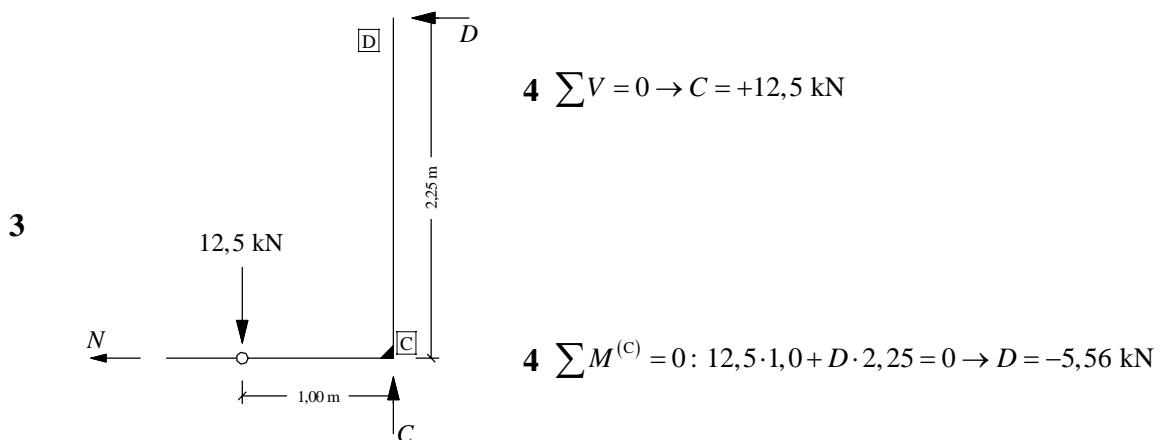
1  $S_1 = +\sqrt{S_{1x}^2 + S_{2y}^2} = +\sqrt{1,25^2 + 2,5^2} = +2,795 \approx +2,8 \text{ kN}$

1 (1)  $9 - 1,25 + S_{2x} = 0 \rightarrow S_{2x} = -7,75 \approx -7,8 \text{ kN}$

1  $S_2 = +7,75 \approx +7,8 \text{ kN}$

Aufgabe 2)  $\sum 25$ 

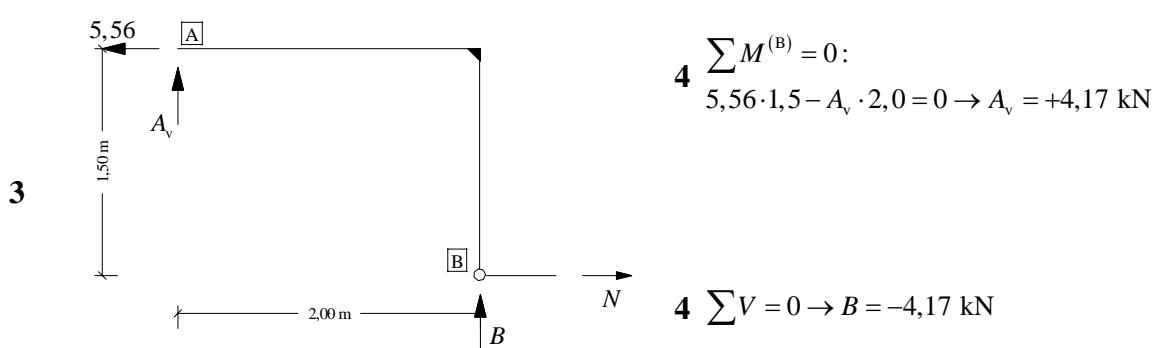
Schnitt I



Schnitt um das Gesamtsystem

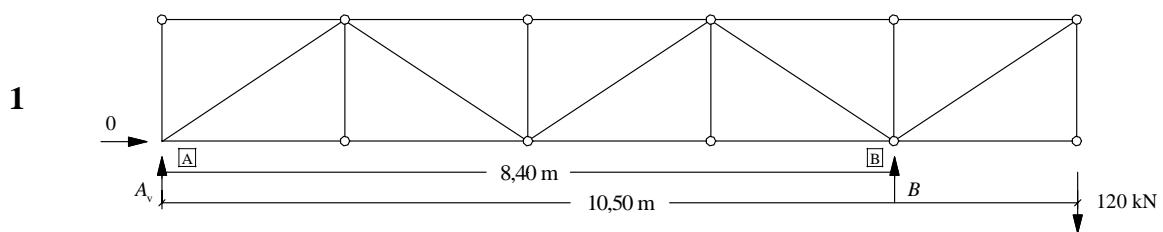
3  $\sum H = 0: A_h - D = 0 \rightarrow A_h = -5,56 \text{ kN}$

Schnitt II



### Aufgabe 3) $\sum 25$

## Auflagerkräfte



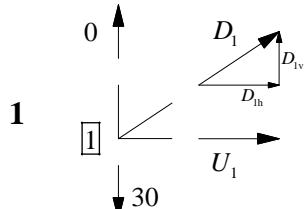
$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: \quad -A_v \cdot 8,4 - 120 \cdot 2,1 = 0 \rightarrow \quad A_v = -30 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: \quad +30 - B_y + 120 = 0 \rightarrow \quad B_y = +150 \text{ kN}$$

## Knotenschnitt bei 1

$$1 \quad V_1 = 0$$

$$2 \sum V = 0 \Rightarrow D_{1v} = +30 \text{ kN}$$

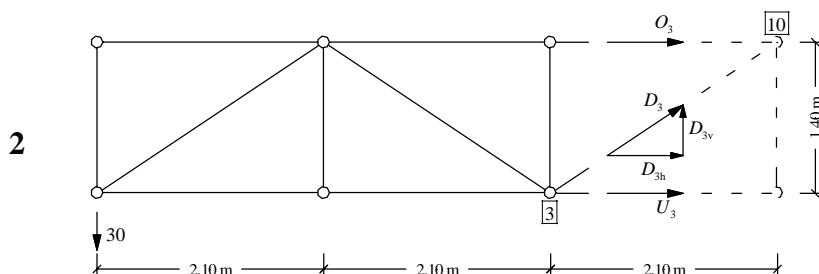


$$2 \quad \frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,10}{1,40} \rightarrow D_{1h} = 1,5 \cdot D_{1v} = +45 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_1 = \sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = \sqrt{30^2 + 45^2} = 54,08 \approx 54,1 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow U_1 = -D_{lh} = -45 \text{ kN}$$

## Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



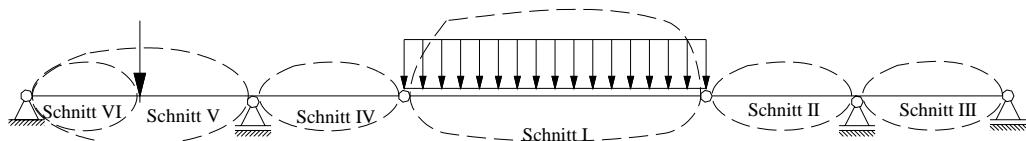
$$2 \quad \sum M^{(10)} = 0: \quad 30 \cdot 6,3 + U_3 \cdot 1,4 = 0 \rightarrow U_3 = -135 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(3)} = 0: \quad 30 \cdot 4,2 - O_3 \cdot 1,4 = 0 \rightarrow O_3 = +90 \text{ kN}$$

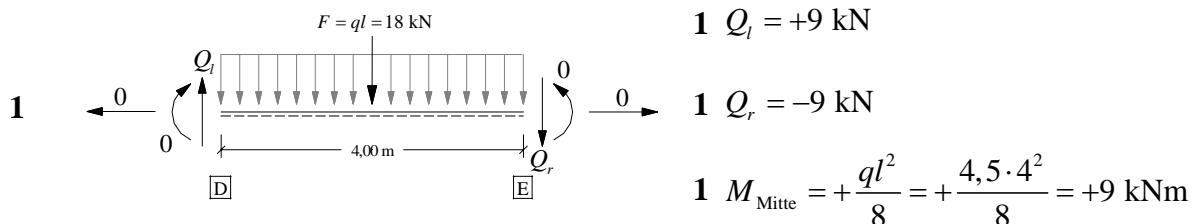
$$2 \quad \sum V = 0: \quad \rightarrow D_{3y} = +30 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,10}{1,40} \quad \rightarrow D_{3h} = 1,5 \cdot D_{3v} = +45 \text{ kN}$$

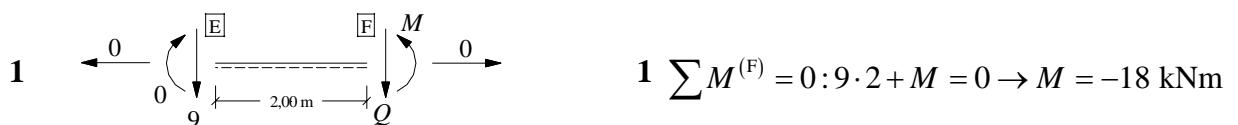
$$2 \quad D_3 = \sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = \sqrt{30^2 + 45^2} = 54,08 \approx 54,1 \text{ kN}$$

Aufgabe 4)  $\sum 25$ 

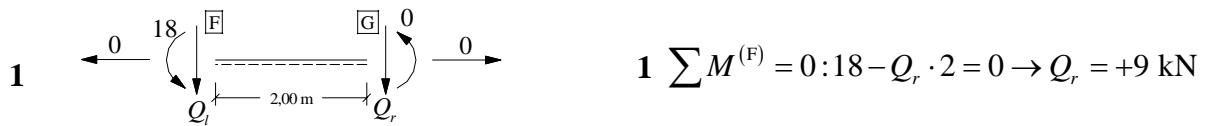
## Schnitt I



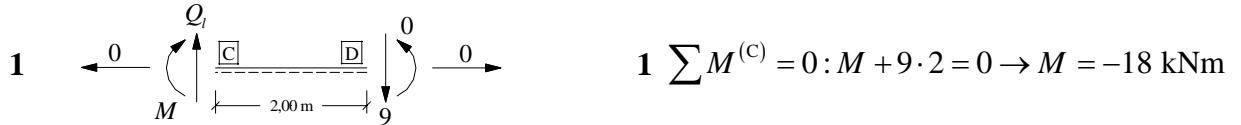
## Schnitt II



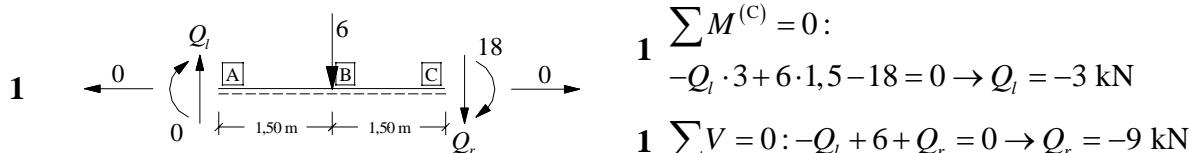
## Schnitt III



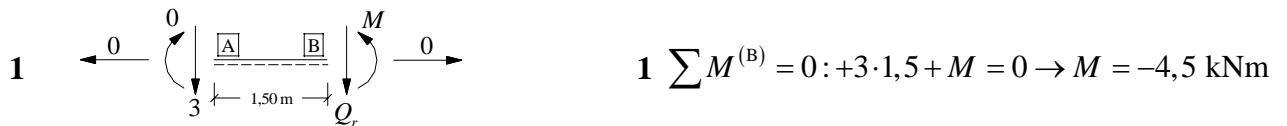
## Schnitt IV



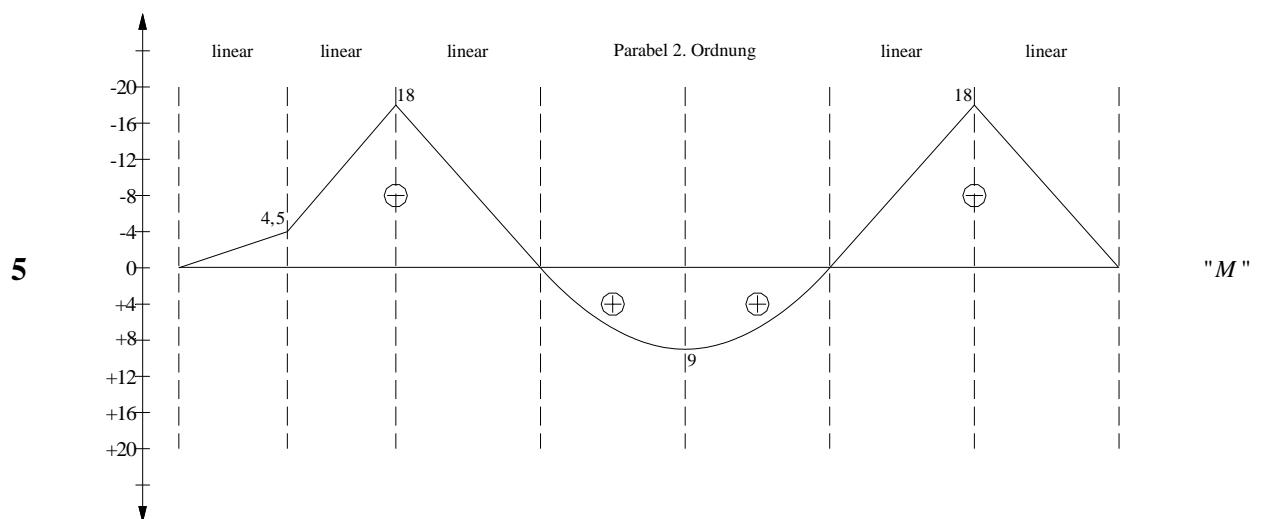
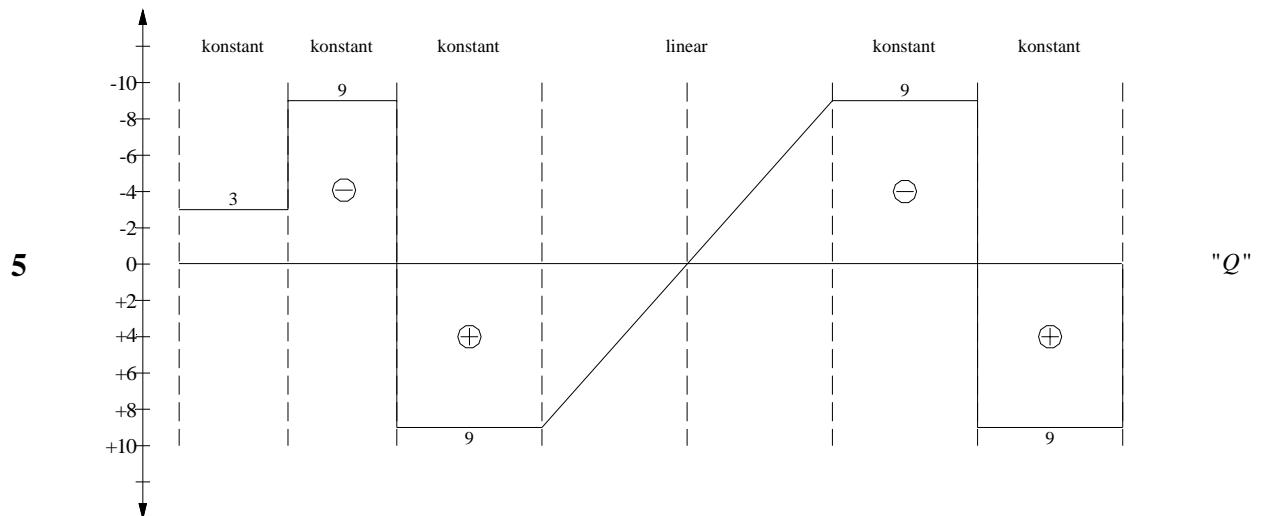
## Schnitt V



## Schnitt VI



## Aufgabe 4) Fortsetzung



Prüfung Technische Mechanik I vom 5.10.2005

Name, Vorname: \_\_\_\_\_

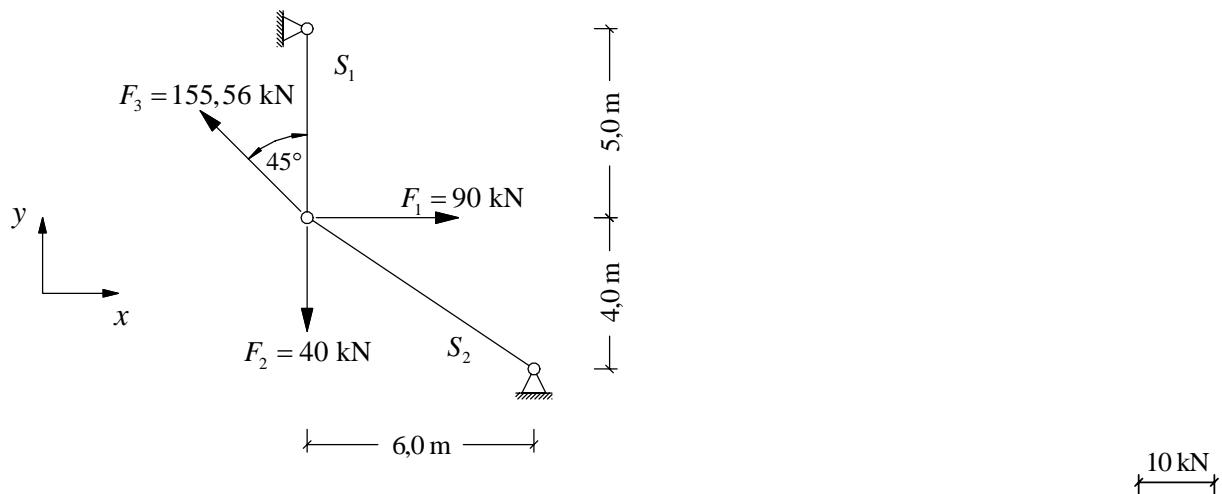
Matr. - Nr. : \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

## 1. Aufgabe (25 Punkte)

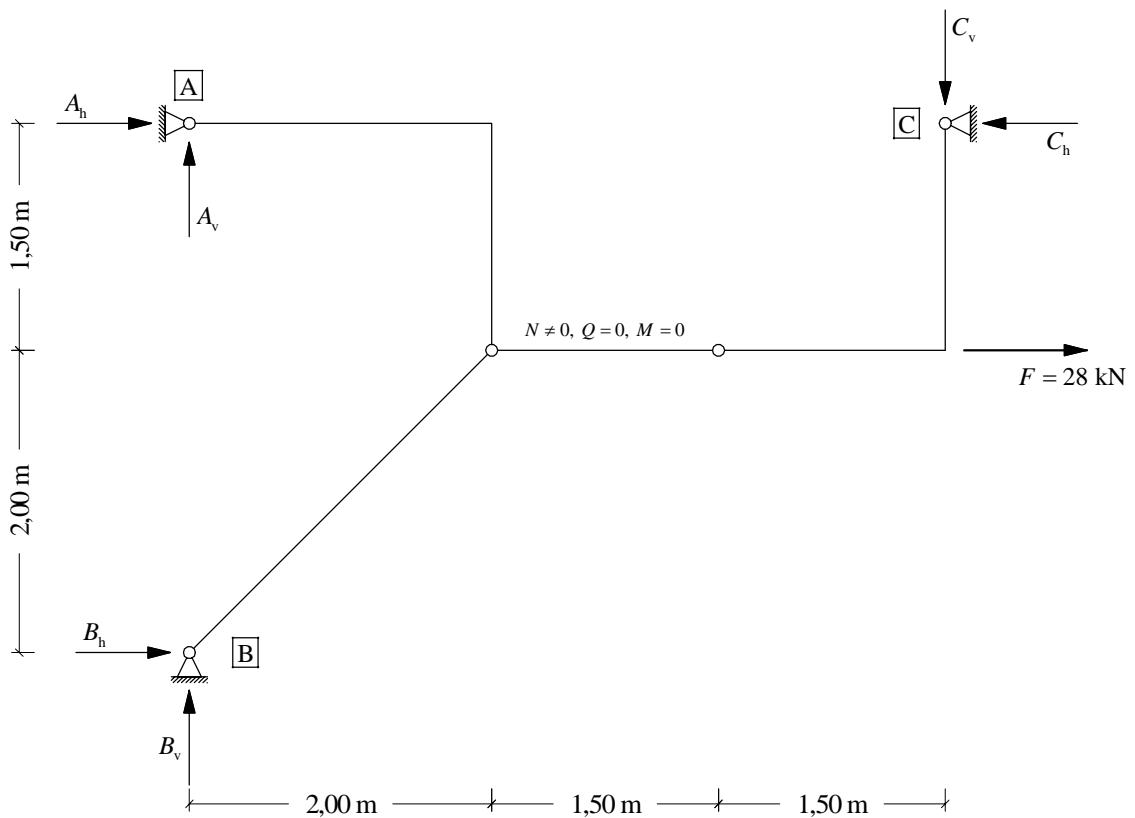
Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$ .

- a) durch grafische Lösung
  - b) mit Hilfe der Vektorrechnung.

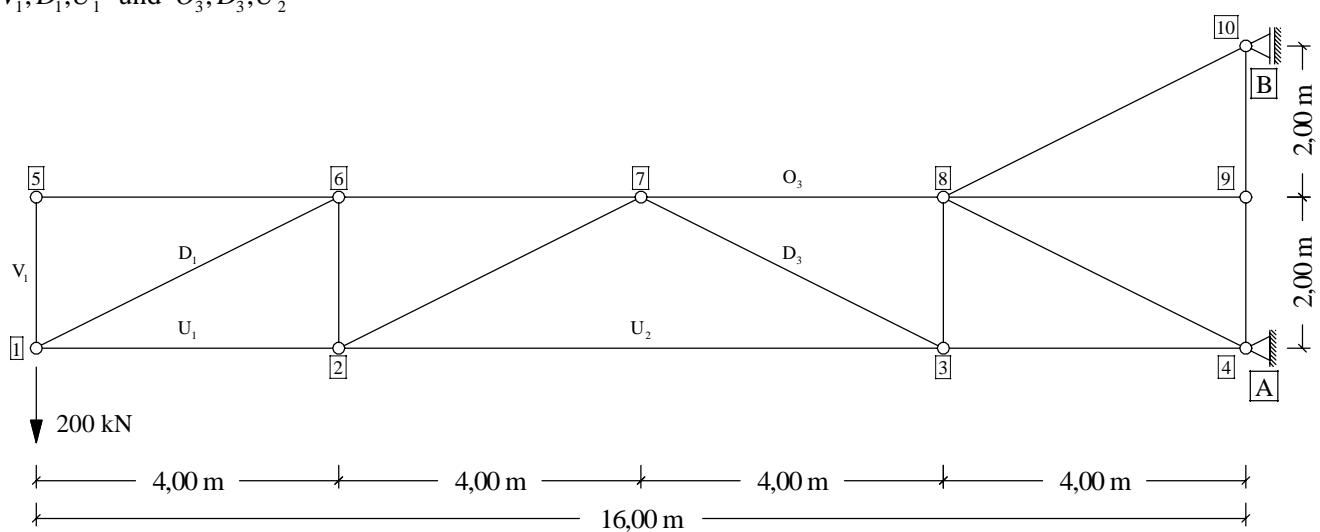


2. Aufgabe (25Punkte)

Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System

3. Aufgabe (25Punkte)

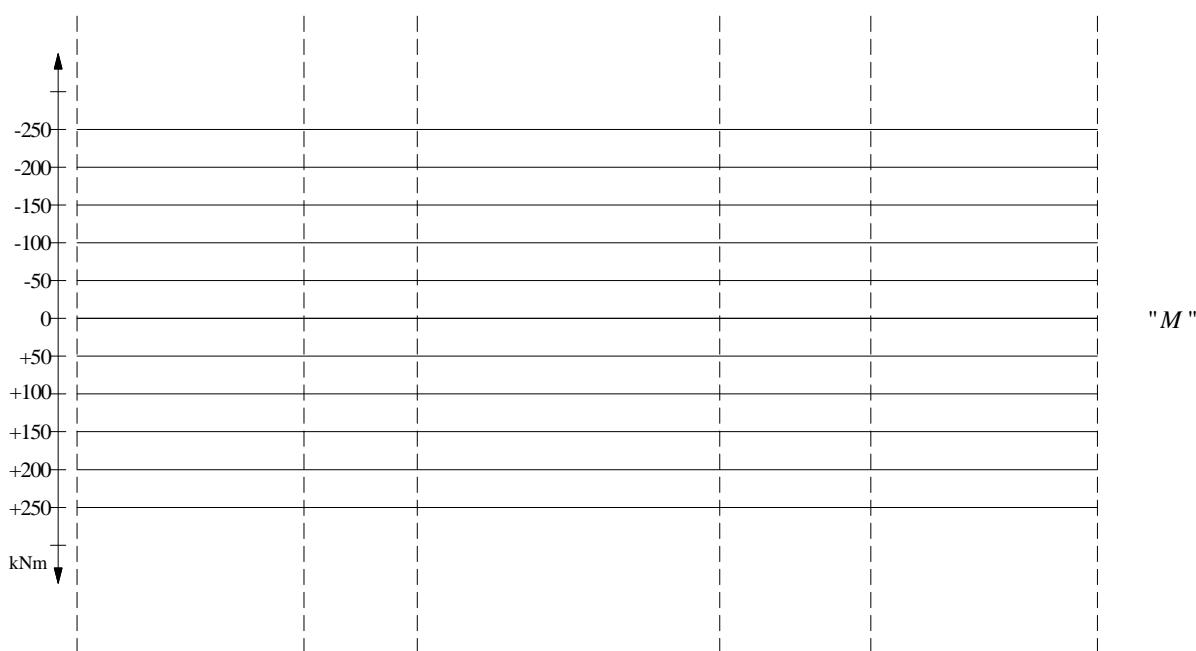
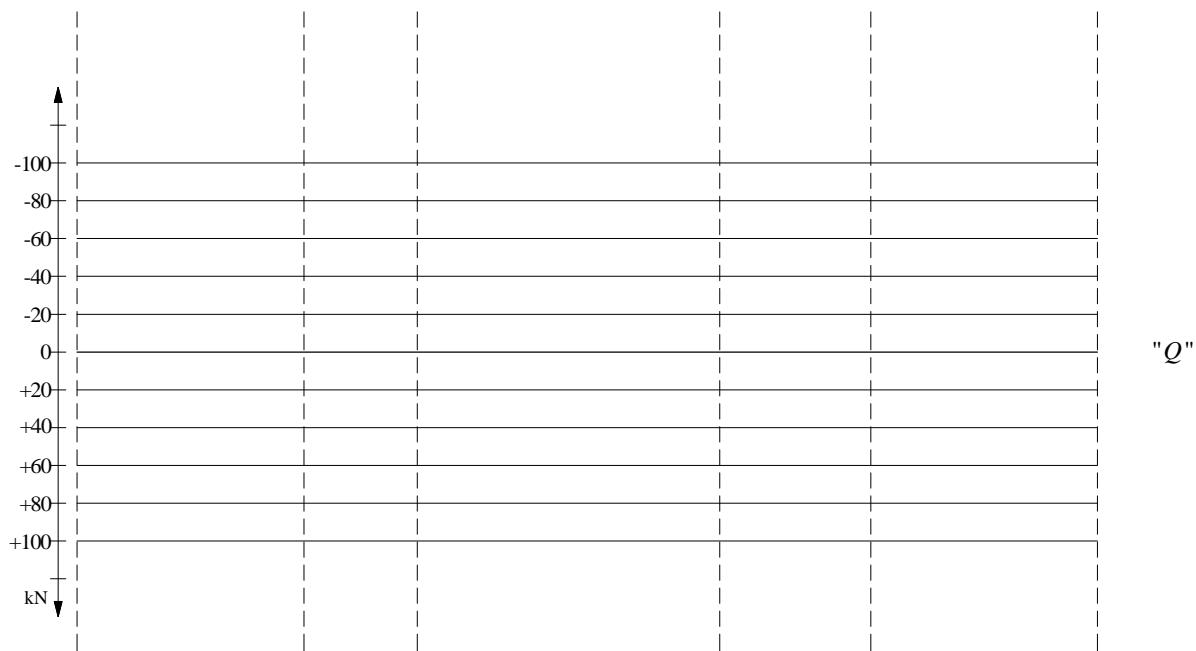
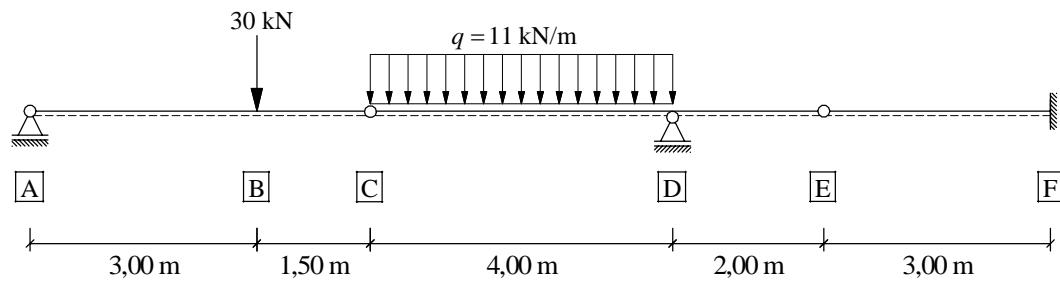
Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die folgenden Stabkräfte:

 $V_1, D_1, U_1$  und  $O_3, D_3, U_2$ 

#### 4. Aufgabe (25Punkte)

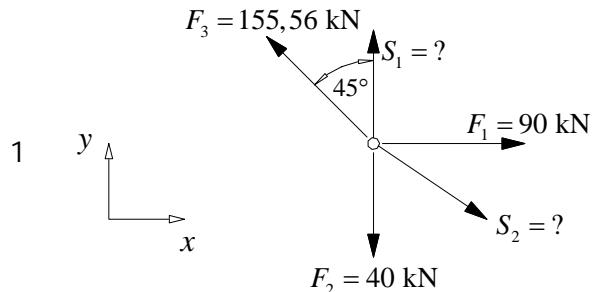
Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für  $M$  und  $Q$  ist nicht bindend.

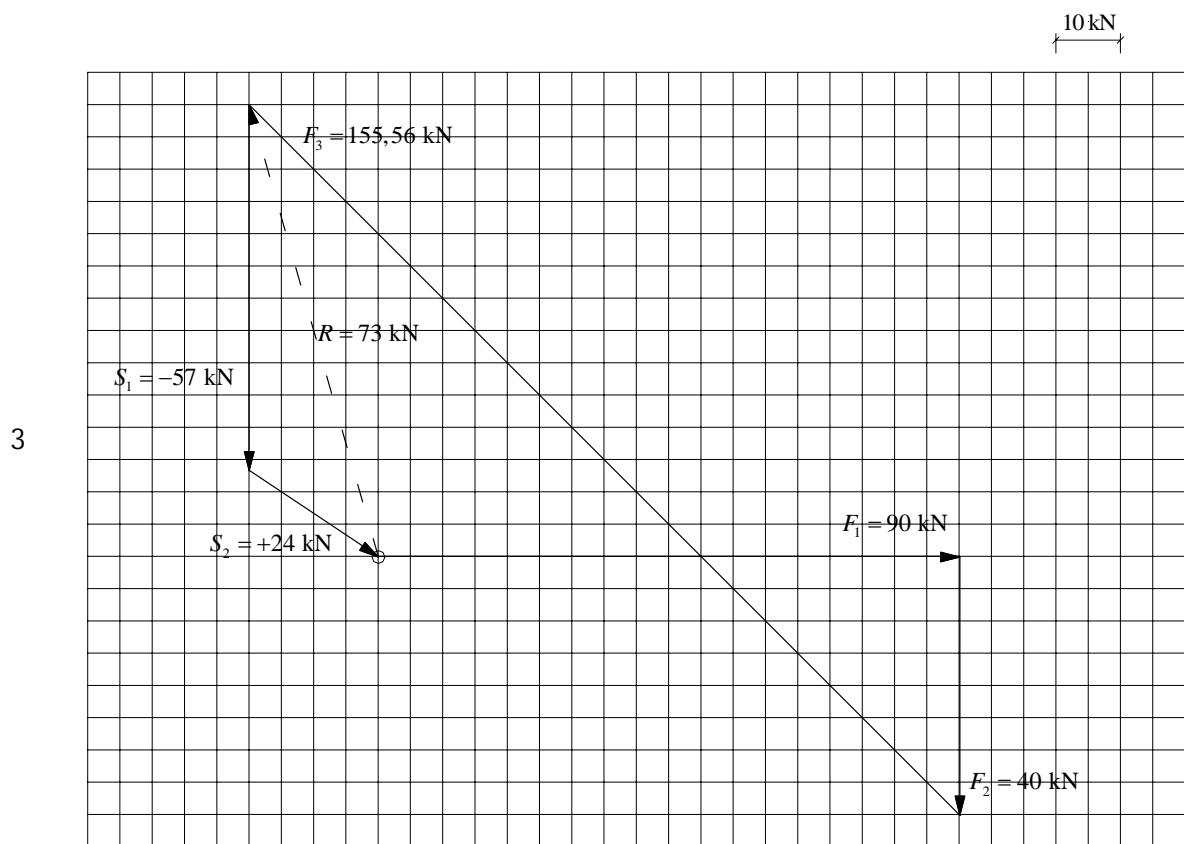


**Lösungen der Prüfung Technische Mechanik I vom 5. 10. 2005**

**1. Aufgabe  $\sum 25$**



a) durch grafische Lösung



2    $R = 73 \text{ kN}$

2    $S_1 = 57 \text{ kN}$  (Druck)

2    $S_2 = 24 \text{ kN}$  (Zug)

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

2    $\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 90 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -40 \end{bmatrix};$

1    $\underline{F}_3 = \frac{155,56}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -110 \\ +110 \end{bmatrix}$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 90 + 0 - 110 \\ 0 - 40 + 110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ +70 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{(-20)^2 + 70^2} = 72,8 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Stabkräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \underline{B} = \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

Lösung:

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 \\ +70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

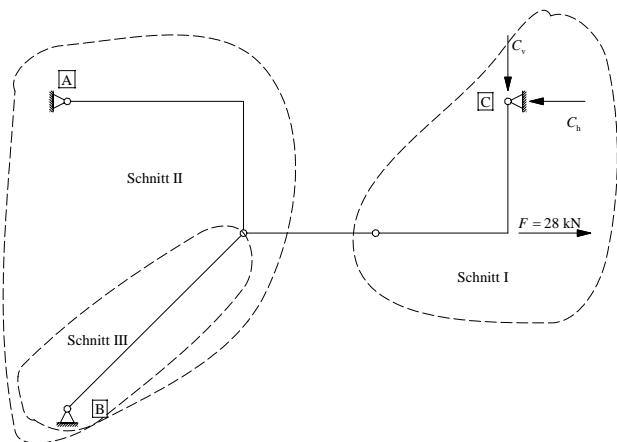
$$1 \quad (1): 6b = +20 \rightarrow b = \frac{20}{6} = 3,333$$

$$1 \quad (2): a - 4b = -70 \rightarrow a - \underbrace{4 \cdot 3,333}_{13,333} = -70 \rightarrow a = -70 + 13,333 = -56,67$$

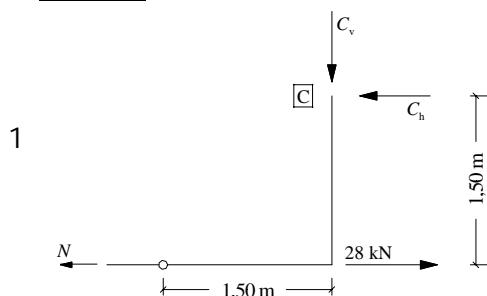
$$2 \quad \underline{S}_1 = -56,67 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -56,67 \cdot \sqrt{0^2 + 1^2} = -56,67 \text{ kN (Druck)}$$

$$2 \quad \underline{S}_2 = 3,33 \cdot \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = |\underline{S}_2| = 3,33 \cdot \sqrt{6^2 + (-4)^2} = 3,33 \cdot 7,21 = +24,04 \text{ kN (Zug)}$$

2. Aufgabe  $\sum 25$



Schnitt I

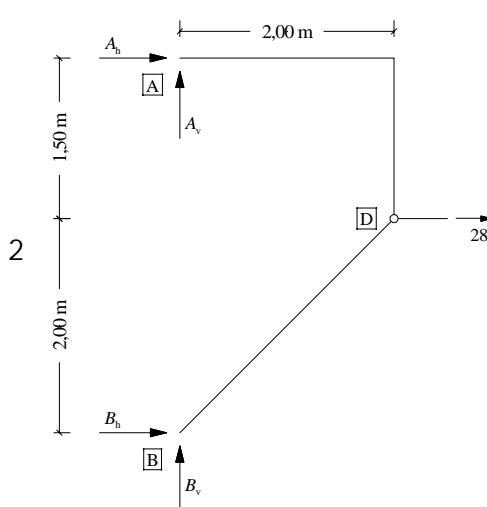


$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -N \cdot 1,5 + 28 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow N = +28 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum H = -28 + 28 + C_h = 0 \rightarrow C_h = 0$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow C_v = 0$$

Schnitt II

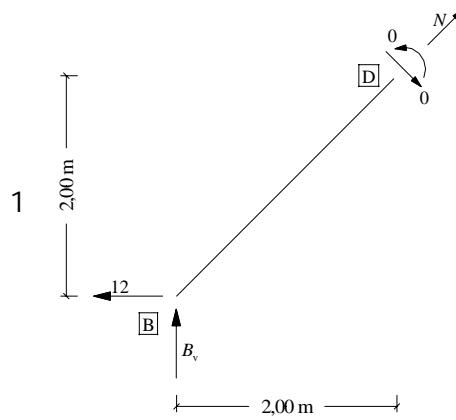


$$3 \quad 1) \quad \sum M^{(B)} = 0 : -A_h \cdot 3,5 - 28 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow A_h = -16,0 \text{ kN}$$

$$3 \quad 2) \quad \sum H = 0 : -16 + B_h + 28 = 0 \rightarrow B_h = -12,0 \text{ kN}$$

$$3 \quad 4) \quad \sum V = 0 : -A_v - B_v = 0 \rightarrow A_v = +12,0 \text{ kN}$$

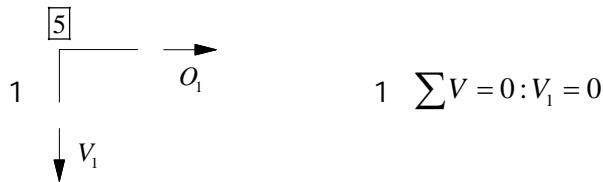
Schnitt III



$$3) \quad \sum M^{(D)} = 0 : 12 \cdot 2,0 + B_v \cdot 2,0 = 0 \rightarrow B_v = -12,0 \text{ kN}$$

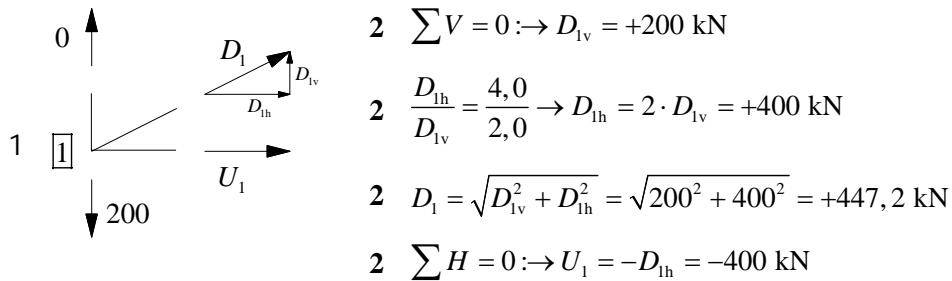
3. Aufgabe  $\sum 25$

Knotenschnitt bei 5



$$1 \quad \sum V = 0 : V_1 = 0$$

Knotenschnitt bei 1



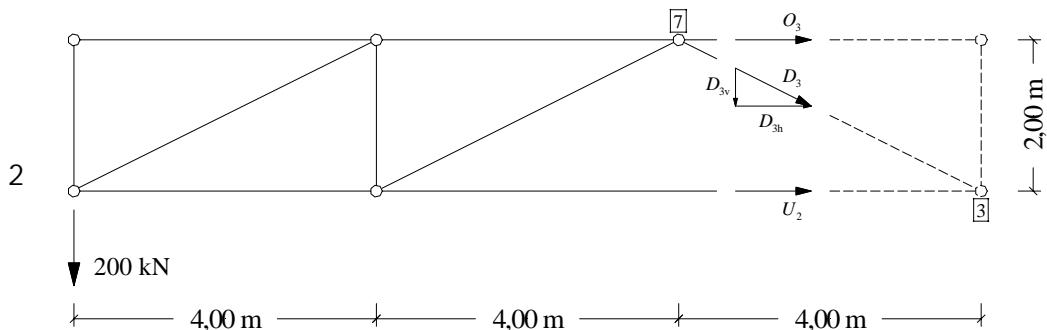
$$2 \quad \sum V = 0 : \rightarrow D_{1v} = +200 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{4,0}{2,0} \rightarrow D_{1h} = 2 \cdot D_{1v} = +400 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_1 = \sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = \sqrt{200^2 + 400^2} = +447,2 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0 : \rightarrow U_1 = -D_{1h} = -400 \text{ kN}$$

Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



$$3 \quad \sum M^{(7)} = 0 : \quad 200 \cdot 8,0 + U_2 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow U_2 = -800 \text{ kN}$$

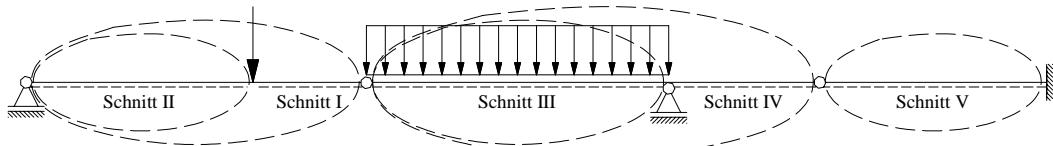
$$3 \quad \sum M^{(3)} = 0 : \quad 200 \cdot 12,0 - O_3 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow O_3 = +1.200 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0 : \quad \rightarrow D_{3v} = -200 \text{ kN}$$

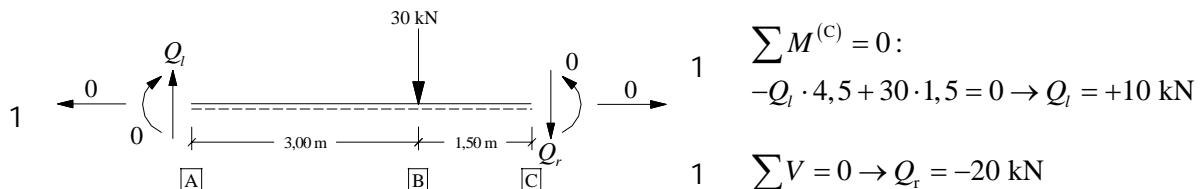
$$2 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{4,0}{2,0} \quad \rightarrow D_{3h} = 2 \cdot D_{3v} = -400 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_3 = -\sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = -\sqrt{(-200)^2 + (-400)^2} = -447,2 \text{ kN}$$

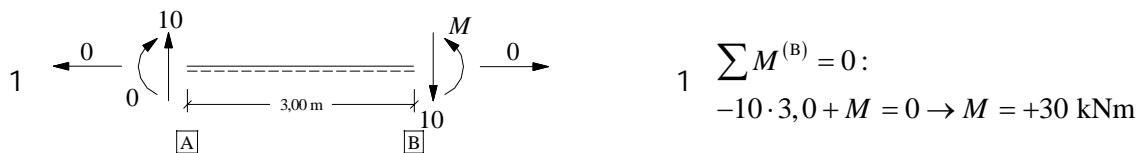
4. Aufgabe  $\sum 25$



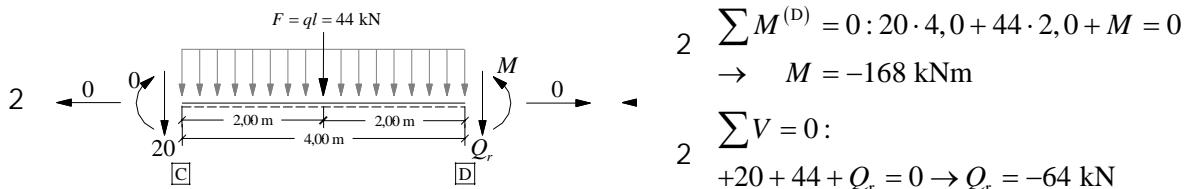
Schnitt I



Schnitt II



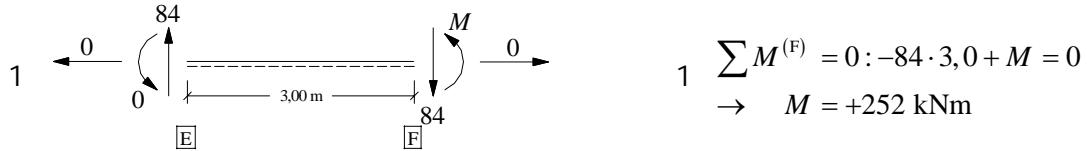
Schnitt III



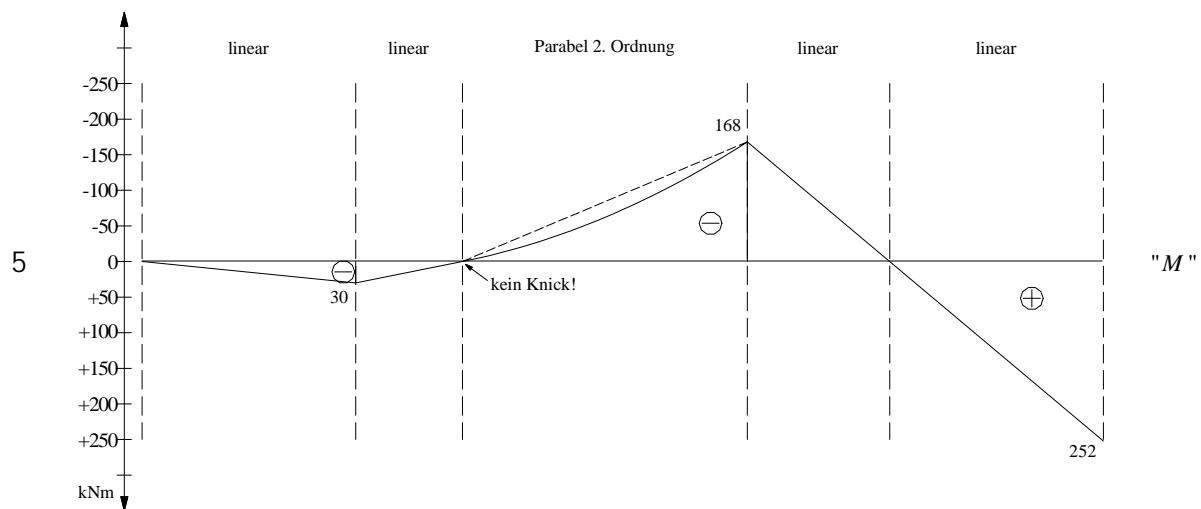
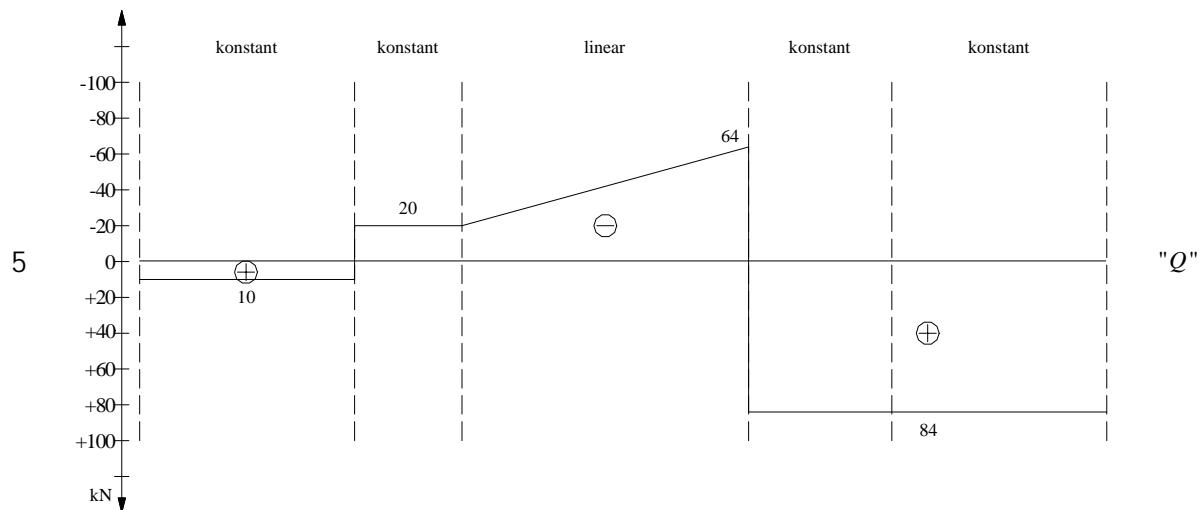
Schnitt IV



Schnitt V



4. Aufgabe (Fortsetzung)



**Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2006**

Name, Vorname : \_\_\_\_\_

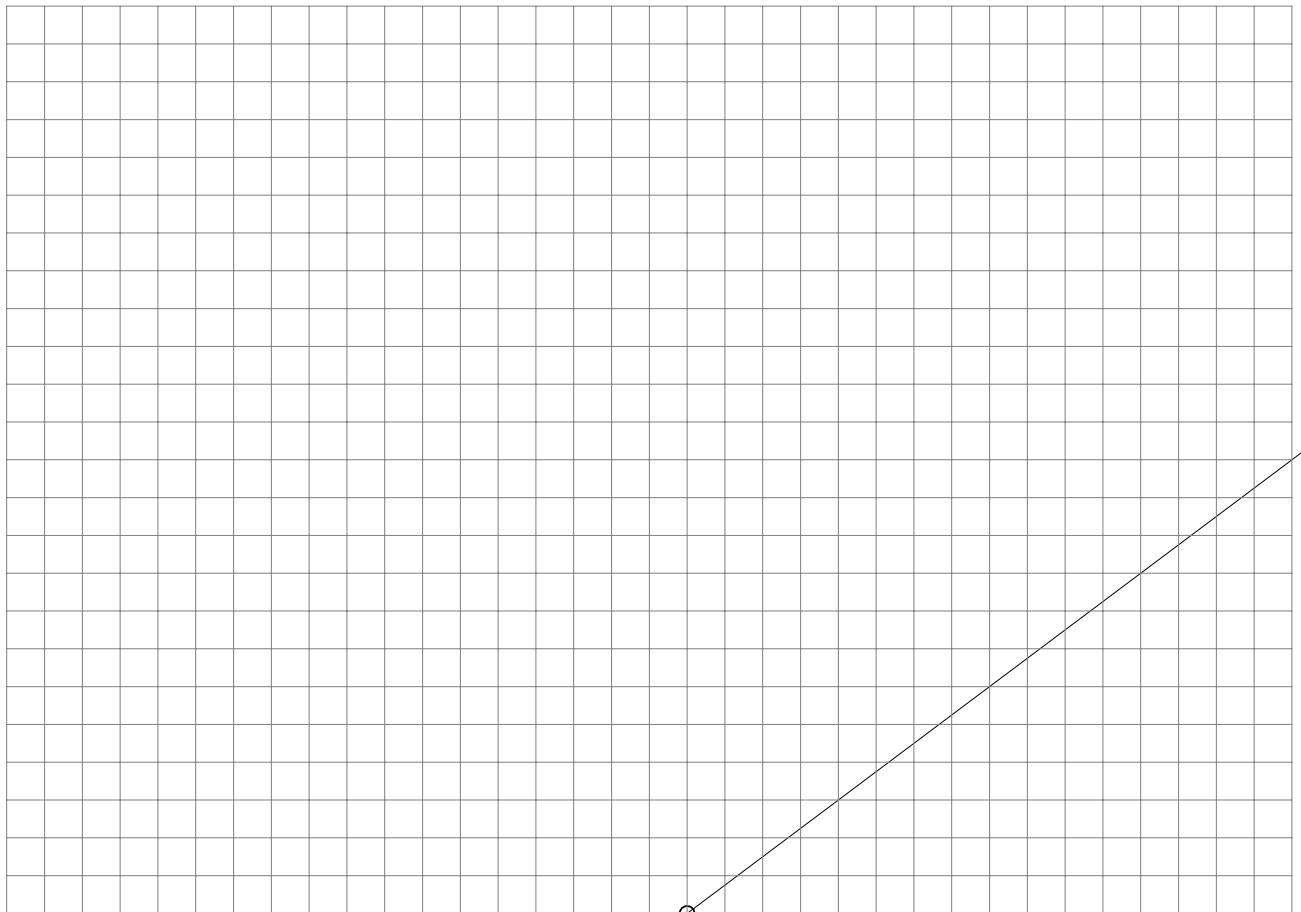
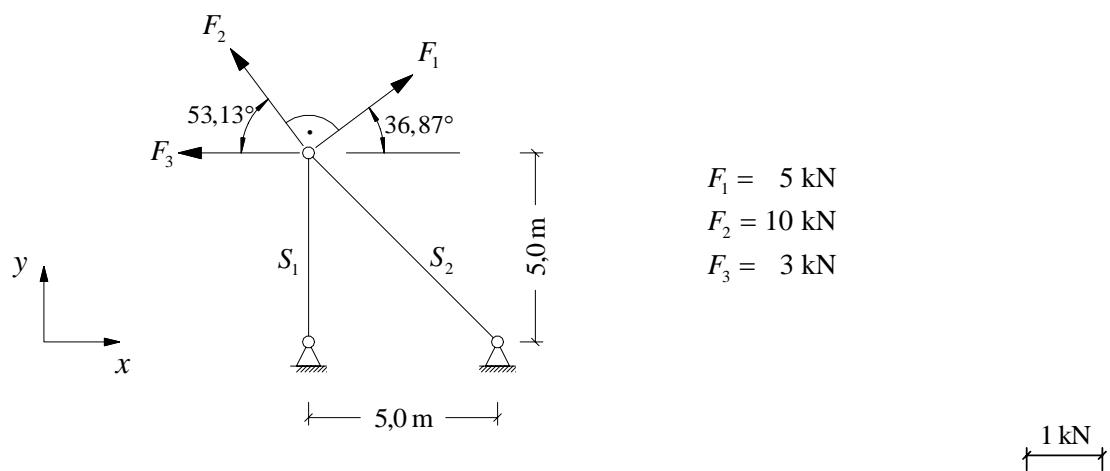
Matr. -Nr. : \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

**1. Aufgabe (25 Punkte)**

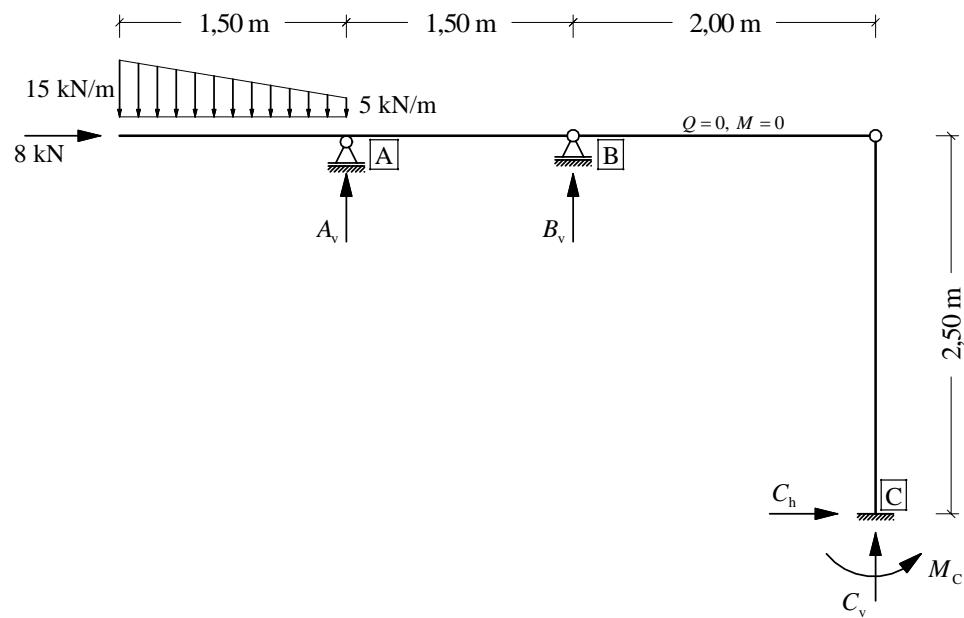
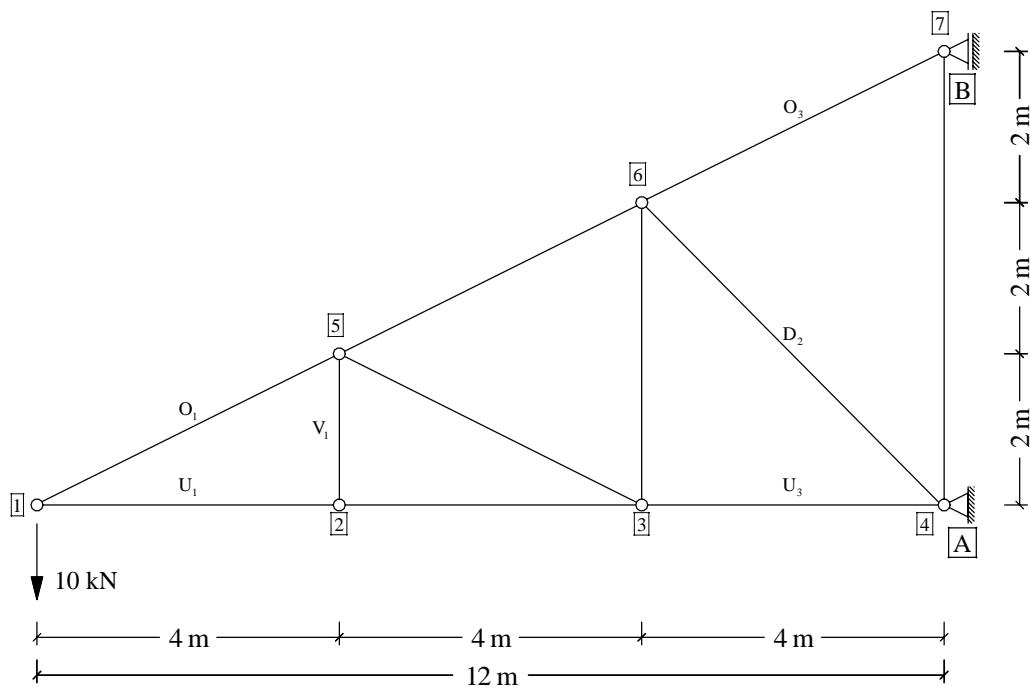
Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$

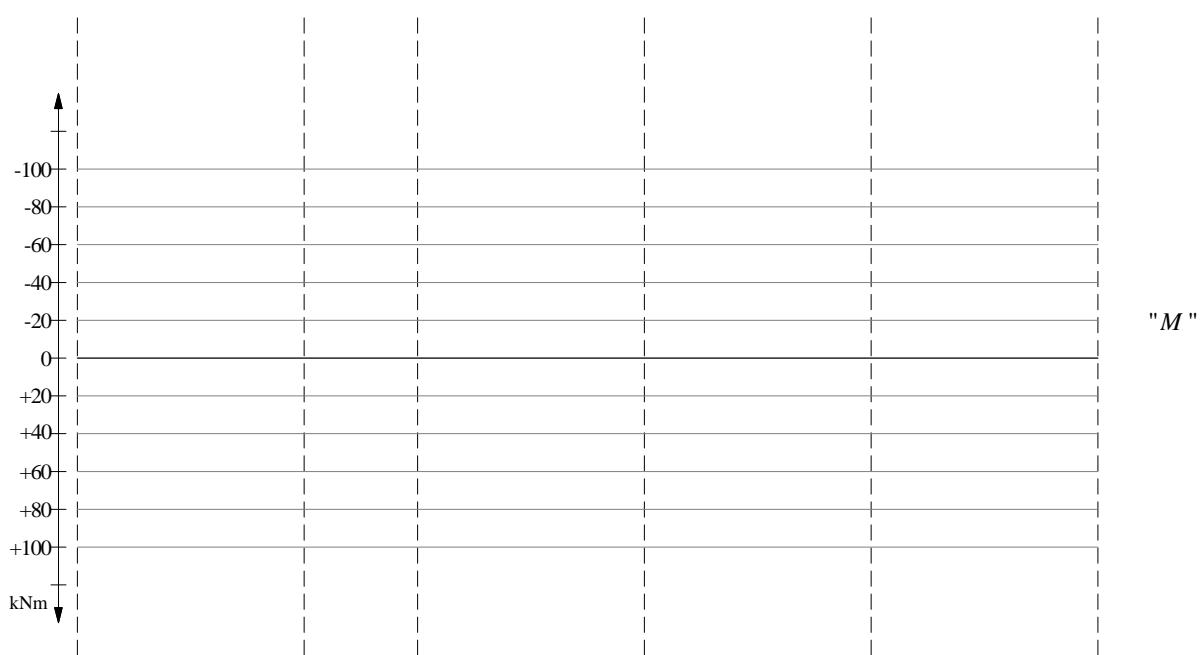
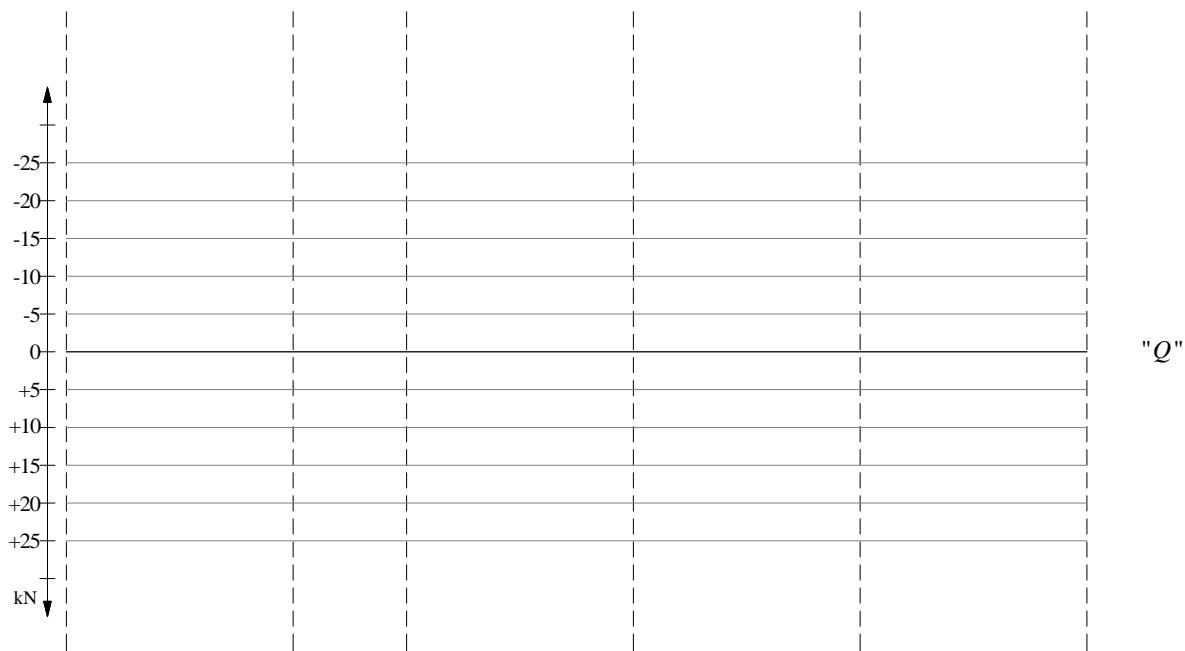
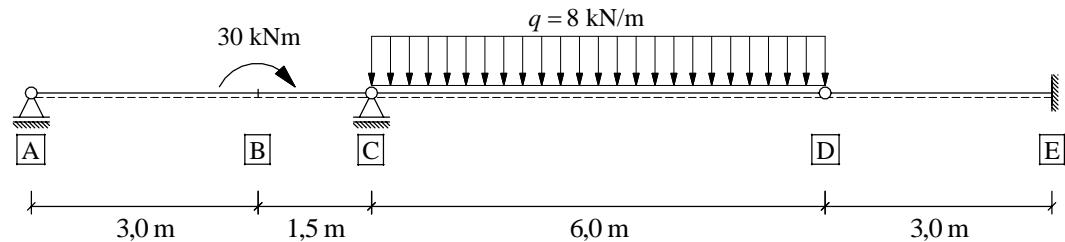
- durch grafische Lösung
- durch Gleichgewichtsbetrachtung der x - und y -Komponenten der Kräfte.



2. Aufgabe (25Punkte)

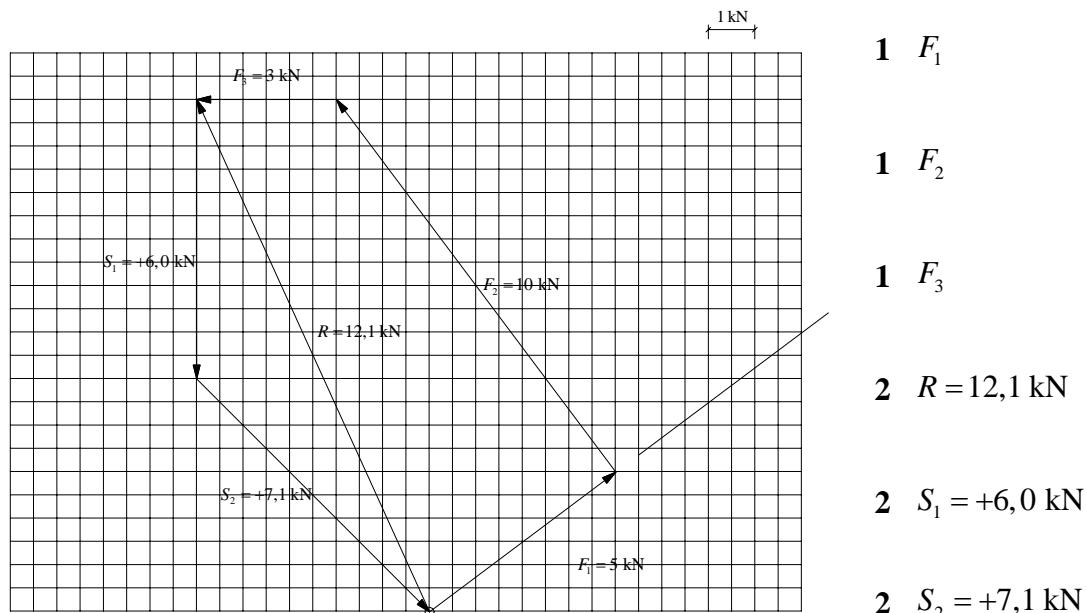
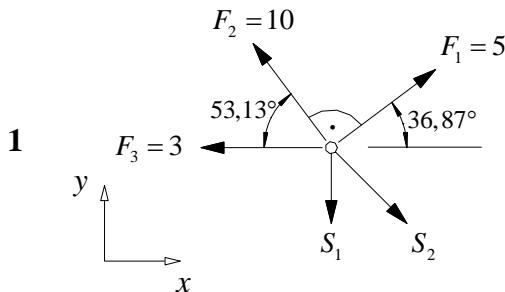
Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System

3. Aufgabe (25Punkte)Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und die folgenden Stabkräfte: $O_1, U_1, V_1$  und  $O_3, U_3, D_2$ 

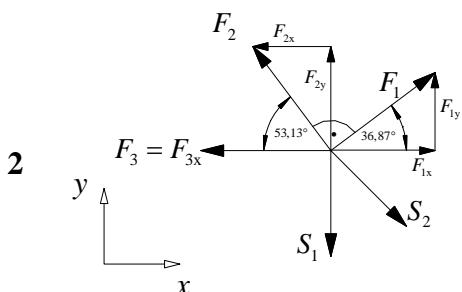
**4. Aufgabe (25Punkte)**Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.Hinweis : die Anwendung der Maßstäbe für  $M$  und  $Q$  ist nicht bindend.

**Musterlösungen Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2006****1. Aufgabe  $\sum 25$** 

a) durch grafische Lösung



b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x- und y-Komponenten



$$1 \quad F_{1x} = +5,0 \cdot \cos 36,87^\circ = +4,0$$

$$1 \quad F_{1y} = +5,0 \cdot \sin 36,87^\circ = +3,0$$

$$1 \quad F_{2x} = -10,0 \cdot \cos 53,13^\circ = -6,0$$

$$1 \quad F_{2y} = +10,0 \cdot \sin 53,13^\circ = +8,0$$

$$1 \quad F_{3x} = -3,0; \quad F_{3y} = 0$$

$$1 \quad R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 4 - 6 - 3 = -5 \text{ kN}$$

$$1 \quad R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 3 + 8 + 0 = +11 \text{ kN}$$

$$1 \quad |R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{5^2 + 11^2} = 12,08 \text{ kN}$$

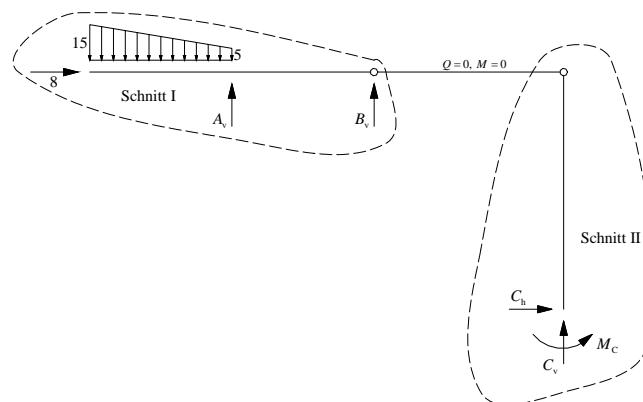
$$1 \quad R_x + \underbrace{S_{1x}}_{=0} + S_{2x} = 0 \rightarrow -5 + S_{2x} = 0 \rightarrow S_{2x} = +5$$

$$1 \quad S_{2y} = -S_{2x} = -5 \text{ (aus Geometrie)}$$

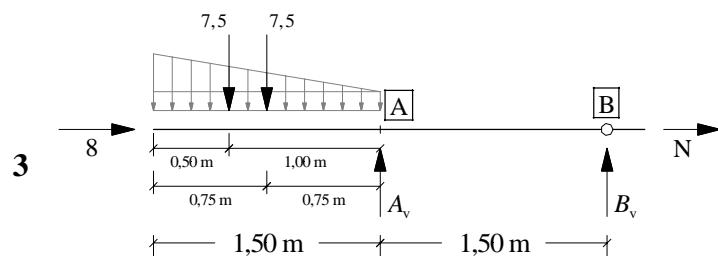
$$1 \quad R_y + S_{1y} + S_{2y} = 0 \rightarrow 11 + S_{1y} - 5 = 0 \rightarrow S_{1y} = -6$$

$$1 \quad S_1 = +6 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad S_2 = +\sqrt{S_{2x}^2 + S_{2y}^2} = +\sqrt{5^2 + 5^2} = +7,07 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2)  $\sum 25$ 

Schnitt I:

Äquivalente Einzellast zum konstanten Anteil an  $q$ 

$$2 \quad F_1 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum linear veränderlichen Anteil an  $q$ 

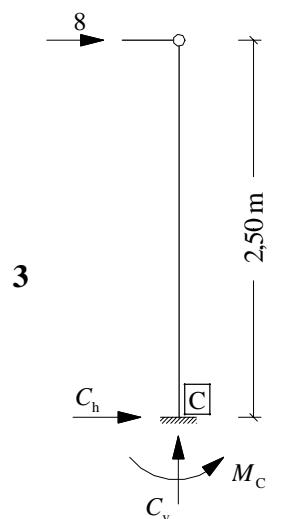
$$2 \quad F_2 = \frac{10 \cdot 1,5}{2} = 7,5 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: \rightarrow N = -8 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: 7,5 \cdot 2,5 + 7,5 \cdot 2,25 - A_v \cdot 1,5 = 0 \rightarrow A_v = 23,75 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0: 7,5 + 7,5 - \underbrace{A_v}_{23,75} - B_v = 0 \rightarrow B_v = -8,75 \text{ kN}$$

Schnitt II:



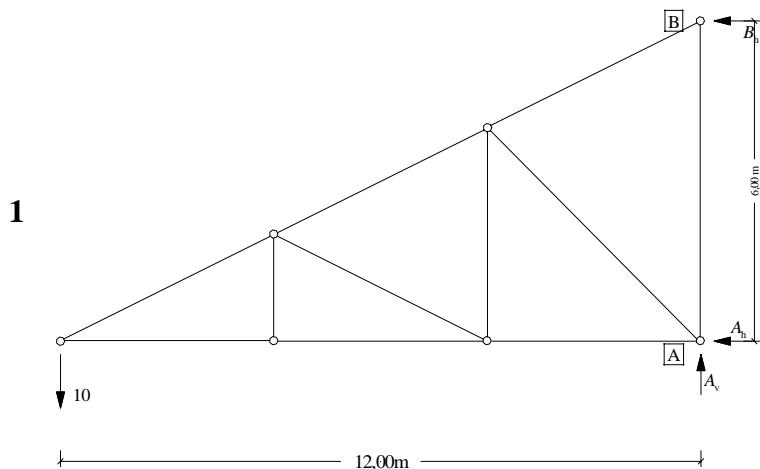
$$3 \quad \sum H = 0: \rightarrow C_h = -8 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0: \rightarrow C_v = 0$$

$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0: -8 \cdot 2,5 + M_c = 0 \rightarrow M_c = +20 \text{ kNm}$$

Aufgabe 3)  $\sum 25$ 

Auflagerkräfte

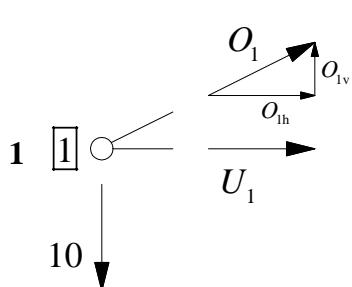


2  $\sum V = 0 \rightarrow A_v = +10 \text{ kN}$

2  $\sum M^{(A)} = 0: B_h \cdot 6 + 10 \cdot 12 = 0 \rightarrow B_h = -20 \text{ kN}$

2  $\sum H = 0 \rightarrow A_h = +20 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 1



1  $\sum V = 0 \rightarrow O_{1v} = +10 \text{ kN}$

1  $\frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{4,00}{2,00} \rightarrow O_{1h} = 2 \cdot O_{1v} = +20 \text{ kN}$

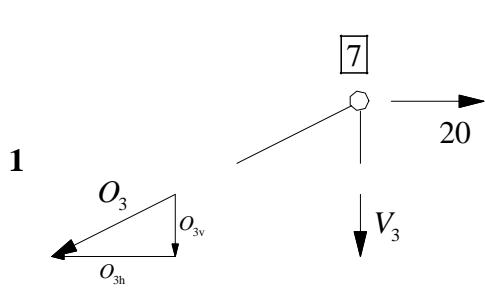
1  $O_1 = \sqrt{O_{1v}^2 + O_{1h}^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22,36 \text{ kN}$

1  $\sum H = 0 \rightarrow U_1 = -O_{1h} = -20 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 2:

1  $V_1 = 0$

Knotenschnitt bei 7



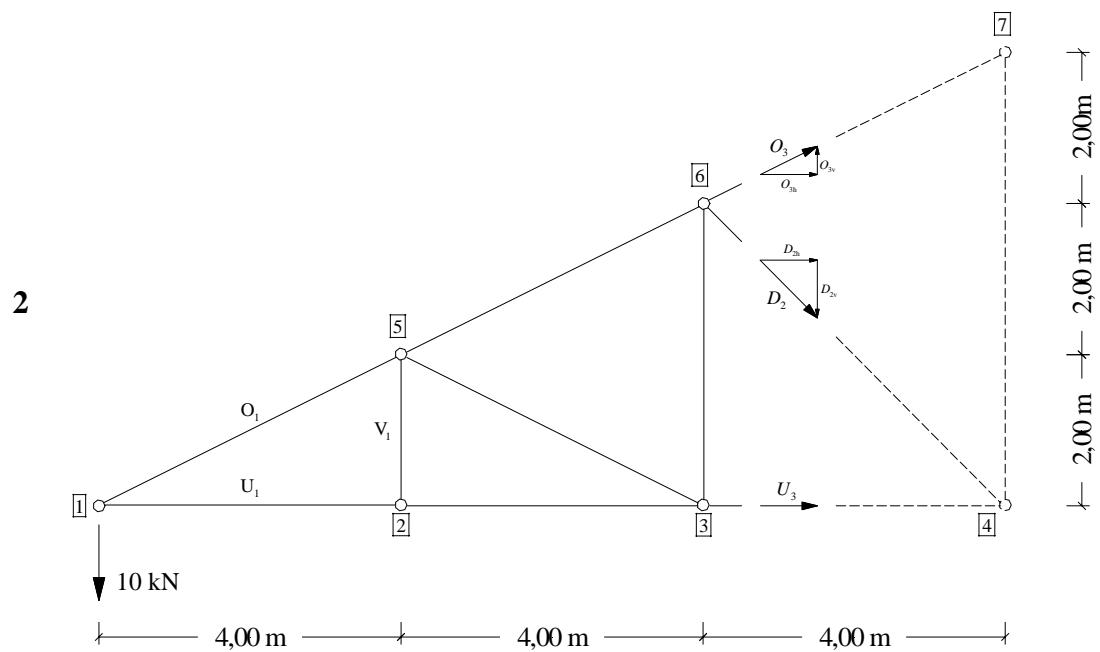
1  $\sum H = 0 \rightarrow O_{3h} = +20 \text{ kN}$

1  $\frac{O_{3v}}{O_{3h}} = \frac{2,00}{4,00} \rightarrow O_{3v} = 0,5 \cdot O_{3h} = +10 \text{ kN}$

1  $O_3 = \sqrt{O_{3v}^2 + O_{3h}^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22,36 \text{ kN}$

1  $\sum V = 0 \rightarrow V_3 = -10 \text{ kN}$

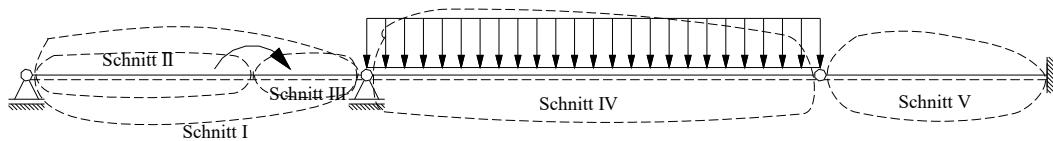
## Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



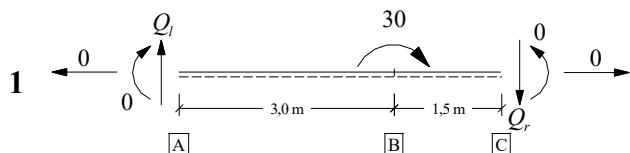
$$2 \sum V = 0:10 - \underbrace{O_{3v}}_{+10} + D_{2v} = 0 \rightarrow D_{2v} = 0$$

$$1 \quad D_{2h} = D_{2v} = 0$$

$$2 \sum H = 0 : \underbrace{O_{3h}}_{+20} + D_{2h} + U_3 = 0 \rightarrow U_3 = -20$$

Aufgabe 4)  $\sum 25$ 

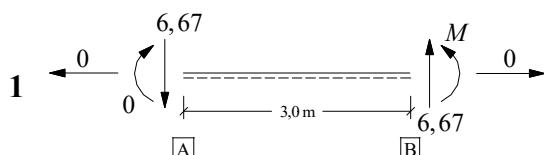
## Schnitt I



$$1 \sum M^{(C)} = 0 : -Q_l \cdot 4,5 - 30 = 0 \rightarrow Q_l = -6,67 \text{ kN}$$

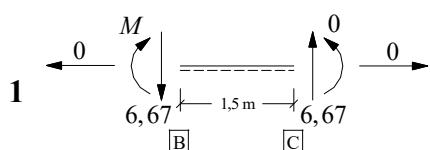
$$1 Q_r = -6,67 \text{ kN}$$

## Schnitt II



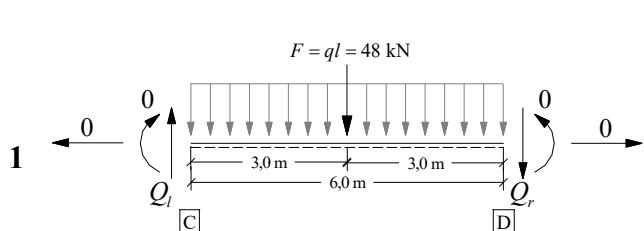
$$1 \sum M^{(B)} = 0 : 6,67 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = -20 \text{ kNm}$$

## Schnitt III



$$1 \sum M^{(B)} = 0 : 6,67 \cdot 1,5 - M = 0 \rightarrow M = +10 \text{ kNm}$$

## Schnitt IV

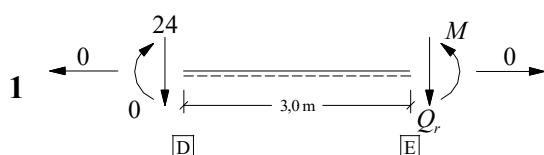


$$1 \sum M^{(D)} = 0 : -Q_l \cdot 6 + 48 \cdot 3 = 0 \rightarrow Q_l = +24 \text{ kNm}$$

$$2 \sum M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = +36 \text{ kNm}$$

$$1 \sum V = 0 : -\underbrace{Q_l}_{24} + 48 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -24 \text{ kNm}$$

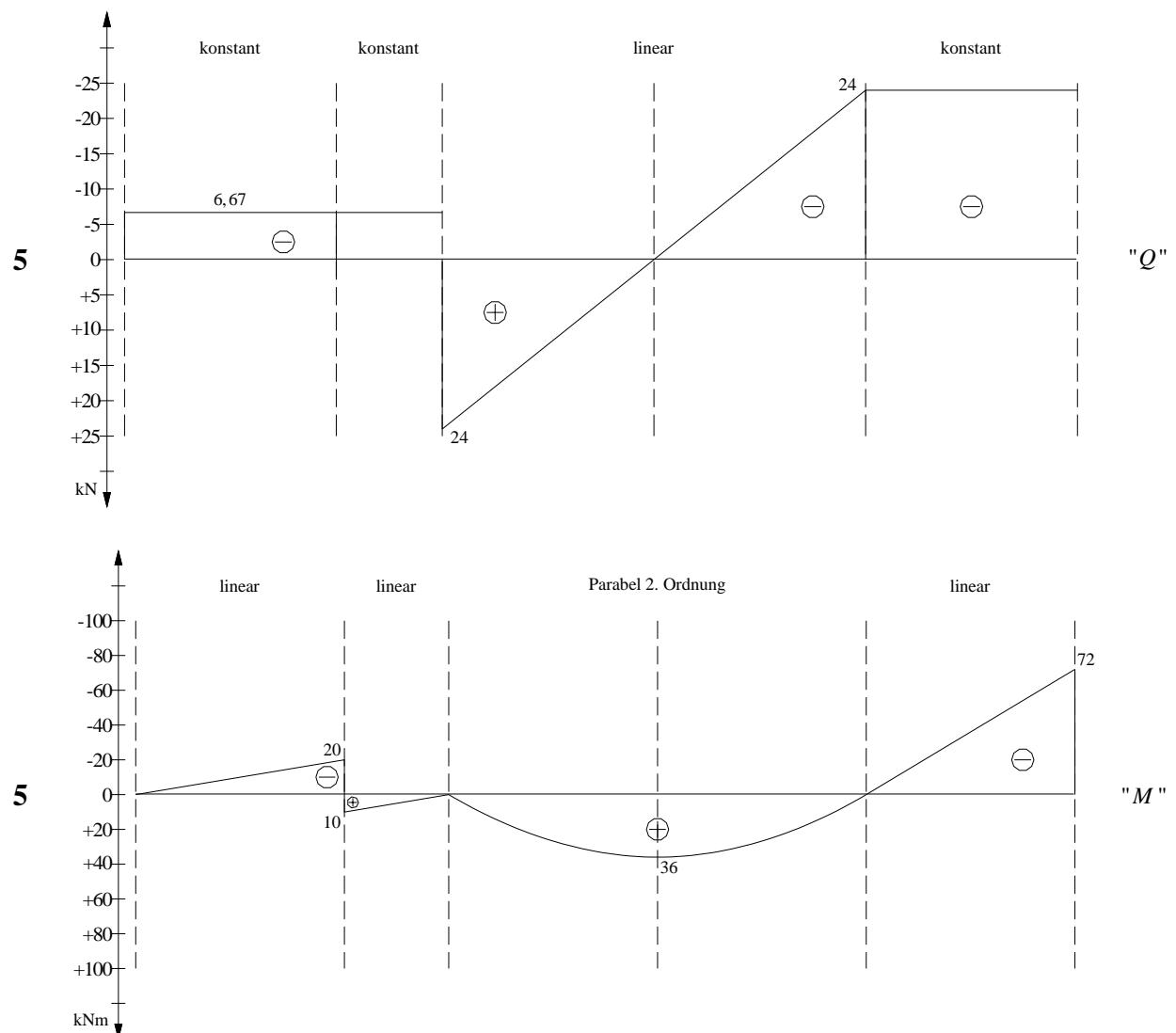
## Schnitt V



$$1 \sum M^{(E)} = 0 : 24 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = -72 \text{ kNm}$$

$$1 \sum V = 0 : \rightarrow Q_r = -24 \text{ kN}$$

## Aufgabe 4) Fortsetzung



## Prüfung Technische Mechanik I vom 12. 7. 2006

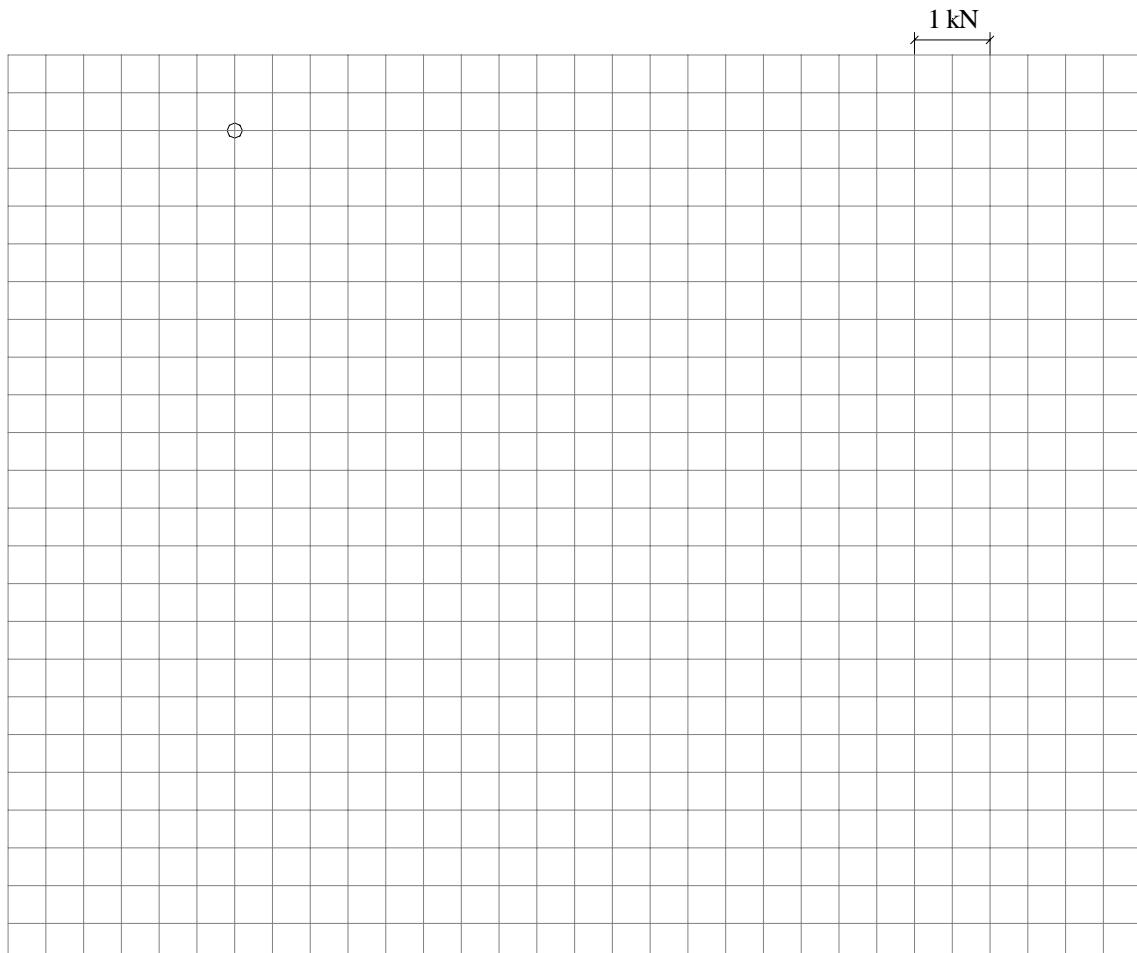
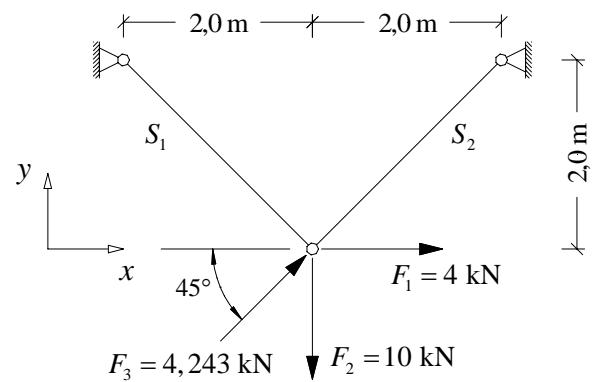
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

Aufgabe 1 (25 Punkte)

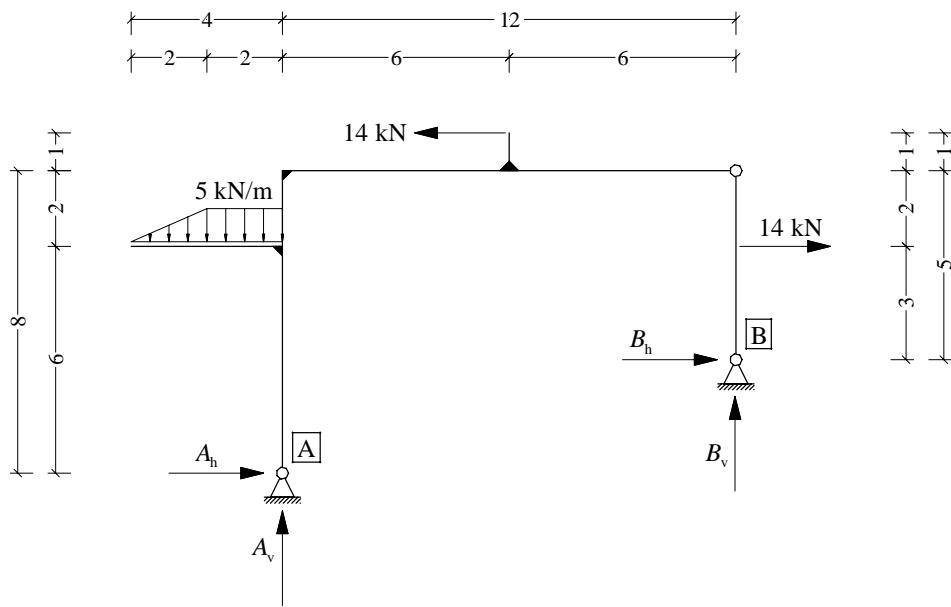
Am Schnittpunkt von zwei Seilen greifen drei Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_2$

- durch grafische Lösung,
- mit Hilfe der Vektorrechnung.



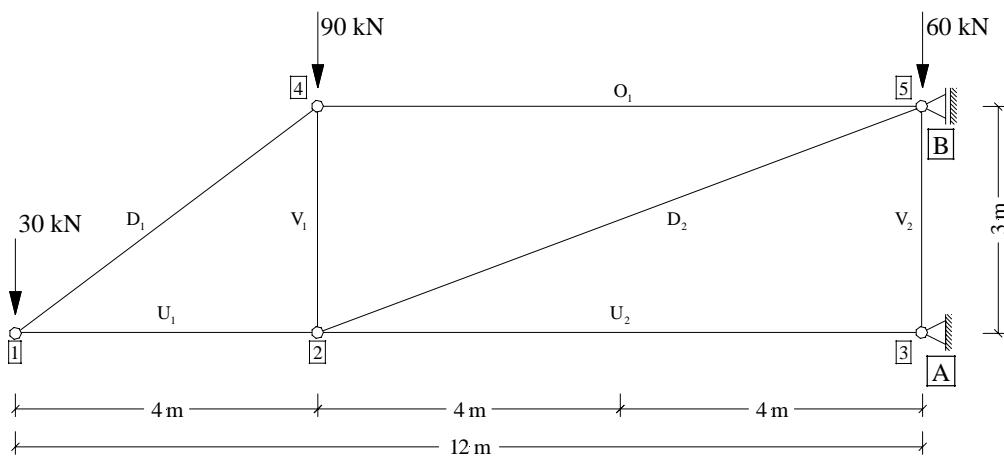
Aufgabe 2 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System. Maße in m.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und alle Stabkräfte.

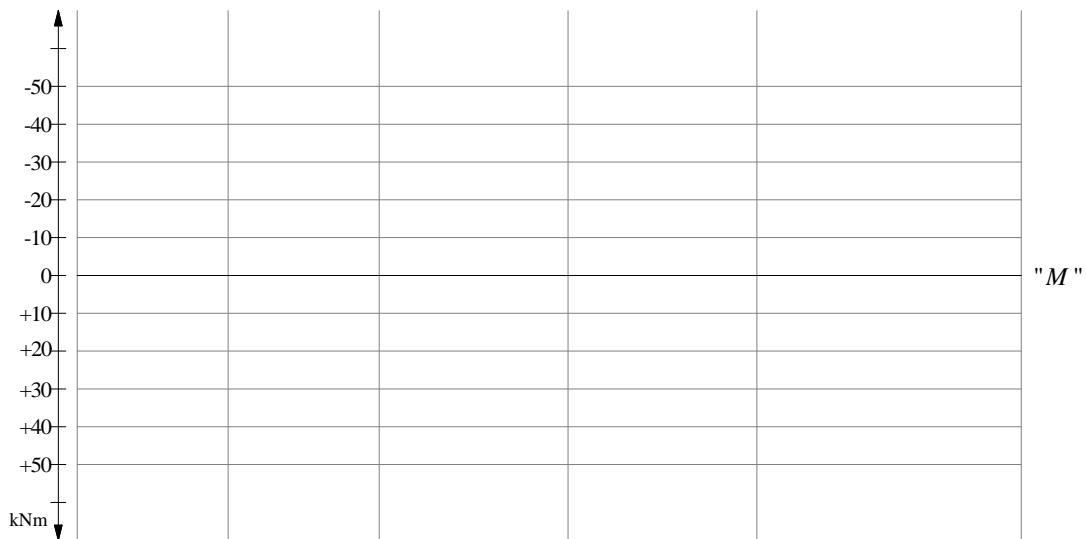
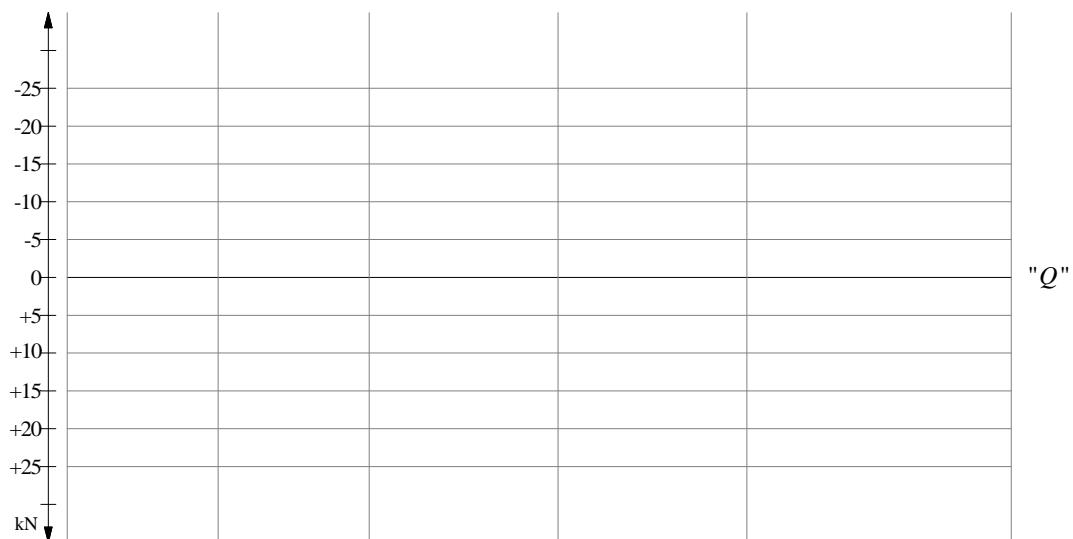
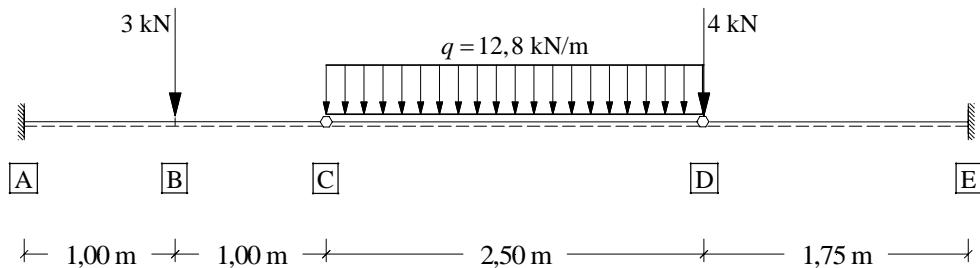


Aufgabe 4 (25 Punkte)

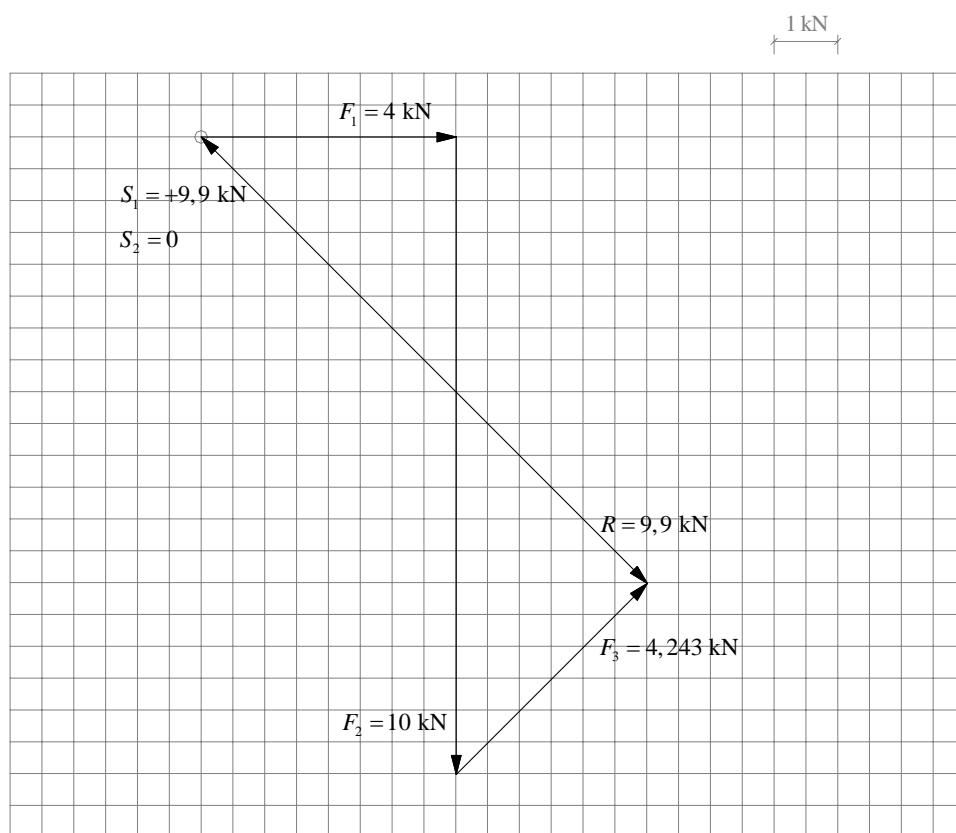
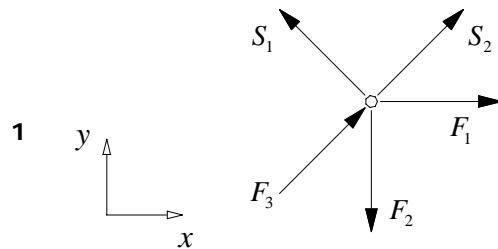
Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.



## Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 12. 7. 2006

Aufgabe 1  $\sum 25$ 

1  $F_1$

1  $F_2$

1  $F_3$

2  $R = 9,9 \text{ kN}$

2  $S_1 = +9,9 \text{ kN}$

2  $S_2 = 0$

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

2  $\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix};$

1  $\underline{F}_3 = \frac{4,243}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$

1  $\underline{R} = \begin{bmatrix} 4+0+3 \\ 0-10+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7 \\ -7 \end{bmatrix}$

1  $|\underline{R}| = R = \sqrt{2} \cdot 7 = 9,9 \text{ kN}$

Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Stabkräfte  $S_1; S_2$ :

2  $\underline{A} = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

Lösung:

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +7 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad (1) : -a + b = -7$$

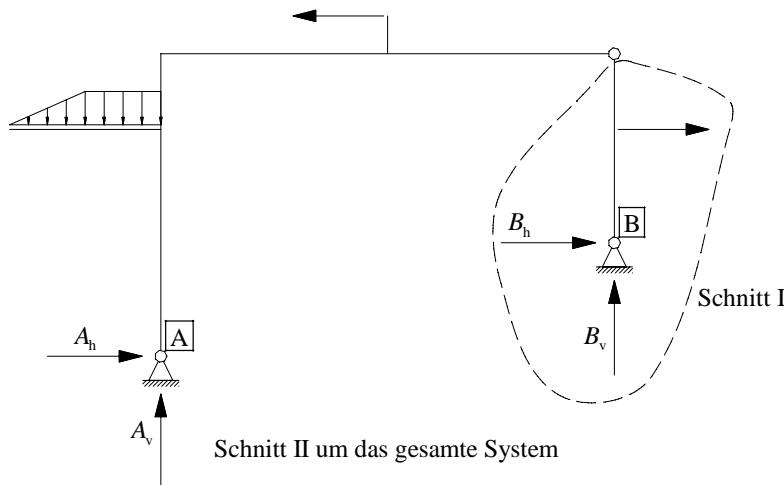
$$1 \quad (2) : a + b = +7$$

$$1 \quad (1) + (2) \rightarrow b = 0$$

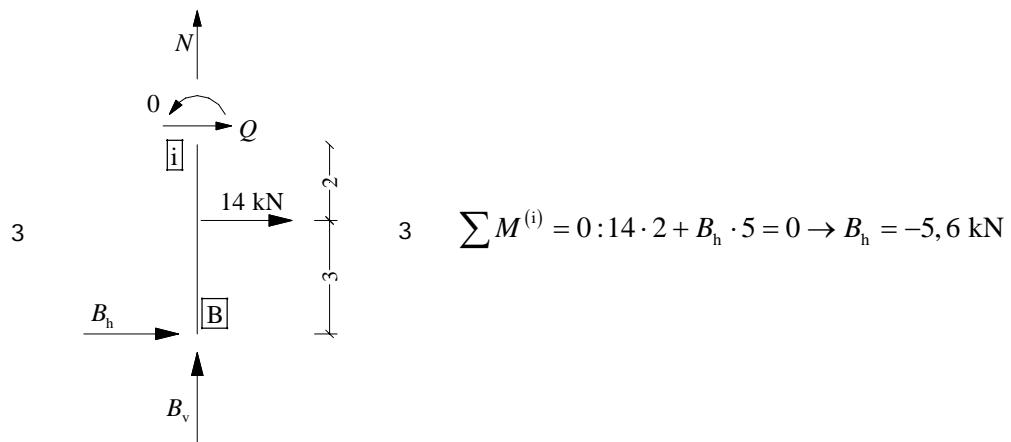
$$1 \quad \text{in (1)} \rightarrow a = +7$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = 7 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = 7 \cdot \sqrt{2} = +9,9 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = 0$$

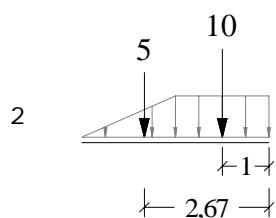
**Aufgabe 2**  $\sum 25$ 

Schnitt I



Schnitt II (gesamtes System)

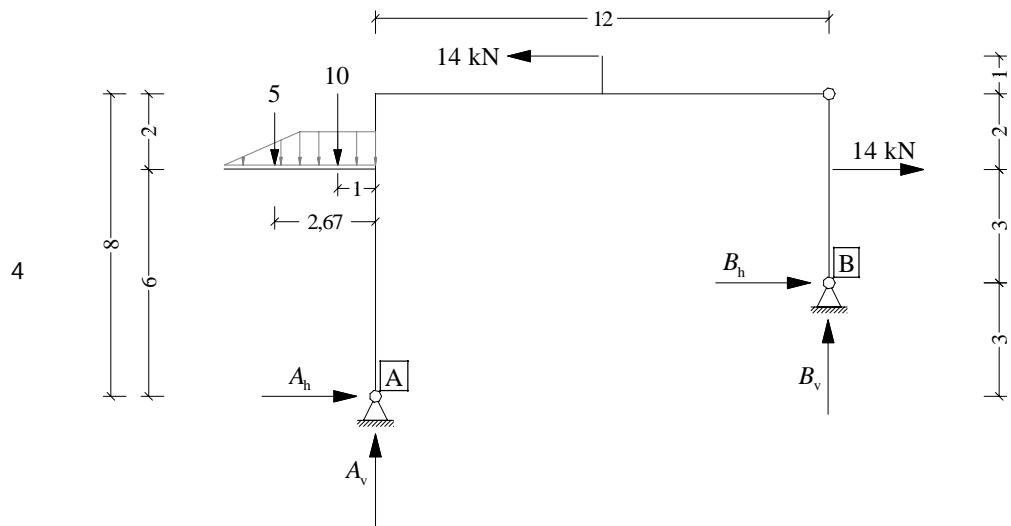
$$3 \quad \sum H = 0 : A_h - 14 + 14 + B_h = 0 \rightarrow A_h = -B_h = +5,6 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum konstanten Anteil an  $q$ 

$$2 \quad F_1 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum linear veränderlichen Anteil an  $q$ 

$$2 \quad F_2 = 0,5 \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ kN}$$



$$\sum M^{(A)} = 0 : 10 \cdot 1 + 5 \cdot 2,67 + 14 \cdot 9 - 14 \cdot 6 - B_h \cdot 3 + B_v \cdot 12 = 0$$

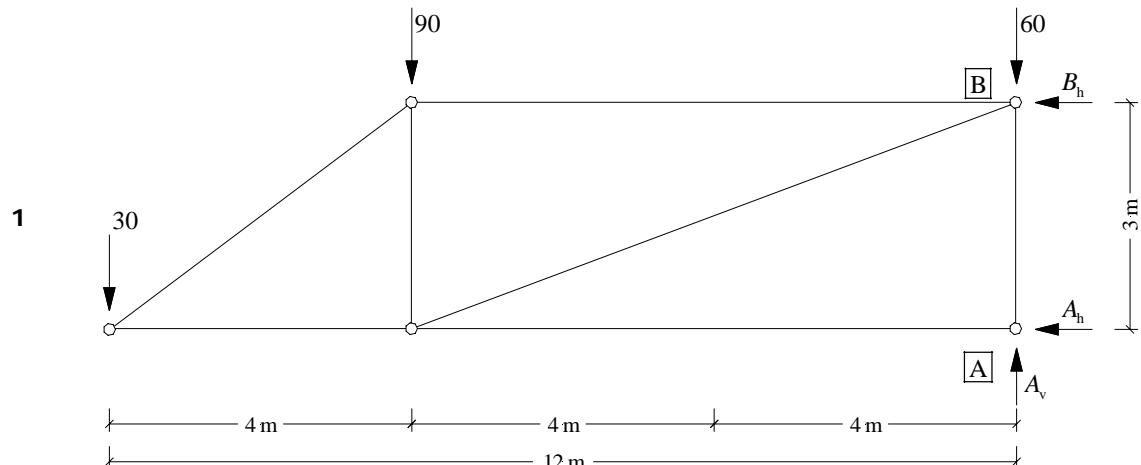
3       $B_v = -\frac{1}{12} \cdot (10 \cdot 1 + 5 \cdot 2,67 + 14 \cdot 9 - 14 \cdot 6 + 5,6 \cdot 3)$

$$\rightarrow B_v = -6,84 \text{ kN}$$

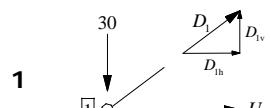
3       $\sum V = 0 : -A_v + 5 + 10 - B_v = 0 \rightarrow A_v = 21,84 \text{ kN}$

**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 

Auflagerkräfte



$$\begin{aligned}
 1 & \quad \sum V = 0 : \rightarrow & A_v & = +180 \text{ kN} \\
 1 & \quad \sum M^{(B)} = 0 : -A_h \cdot 3 + 90 \cdot 8 + 30 \cdot 12 = 0 \rightarrow & A_h & = +360 \text{ kN} \\
 1 & \quad \sum H = 0 : \rightarrow & B_h & = -360 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

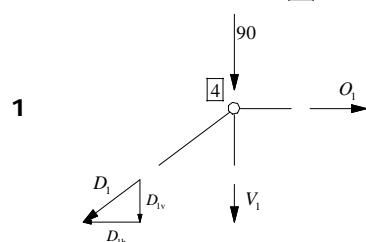
Knotenschnitt bei **1**

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow D_{1v} = +30 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{4}{3} \rightarrow D_{1h} = +40 \text{ kN}$$

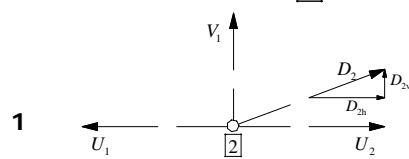
$$2 \quad D_1 = \sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \quad D_1 = +50 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum H = 0 : \rightarrow U_1 = -D_{1h} \quad U_1 = -40 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei **4**

$$2 \quad \sum V = 0 : D_{1v} + V_1 + 90 = 0 \quad V_1 = -120 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum H = 0 : \rightarrow O_1 = D_{1h} \quad O_1 = +40 \text{ kN}$$

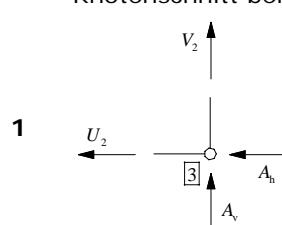
Knotenschnitt bei **2**

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow D_{2v} = -V_1 = +120 \text{ kN}$$

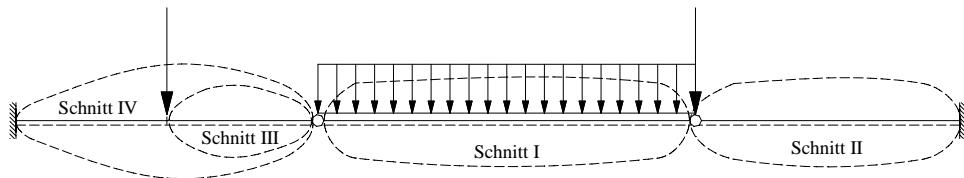
$$2 \quad \frac{D_{2h}}{D_{2v}} = \frac{8}{3} \rightarrow D_{2h} = +320 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_2 = \sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} = \sqrt{120^2 + 320^2} \quad D_2 = 341,8 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0 : -U_1 + U_2 + D_{2h} = 0 \quad U_2 = -360 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei **3**

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow V_2 = -A_v \quad V_2 = -180 \text{ kN}$$

**Aufgabe 4**  $\sum 25$ **Schnitt I**

1  $\sum M^{(D)} = 0 : -Q_l \cdot 2,5 + 12,8 \cdot \frac{2,5^2}{2} = 0$   
 $\rightarrow Q_l = 12,8 \cdot \frac{2,5}{2} = +16,0 \text{ kN}$

1  $\sum V = 0 : -Q_l + 12,8 \cdot 2,5 + Q_r = 0$   
 $\rightarrow Q_r = -16,0 \text{ kN}$

2  $M_{\text{Mitte}} = q \cdot \frac{l^2}{8} = 12,8 \cdot \frac{2,5^2}{8} = 10,0 \text{ kNm}$

**Schnitt II**

1  $\sum V = 0 : 16 + 4 + Q_r = 0$   
 $\rightarrow Q_r = -20,0 \text{ kN}$

1  $\sum M^{(E)} = 0 : (16 + 4) \cdot 1,75 + M = 0$   
 $\rightarrow M = -35,0 \text{ kNm}$

**Schnitt III**

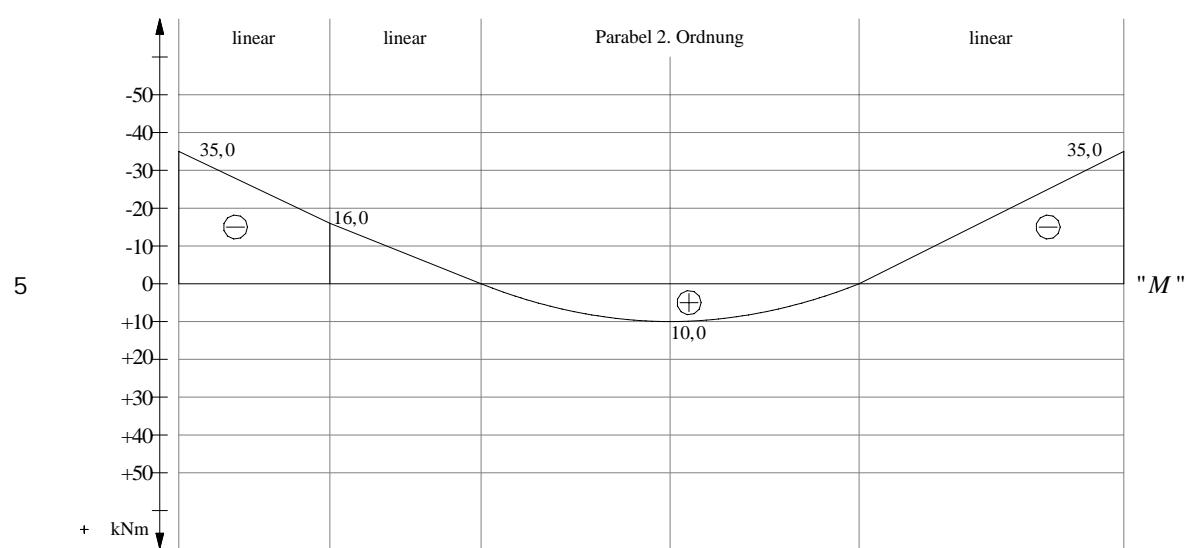
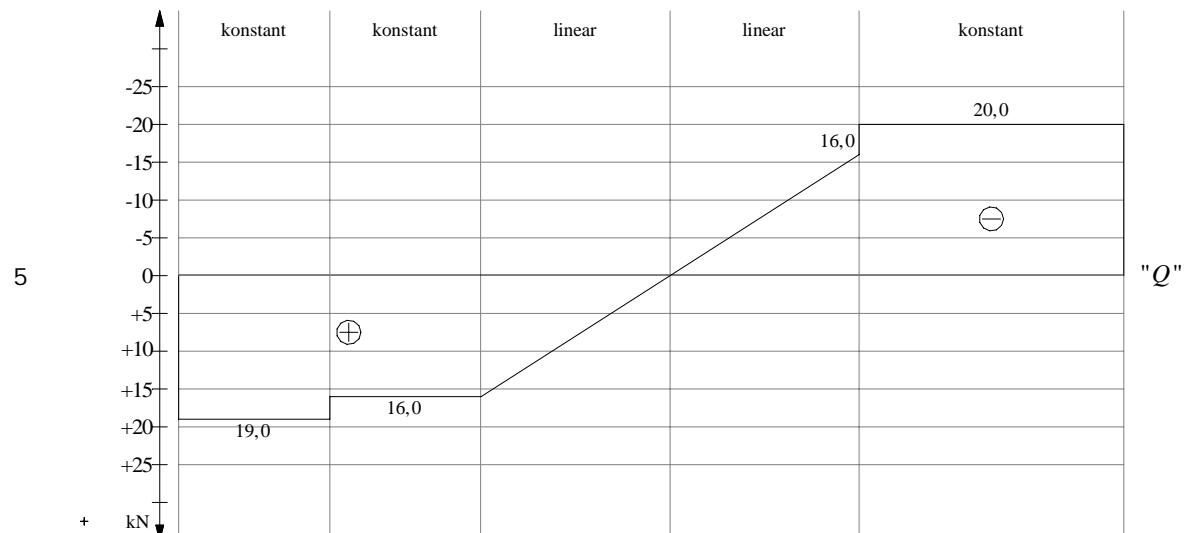
1  $\sum V = 0 : \rightarrow Q_l = +16,0 \text{ kN}$

1  $\sum M^{(B)} = 0 : -M - 16 \cdot 1,0 = 0$   
 $\rightarrow M = -16,0 \text{ kNm}$

**Schnitt IV**

1  $\sum V = 0 : \rightarrow Q_l = +19,0 \text{ kN}$

2  $\sum M^{(A)} = 0 : -M - 3 \cdot 1,0 - 16 \cdot 2,0 = 0$   
 $\rightarrow M = -35,0 \text{ kNm}$



**Prüfung Technische Mechanik I vom 1. 2. 2007**

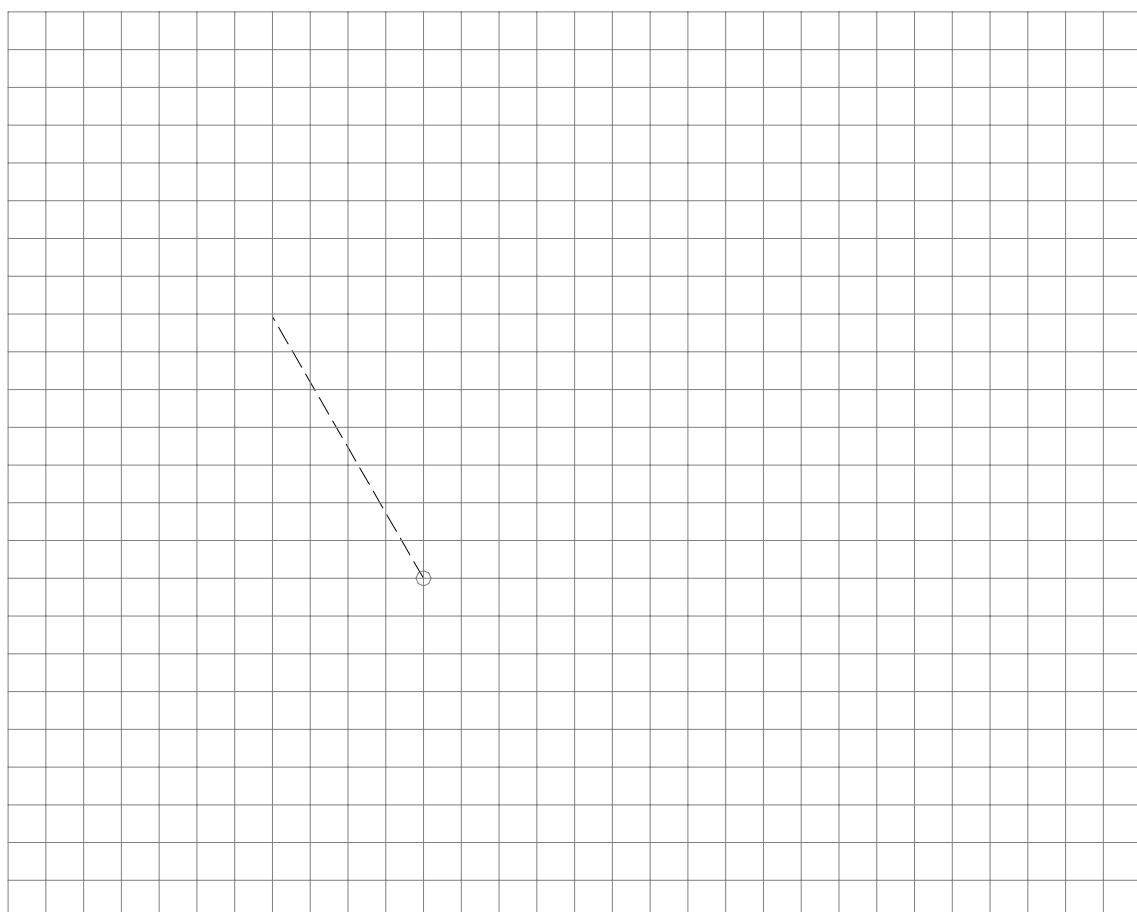
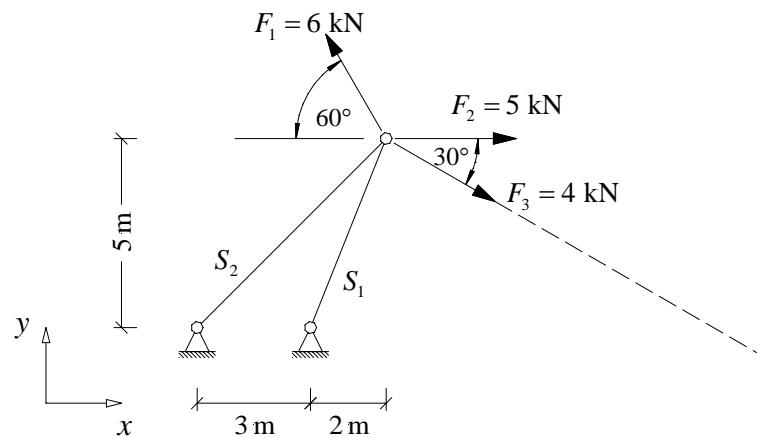
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

Aufgabe 1 (25 Punkte)

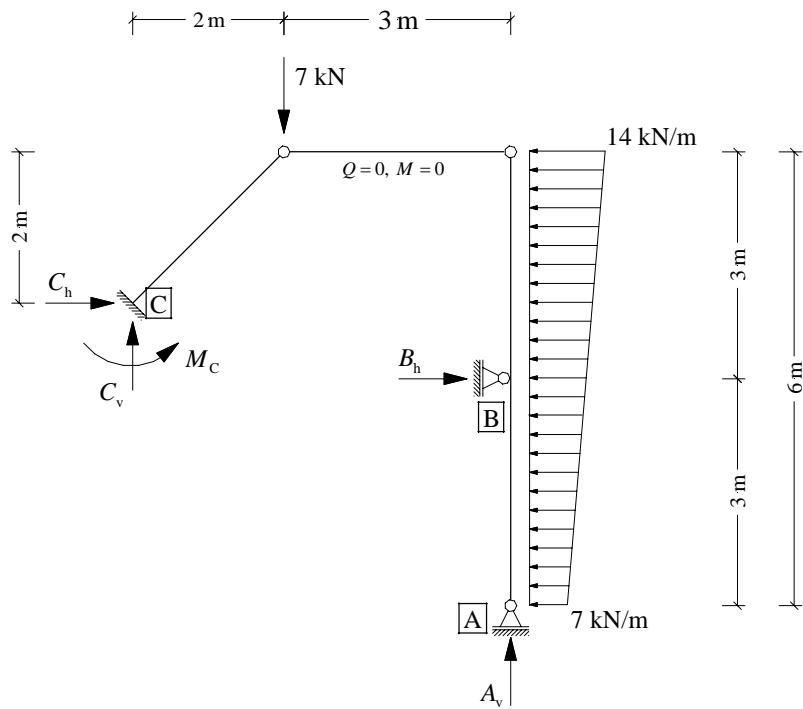
Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$

- durch grafische Lösung,
- mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (25 Punkte)

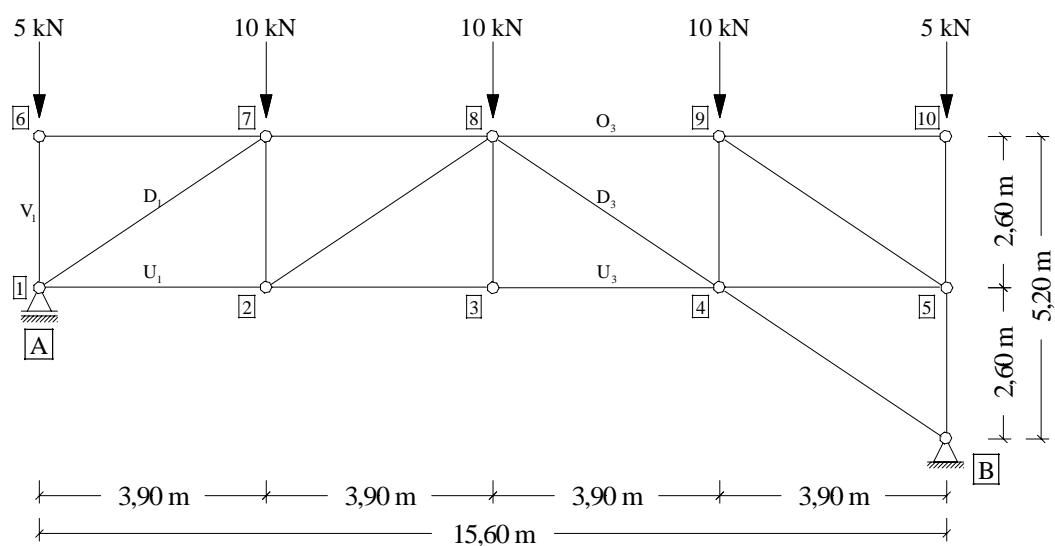
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

$V_1, D_1, U_1$  und  $O_3, D_3, U_3$

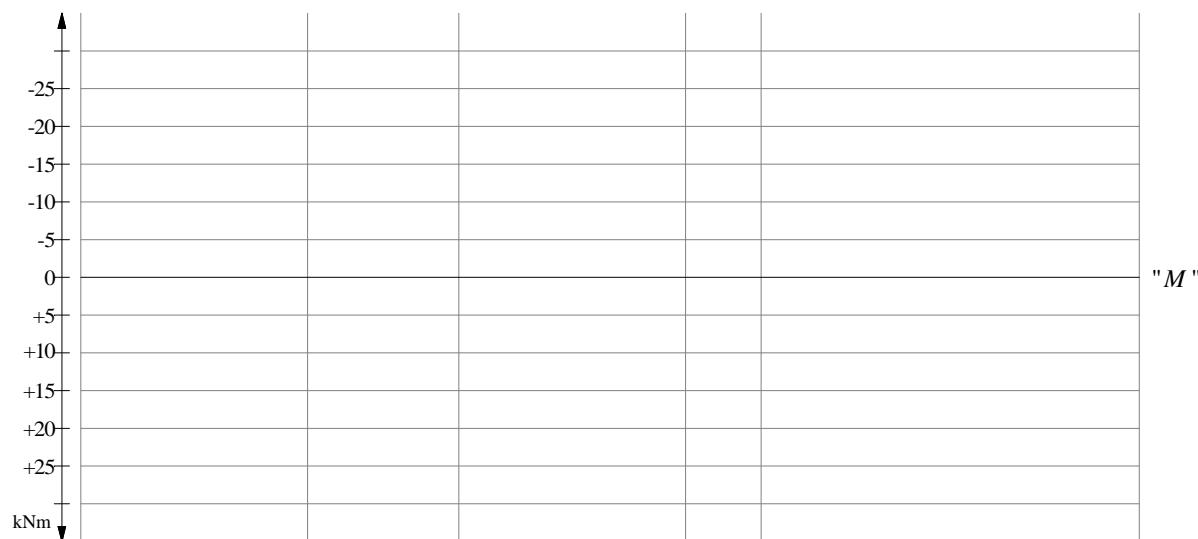
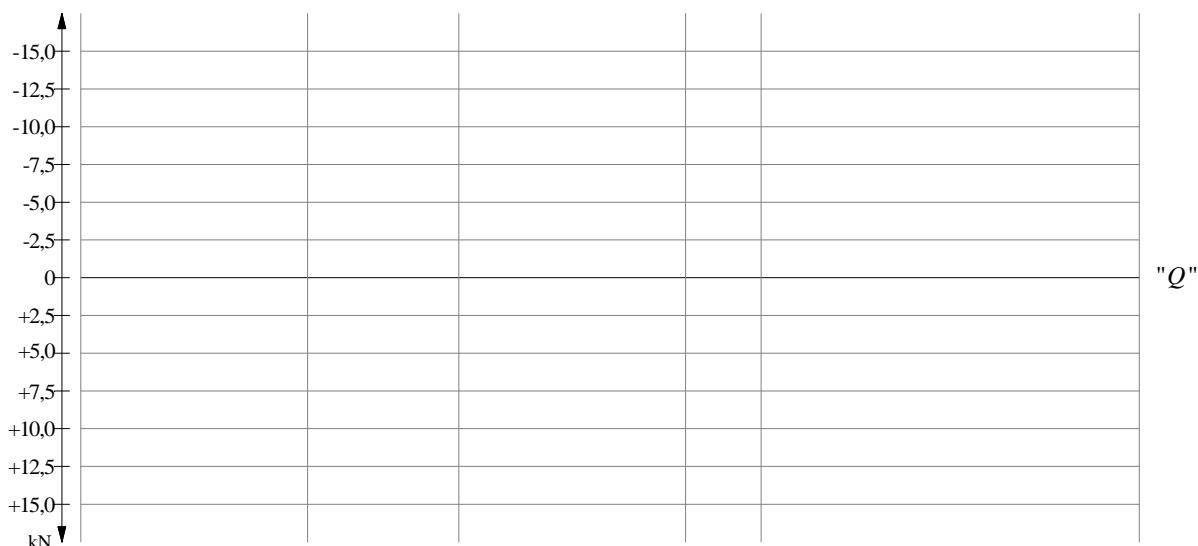
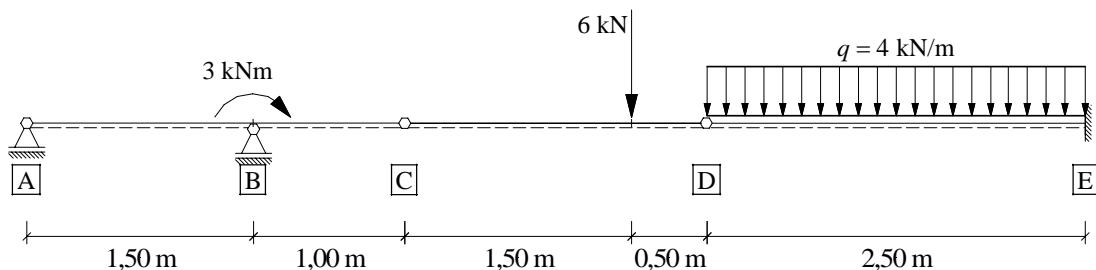


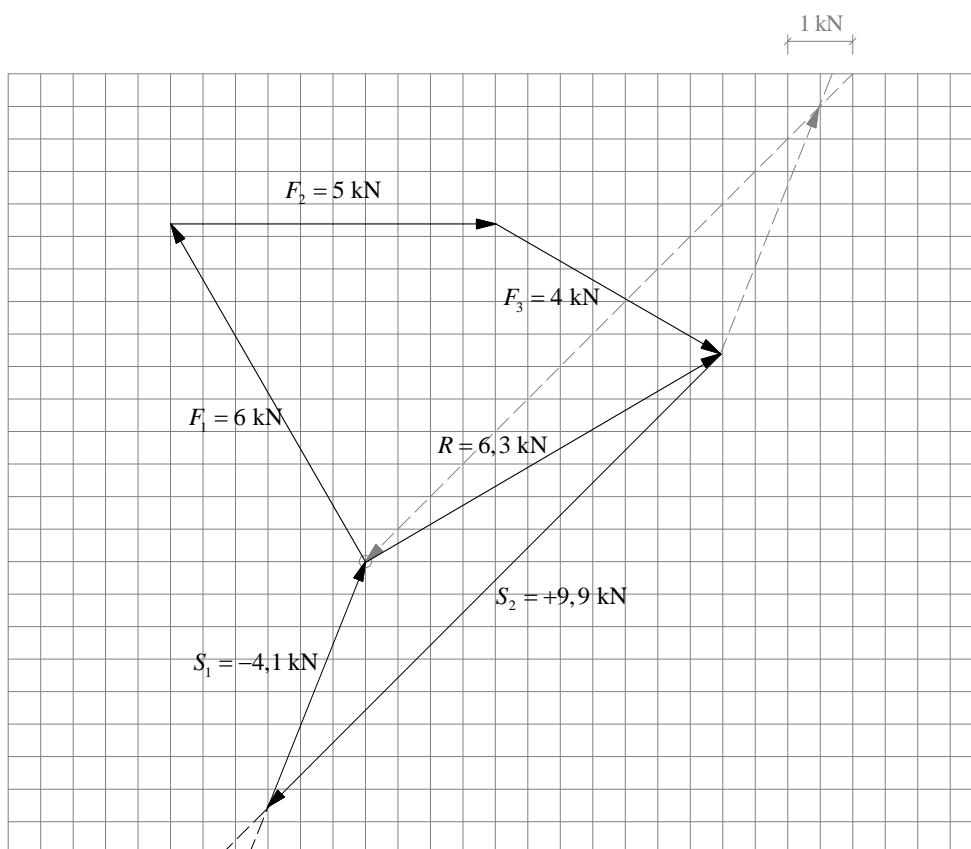
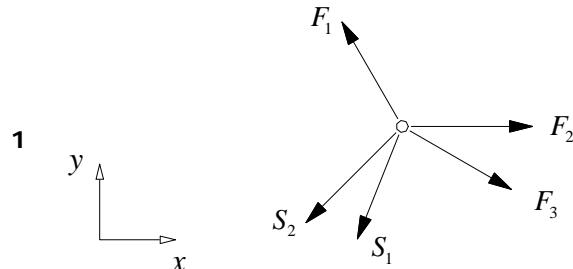
**Aufgabe 4 (25 Punkte)**

Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.



**Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 1. 2. 2007**
**Aufgabe 1**  $\sum 25$ 


b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -6 \cdot \cos 60^\circ \\ +6 \cdot \sin 60^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ +5,20 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +5 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +4 \cdot \cos 30^\circ \\ +4 \cdot \sin 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,46 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 + 5 + 3,46 \\ 5,20 + 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5,46 \\ +3,20 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |R| = R = \sqrt{5,46^2 + 3,20^2} = 6,33 \text{ kN}$$

 Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Stabkräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5,46 \\ +3,20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,46 \\ -3,20 \end{bmatrix}$$

Lösung:

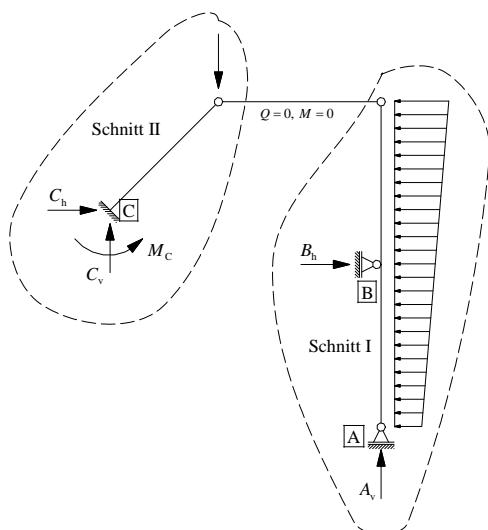
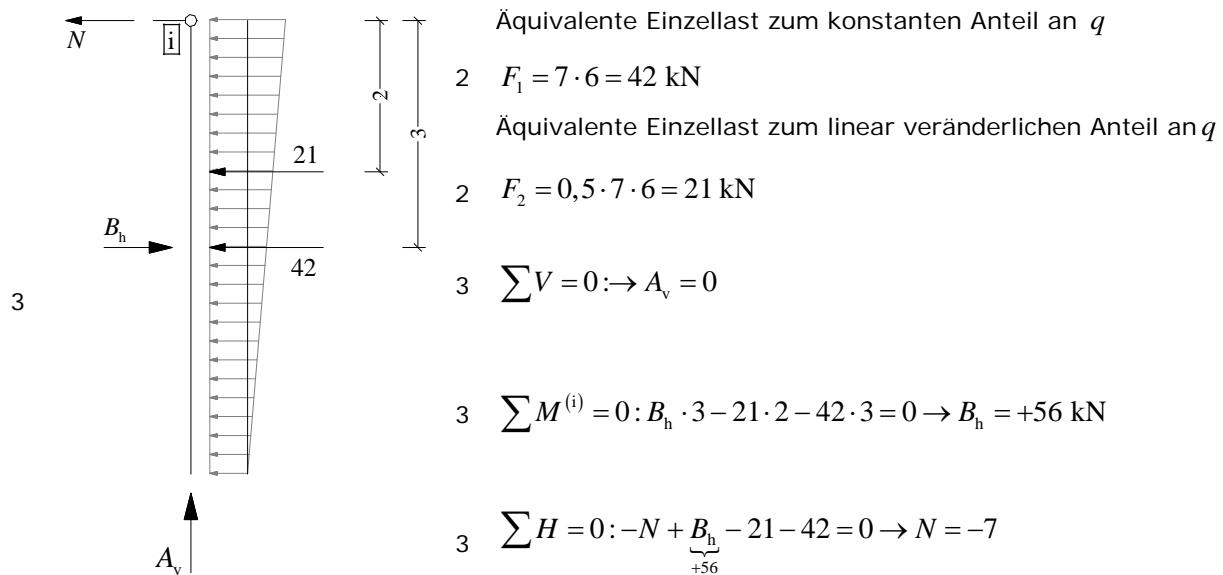
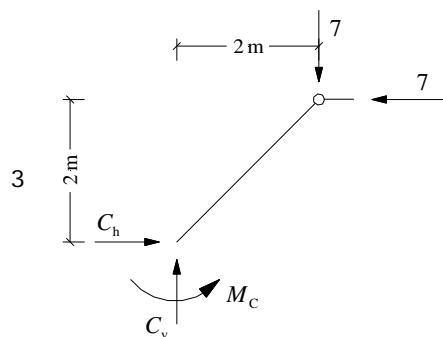
$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-2) \cdot (-1) - (-5) \cdot (-1) = -3$$

$$4 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(-1) \cdot (-3,20) - (-1) \cdot (-5,46)}{-3} = -0,753$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-2) \cdot (-3,20) - (-5) \cdot (-5,46)}{-3} = +6,97$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -0,753 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -0,753 \cdot \sqrt{2^2 + 5^2} = -4,06 \text{ kN (Druck)}$$

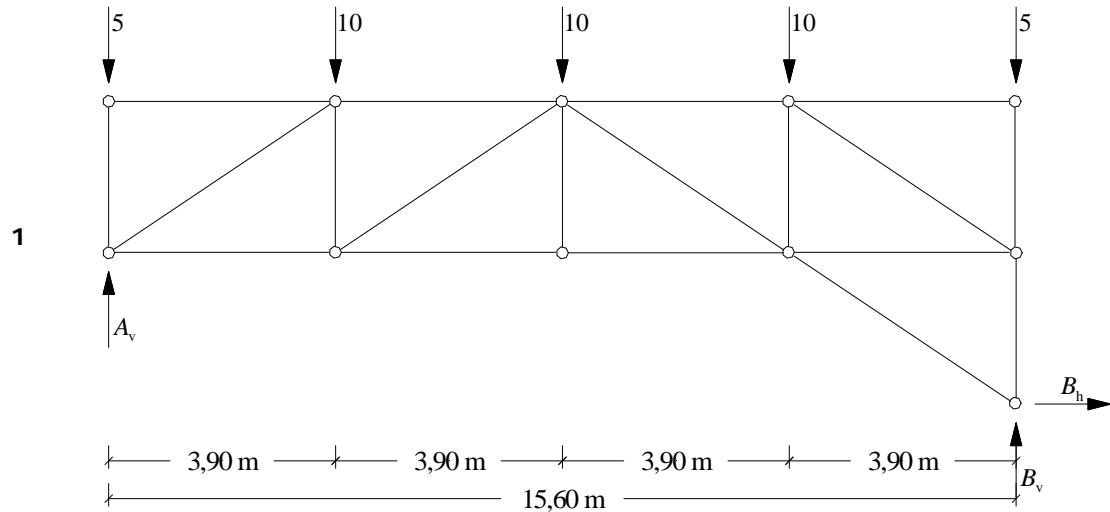
$$1 \quad \underline{S}_2 = +6,97 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = -|\underline{S}_1| = +6,97 \cdot \sqrt{2} = +9,86 \text{ kN (Zug)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 25$ **Schnitt I****Schnitt II**

$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum H = 0 &\rightarrow C_h = +7 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum V = 0 &\rightarrow C_v = +7 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum M^{(c)} = 0 &\rightarrow -7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + M_c = 0 \rightarrow M_c = 0
 \end{aligned}$$

**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 

Auflagerkräfte

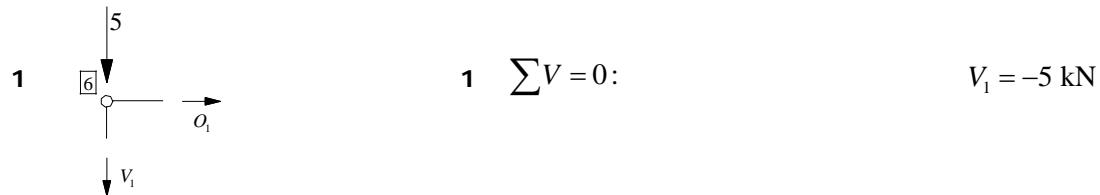


$$1 \quad \sum H = 0 : \rightarrow \quad B_h = 0$$

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0 : \quad -A_v \cdot 4 \cdot 3,9 + 5 \cdot 4 \cdot 3,9 + 10 \cdot (3+2+1) \cdot 3,9 = 0 \rightarrow \quad A_v = +20 \text{ kN}$$

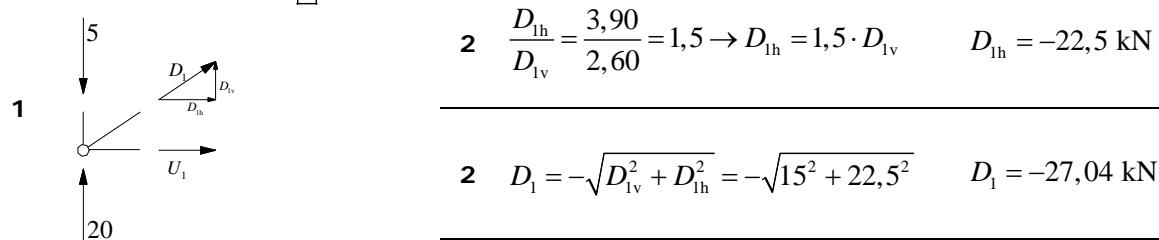
$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow \quad B_v = +20 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 6



$$2 \quad \sum V = 0 : +5 - 20 - D_{1v} = 0 \quad D_{1v} = -15 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 1

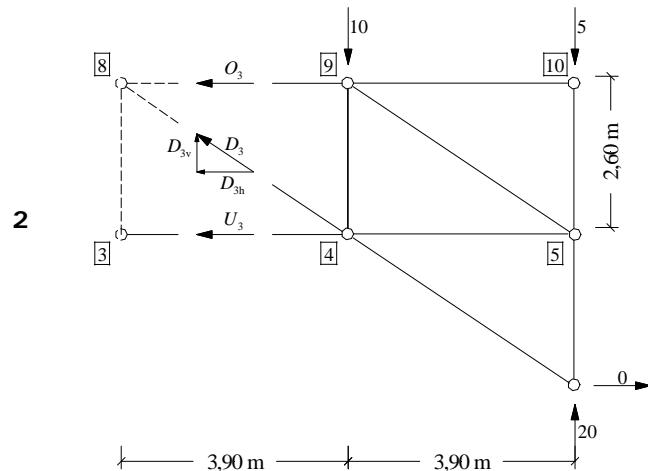


$$2 \quad \frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{3,90}{2,60} = 1,5 \rightarrow D_{1h} = 1,5 \cdot D_{1v} \quad D_{1h} = -22,5 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_1 = -\sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = -\sqrt{15^2 + 22,5^2} \quad D_1 = -27,04 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum H = 0 : \rightarrow U_1 + D_{1h} = 0 \quad U_1 = +22,5 \text{ kN}$$

## Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



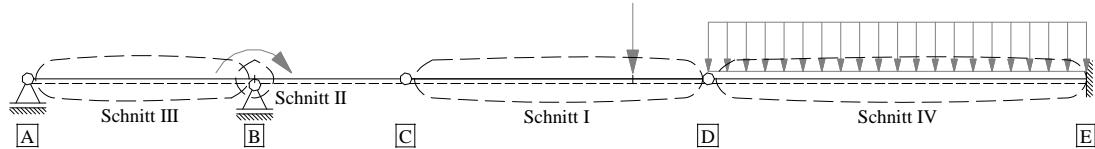
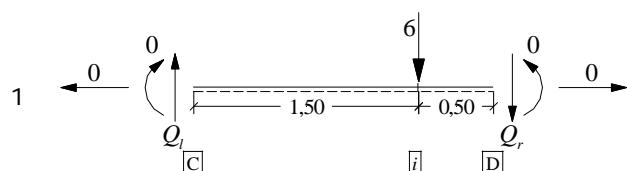
2  $\sum M^{(4)} = 0 : +O_3 \cdot 2,6 + (-5 + 20) \cdot 3,9 = 0$   $O_3 = -22,5 \text{ kN}$

2  $\sum M^{(8)} = 0 : -U_3 \cdot 2,6 - 10 \cdot 3,9 + (-5 + 20) \cdot 2 \cdot 3,9 = 0$   $U_3 = +30 \text{ kN}$

2  $\sum V = 0 : -D_{3v} + 10 + 5 - 20 = 0$   $D_{3v} = -5 \text{ kN}$

2  $D_{3h} = 1,5 \cdot D_{3v}$   $D_{3h} = -7,5 \text{ kN}$

1  $D_3 = -\sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = -\sqrt{5^2 + 7,5^2}$   $D_3 = -9,01 \text{ kN}$

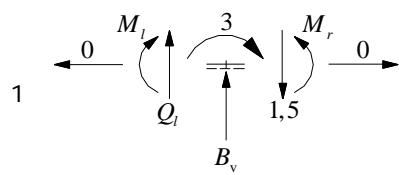
**Aufgabe 4**  $\sum 25$ **Schnitt I**

$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -Q_r \cdot 2,0 - 6 \cdot 1,5 = 0 \\ \rightarrow Q_r = -4,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow Q_l = +1,5 \text{ kN}$$

aus Differentialbeziehung  $M(x) = \int Q(x) :$

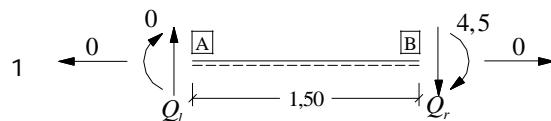
$$2 \quad M_i = Q_l \cdot 1,5 = +1,5 \cdot 1,5 = +2,25 \text{ kNm}$$

**Schnitt II**

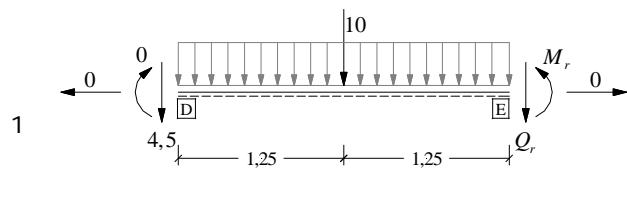
aus Differentialbeziehung  $M(x) = \int Q(x)$

$$1 \quad \text{bzw. Strahlensatz:} \\ M_r = -1,5 \text{ kNm}$$

$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -M_l - 3 + \underbrace{M_r}_{-1,5} = 0 \rightarrow M_l = -4,5 \text{ kNm}$$

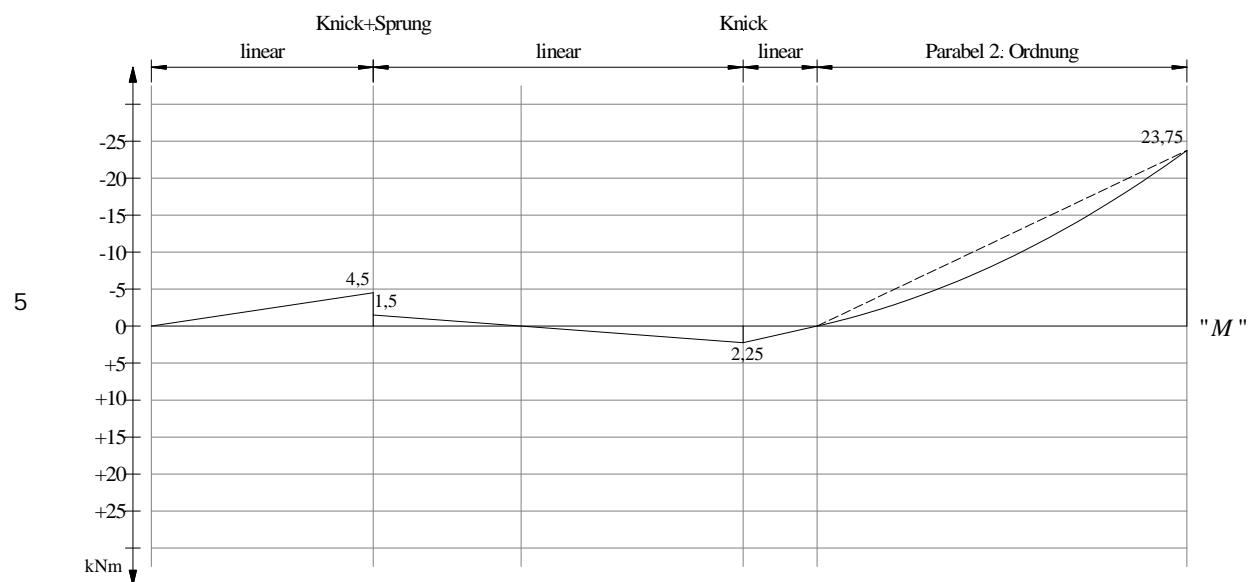
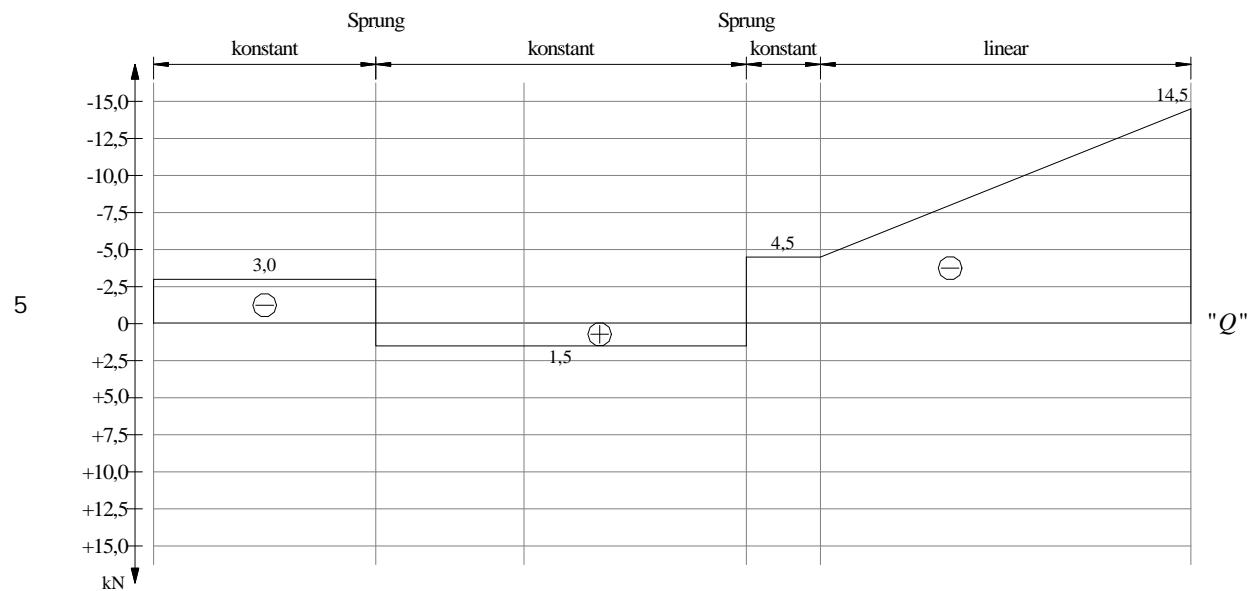
**Schnitt III**

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -Q_l \cdot 1,5 - 4,5 = 0 \rightarrow Q_l = -3,0 \text{ kN}$$

**Schnitt IV**

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow Q_r = -14,5 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(E)} = 0 : +4,5 \cdot 2,5 + 10 \cdot 1,25 + M_r = 0 \\ \rightarrow M_r = -23,75 \text{ kNm}$$



**Prüfung Technische Mechanik I vom 16. 7. 2007**

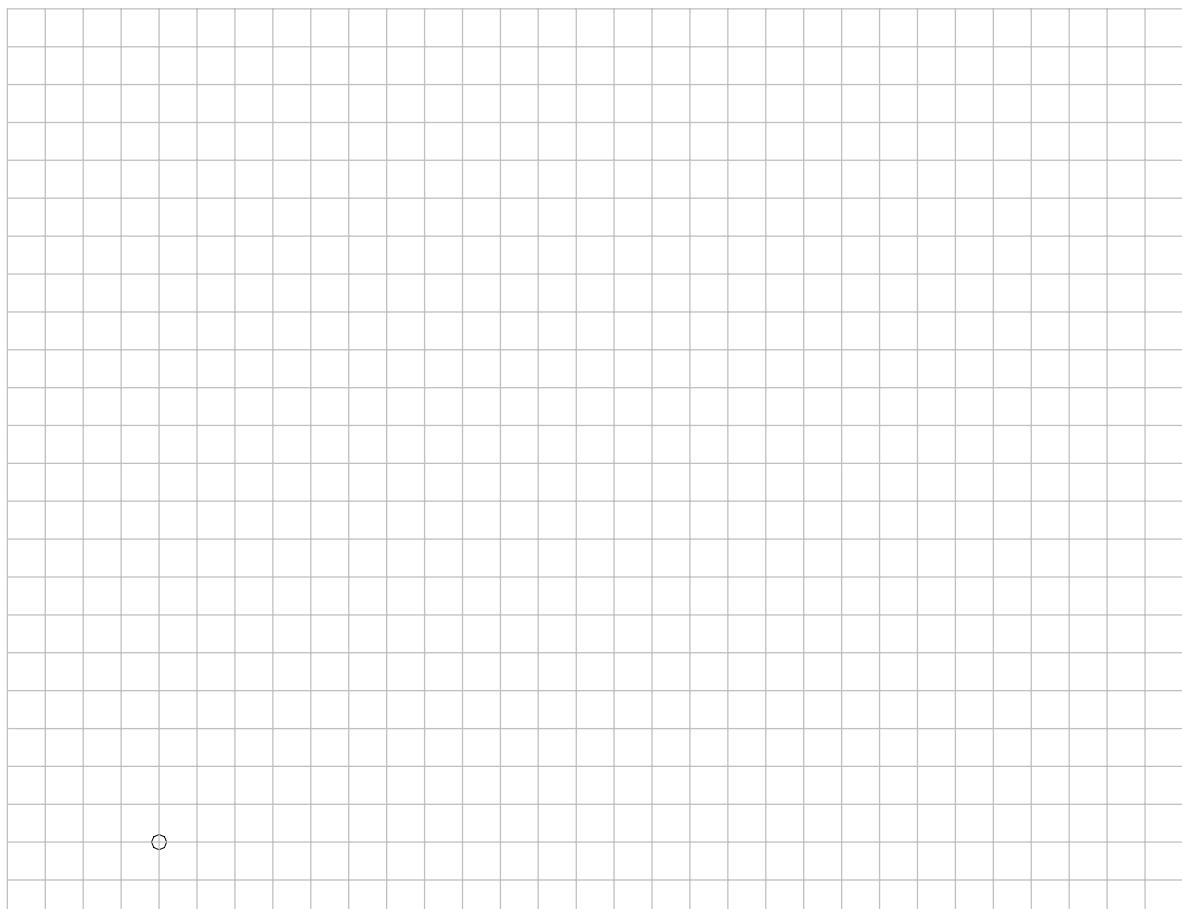
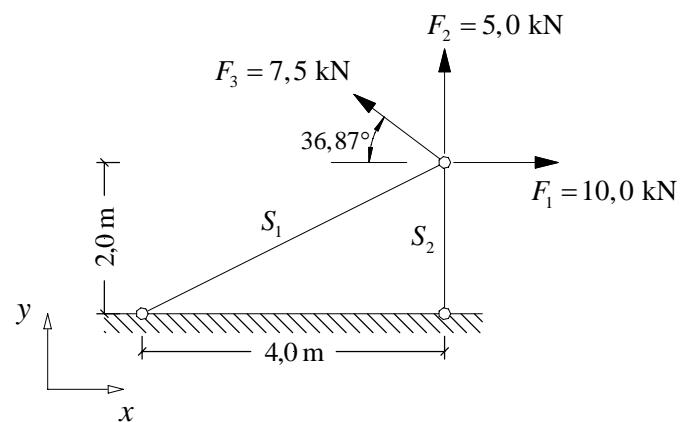
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

**Aufgabe 1 (25 Punkte)**

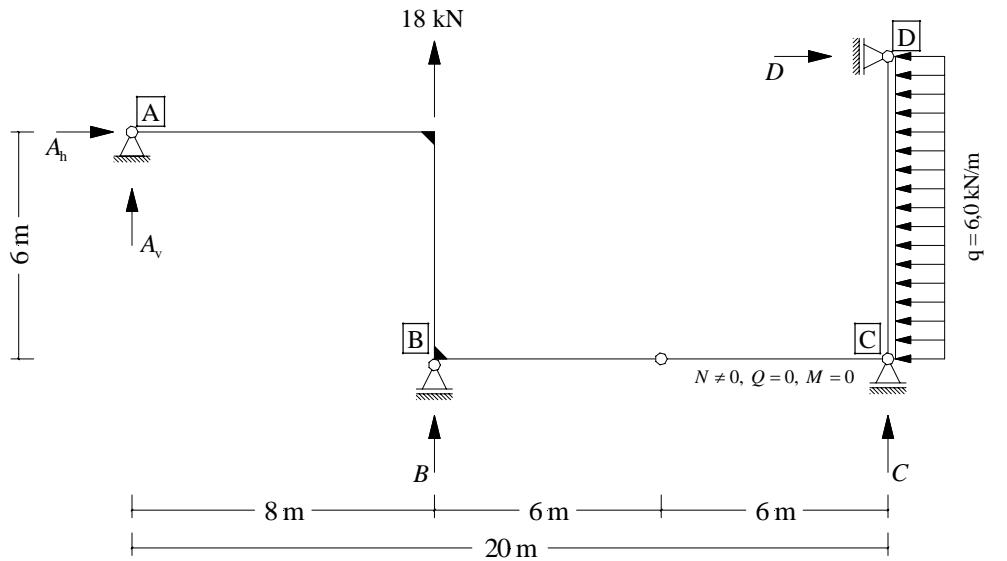
Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$ .

- durch grafische Lösung,
- mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (25 Punkte)

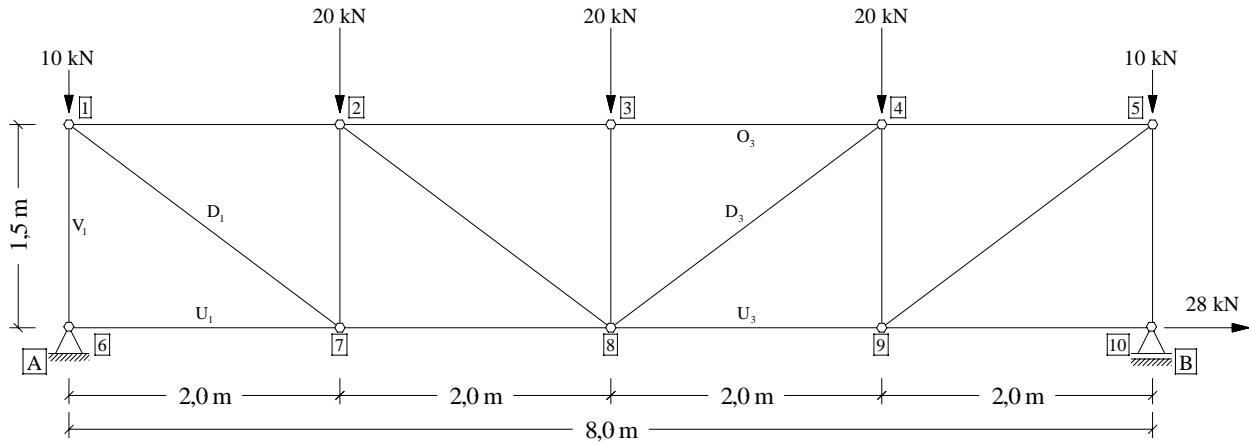
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

$V_1, D_1, U_1$  und  $O_3, D_3, U_3$

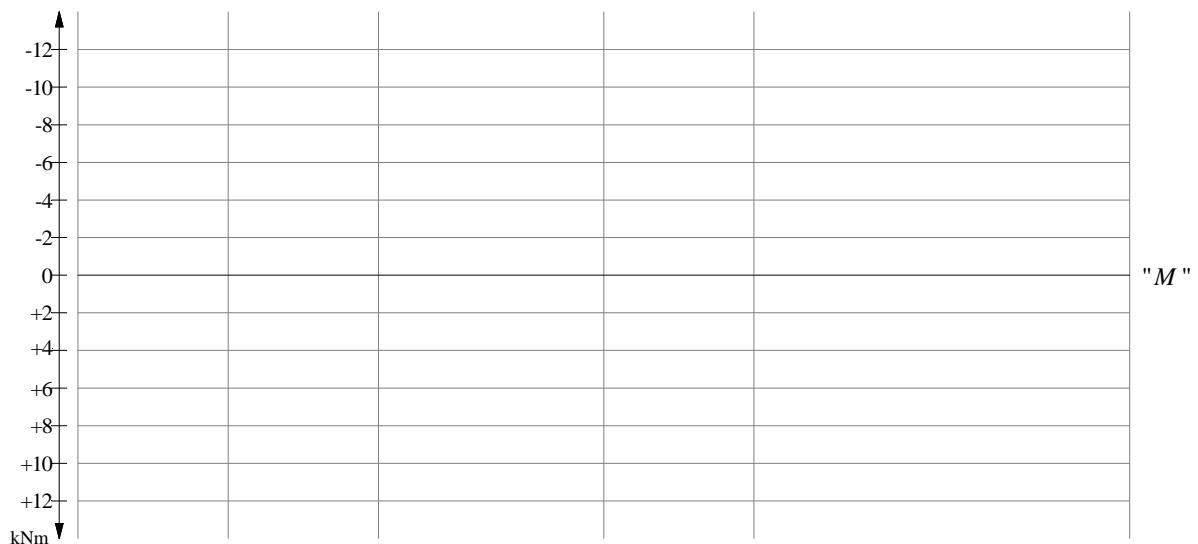
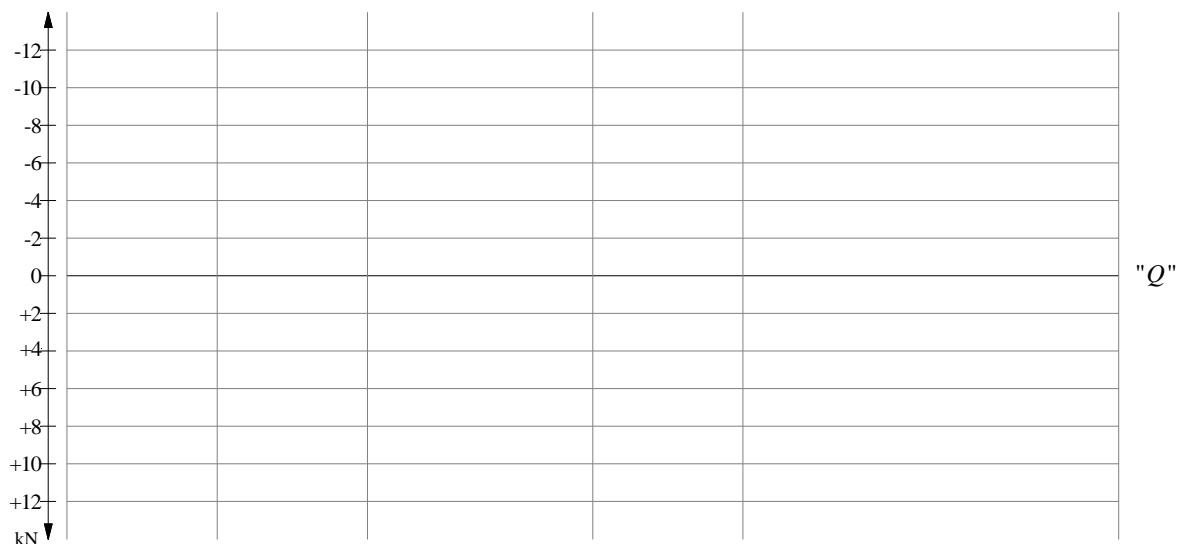
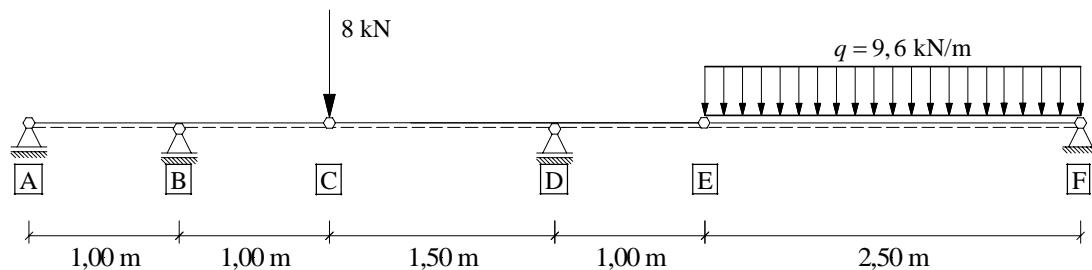


**Aufgabe 4 (25 Punkte)**

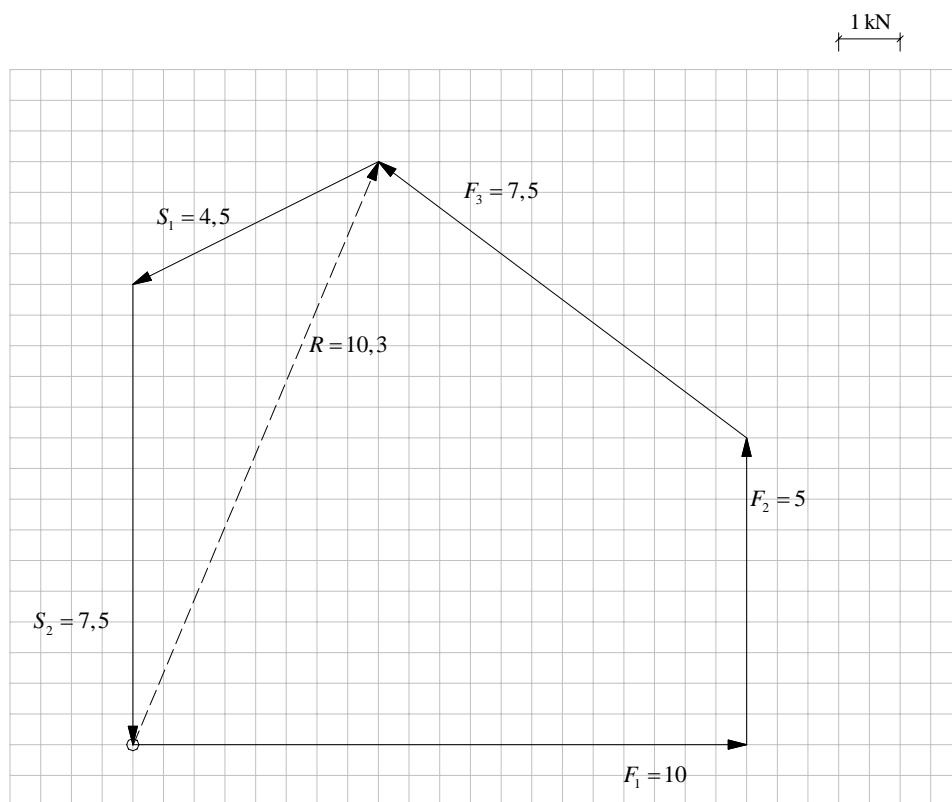
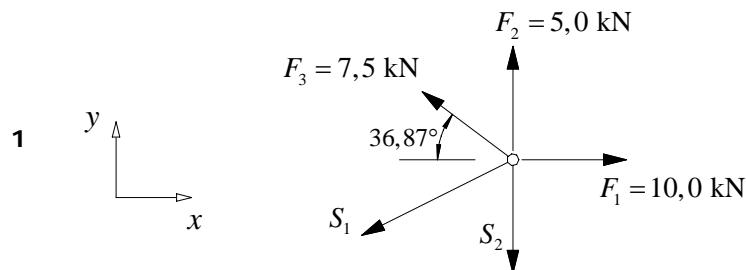
Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.



## Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 16. 7. 2007

Aufgabe 1  $\sum 25$ 

1  $F_1$

1  $F_2$

1  $F_3$

2  $R = 10,3 \text{ kN}$

2  $S_1 = +4,5 \text{ kN}$

2  $S_2 = +7,5 \text{ kN}$

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

3  $\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -7,5 \cdot \cos 36,87^\circ \\ +7,5 \cdot \sin 36,87^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ +4,5 \end{bmatrix}$

1  $\underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +10 + 0 - 6 \\ 0 + 5 + 4,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ +9,5 \end{bmatrix}$

1  $|R| = R = \sqrt{4^2 + 9,5^2} = 10,3 \text{ kN}$

Richtungsvektoren  $\underline{A}$ ;  $\underline{B}$  in Richtung der Stabkräfte  $\underline{S}_1$ ;  $\underline{S}_2$ :

2  $\underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ +9,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -9,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

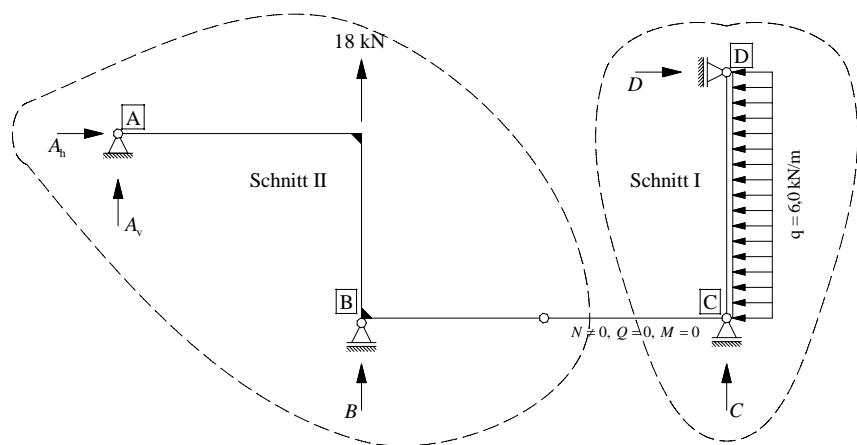
$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-4) \cdot (-1) - (-2) \cdot 0 = +4$$

$$4 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{0 \cdot (-9,5) - (-1) \cdot (-4)}{4} = +1$$

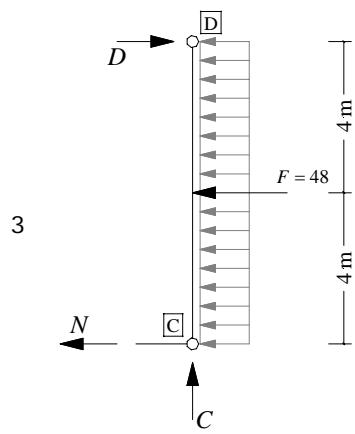
$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-4) \cdot (-9,5) - (-2) \cdot (-4)}{4} = +7,5$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +1 \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = \sqrt{4^2 + 2^2} = +4,47 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +7,5 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = -|\underline{S}_2| = +7,5 \cdot \sqrt{1^2} = +7,5 \text{ kN (Zug)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 25$ 

Schnitt I

Äquivalente Einzellast zu  $q$ 

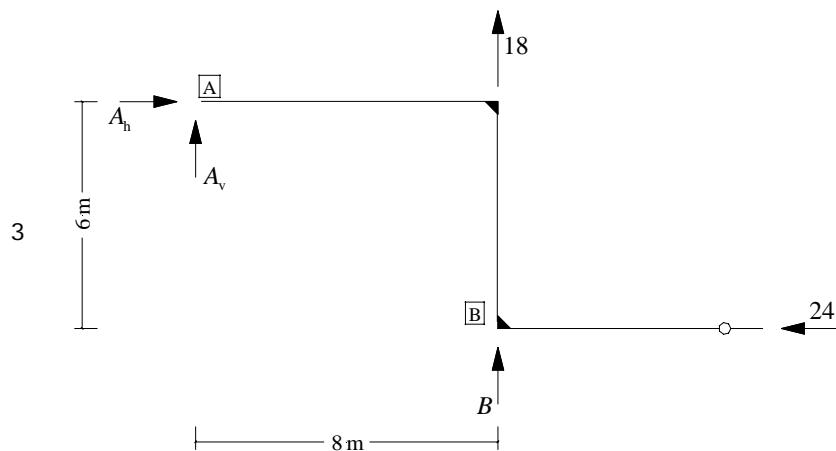
$$2 \quad F = 6,0 \cdot 8 = 48 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow C = 0$$

$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -D \cdot 8 + 48 \cdot 4 = 0 \rightarrow D = +24 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum H = 0 : +D - N - 48 = 0 \rightarrow N = -24 \text{ kN (Druck)}$$

Schnitt II



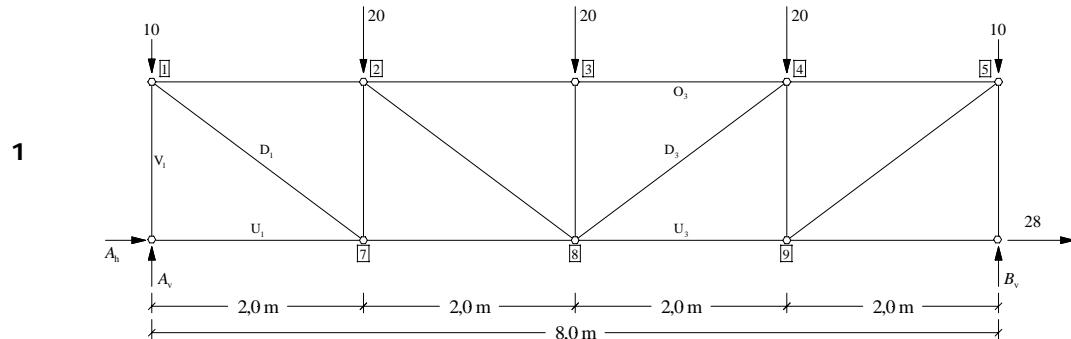
$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow A_h = +24 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -A_h \cdot 6 - A_v \cdot 8 = 0 \rightarrow A_v = -A_h \cdot \frac{6}{8} = -18$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow -A_v - 18 - B = 0 \rightarrow B = 0$$

**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 

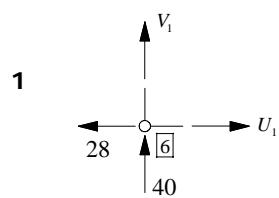
Auflagerkräfte



1  $\sum H = 0 \rightarrow A_h = -28$

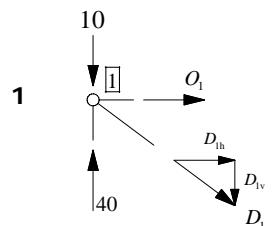
1  $\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8,0 + 10 \cdot 8,0 + 20 \cdot (6,0 + 4,0 + 2,0) = 0 \rightarrow A_v = +40 \text{ kN}$

1  $\sum V = 0 \rightarrow B_v = +40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei **[6]**

1  $\sum V = 0: V_1 = -40 \text{ kN}$

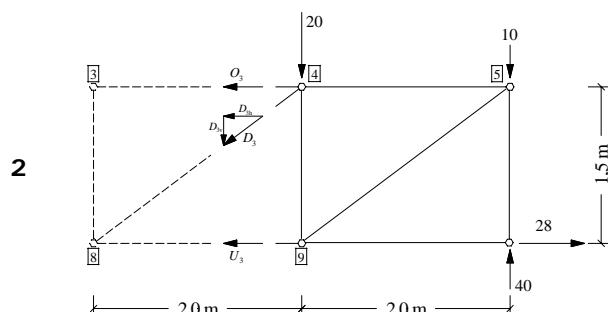
1  $\sum H = 0: U_1 = +28 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei **[1]**

2  $\sum V = 0: +10 - 40 + D_{1v} = 0 \rightarrow D_{1v} = +30 \text{ kN}$

2  $\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{1h} = \frac{2 \cdot D_{1v}}{1,5} = +40 \text{ kN}$

2  $D_1 = +\sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = +\sqrt{30^2 + 40^2} \rightarrow D_1 = +50 \text{ kN}$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

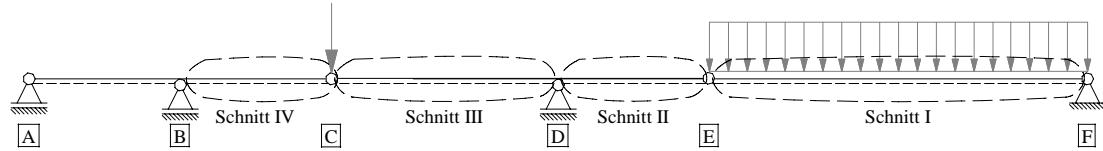
2  $\sum M^{(8)} = 0: +O_3 \cdot 1,5 - 20 \cdot 2,0 - 10 \cdot 4,0 + 40 \cdot 4,0 = 0 \rightarrow O_3 = -53,33 \text{ kN}$

2  $\sum M^{(4)} = 0: -U_3 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2,0 + 40 \cdot 2,0 + 28 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow U_3 = +68 \text{ kN}$

2  $\sum V = 0: +D_{3v} + 20 + 10 - 40 = 0 \rightarrow D_{3v} = +10 \text{ kN}$

2  $\frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{3h} = \frac{2 \cdot D_{3v}}{1,5} = +13,33 \text{ kN}$

1  $D_3 = +\sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = +\sqrt{10^2 + 13,33^2} \rightarrow D_3 = +16,67 \text{ kN}$

**Aufgabe 4**  $\sum 25$ **Schnitt I**

1  $\sum M^{(F)} = 0:$

$$1 -Q_l \cdot 2,5 + 24 \cdot \frac{2,5}{5} = 0 \rightarrow Q_l = +12,0 \text{ kN}$$

1  $\sum V = 0: Q_r = -Q_l = -12,0 \text{ kN}$

1  $M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = +7,5 \text{ kNm}$

**Schnitt II**

1  $\sum V = 0: \rightarrow Q_l = +12 \text{ kN}$

1  $\sum M^{(D)} = 0: -M_l - 12 \cdot 1,0 = 0 \rightarrow M_l = -12 \text{ kNm}$

**Schnitt III**

1  $\sum M^{(D)} = 0: -Q_l \cdot 1,5 - 12 = 0 \rightarrow Q_l = -8 \text{ kN}$

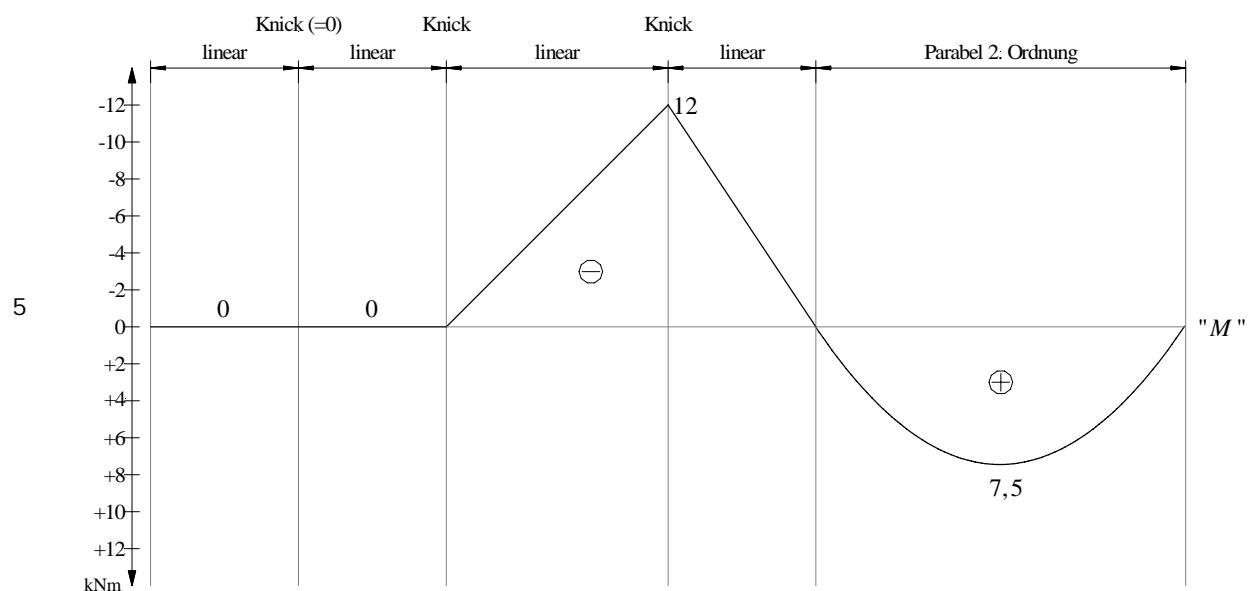
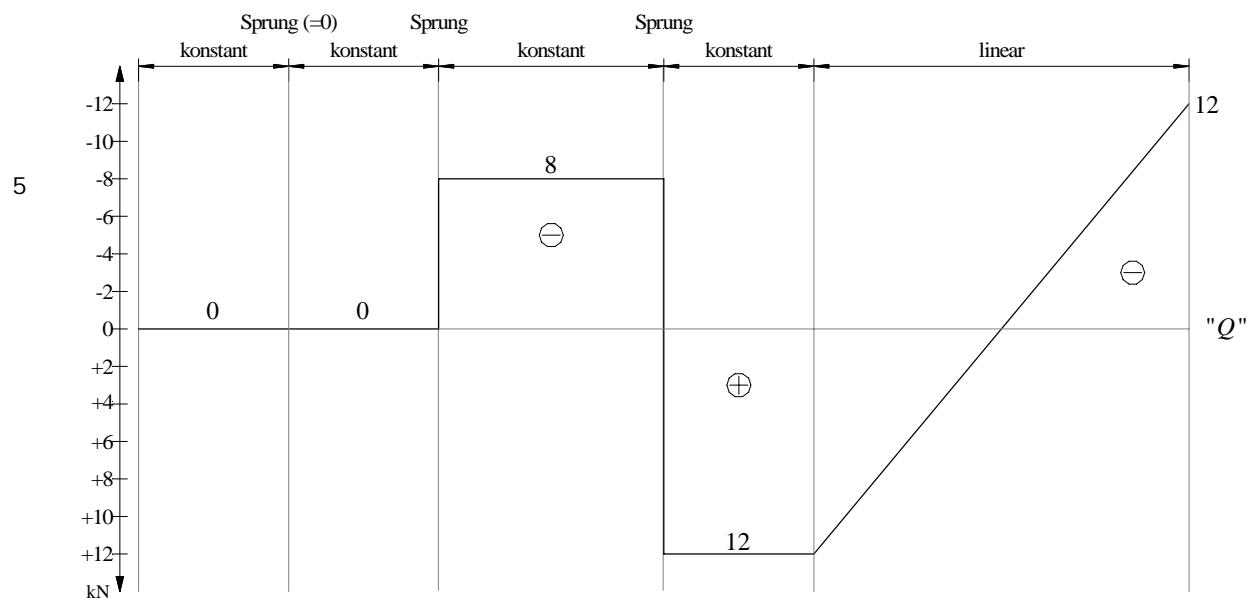
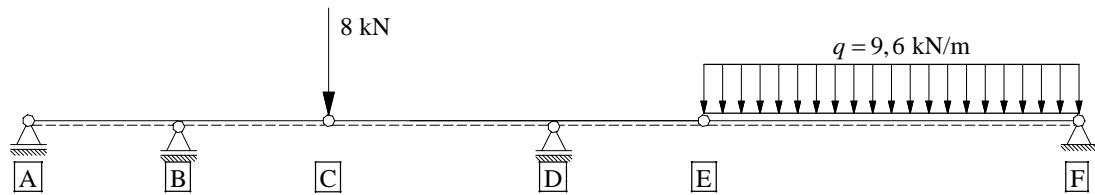
1  $\sum V = 0: \rightarrow Q_r = -8 \text{ kN}$

**Schnitt IV**

1  $\sum V = 0: \rightarrow Q_l = 0$

1  $\sum M^{(B)} = 0: \rightarrow M_l = 0$

2 Abschnitt A-B unbelastet



**Prüfung Technische Mechanik I vom 11. 2. 2008**

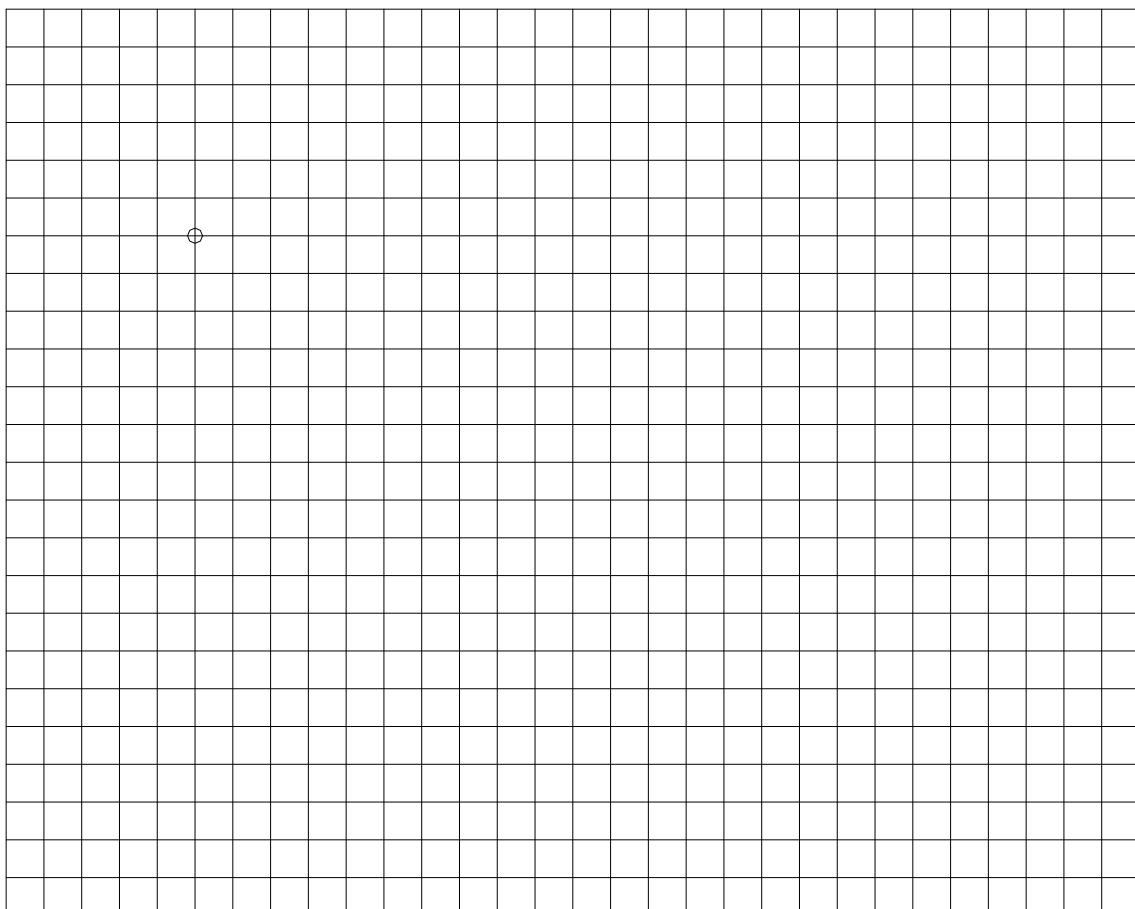
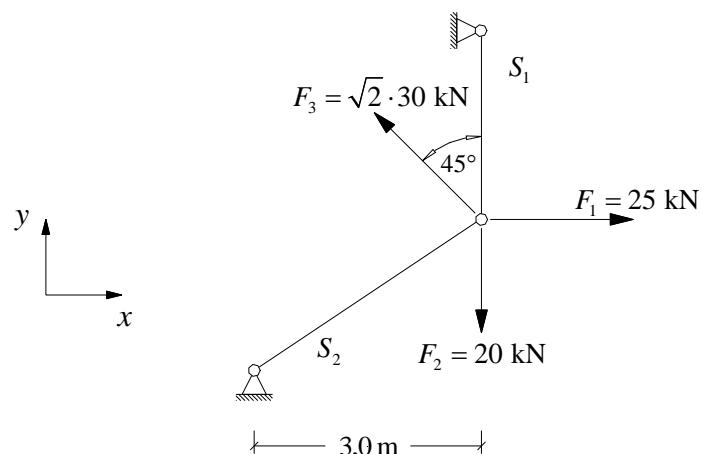
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

**Aufgabe 1 (25 Punkte)**

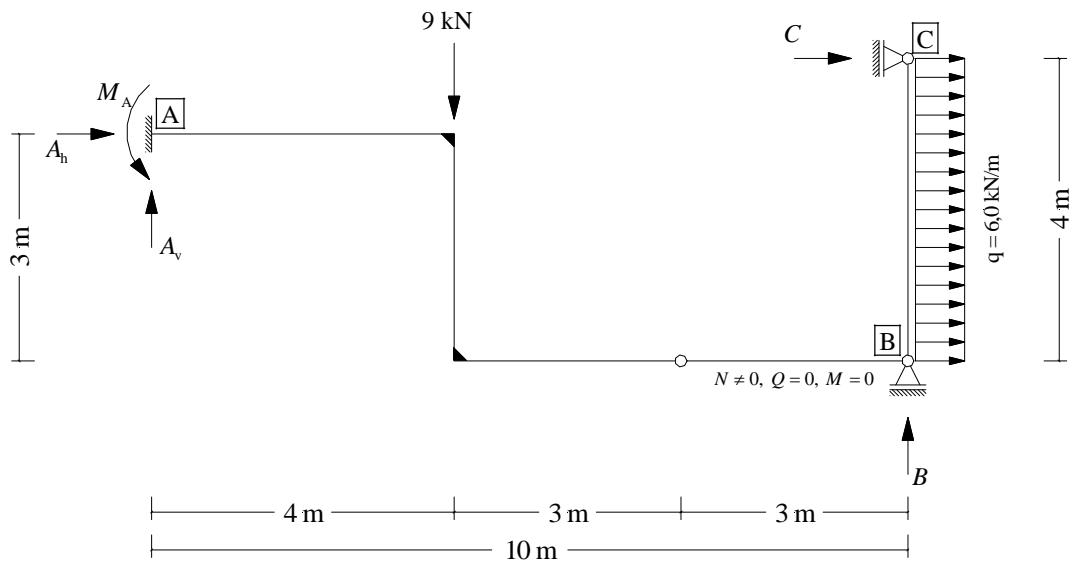
Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$

- durch grafische Lösung,
- mit Hilfe der Vektorrechnung.



### Aufgabe 2 (25 Punkte)

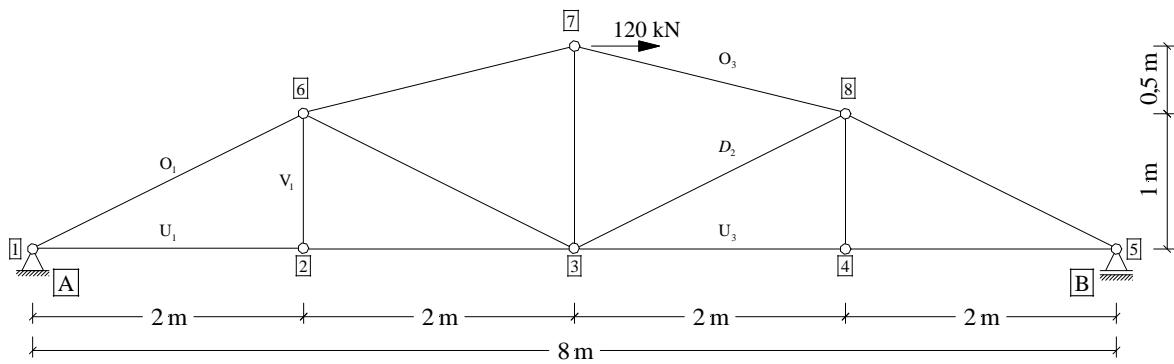
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

$O_1, U_1, V_1$  und  $O_3, D_2, U_3$

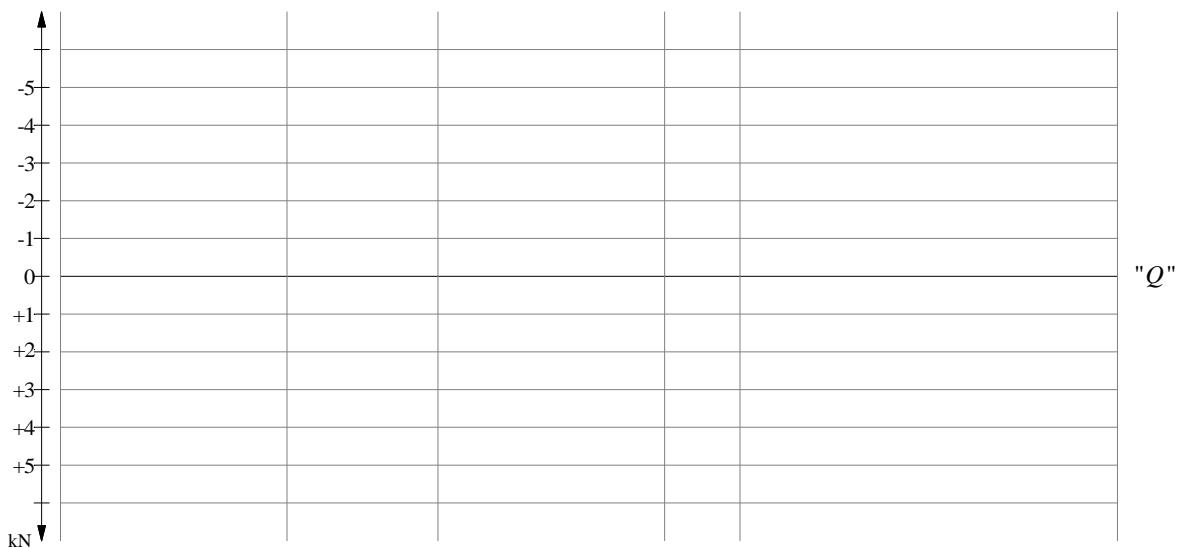
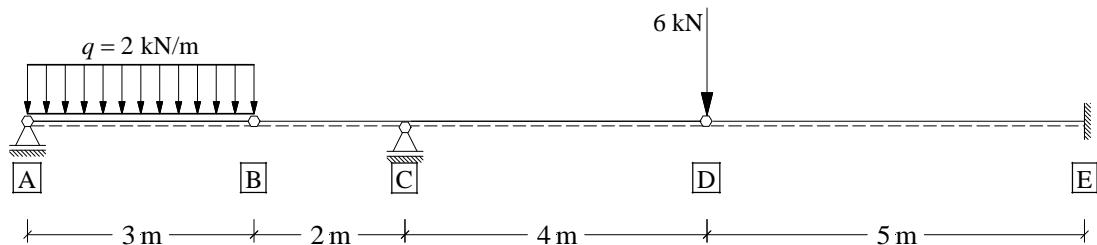


### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

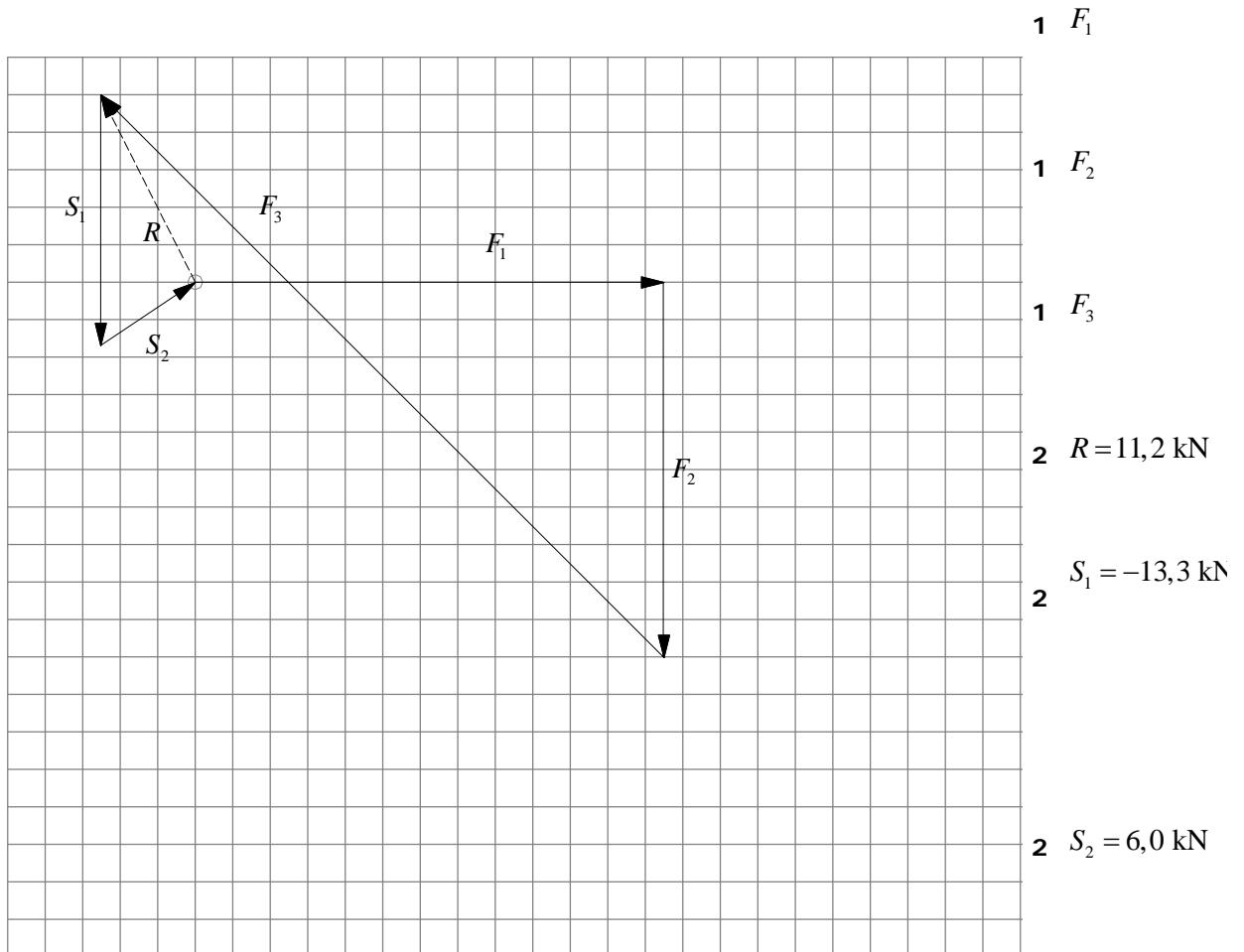
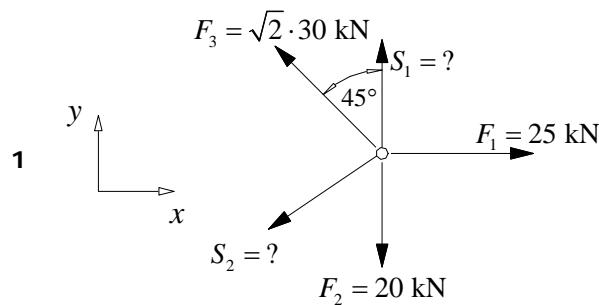
Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.



**Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 11. 2. 2008**

**Aufgabe 1**  $\sum 25$



b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +25 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -20 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -30 \\ +30 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +25 + 0 - 30 \\ 0 - 20 + 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ +10 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Stabkräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ +10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5 \\ -10 \end{bmatrix}$$

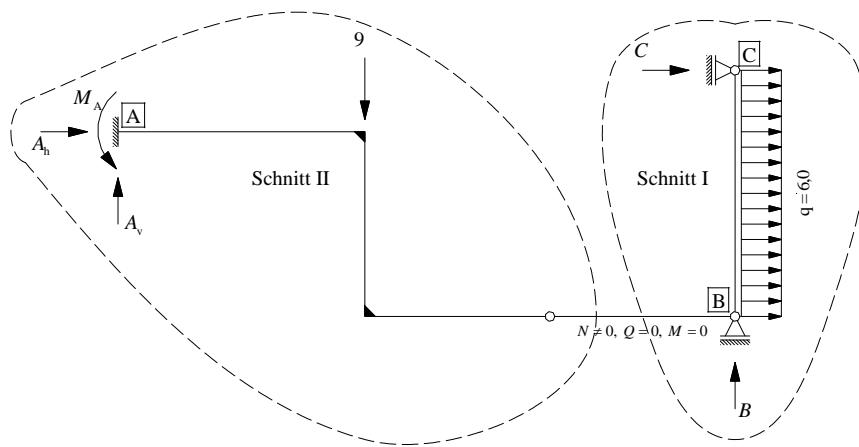
Lösung:

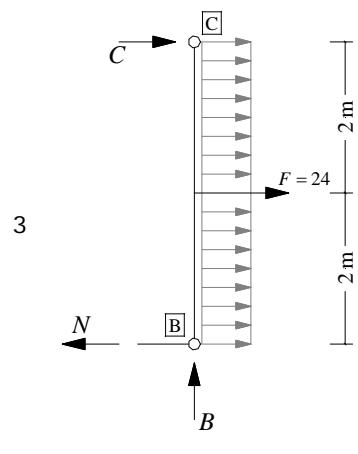
$$4 \quad 0 \cdot a - 3 \cdot b = +5 \rightarrow b = \frac{-5}{3} = -1,667$$

$$1 \cdot a - 2 \cdot \frac{-5}{3} = +6 \rightarrow a + \frac{10}{3} = -10 \rightarrow a = -\frac{30}{3} - \frac{10}{3} = -\frac{40}{3} = -13,333$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -13,333 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -13,333 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = -1,667 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = +|\underline{S}_2| = -1,667 \cdot \sqrt{3^2 + 2^2} = -6,009 \text{ kN (Druck)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 25$ 

**Schnitt I**

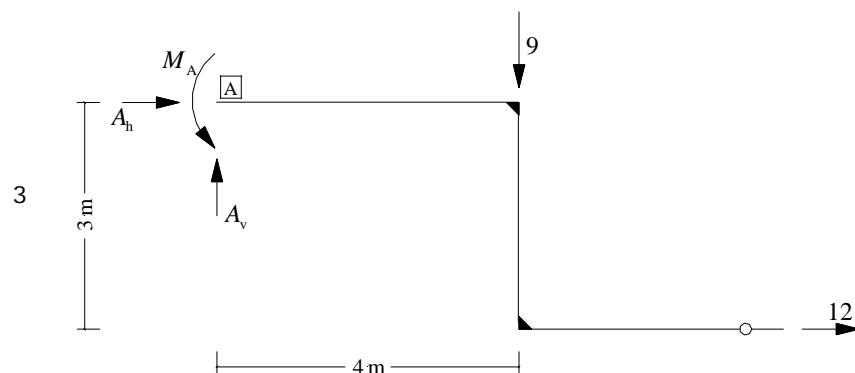
 Äquivalente Einzellast zu  $q$ 


$$2 \quad F = 6.0 \cdot 4 = 24 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow B = 0$$

$$3 \quad \sum M^{(B)} = 0: -C \cdot 4 + 24 \cdot 2 = 0 \rightarrow C = -12 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum H = 0: +C - N + 24 = 0 \rightarrow N = +12 \text{ kN (Zug)}$$

**Schnitt II**


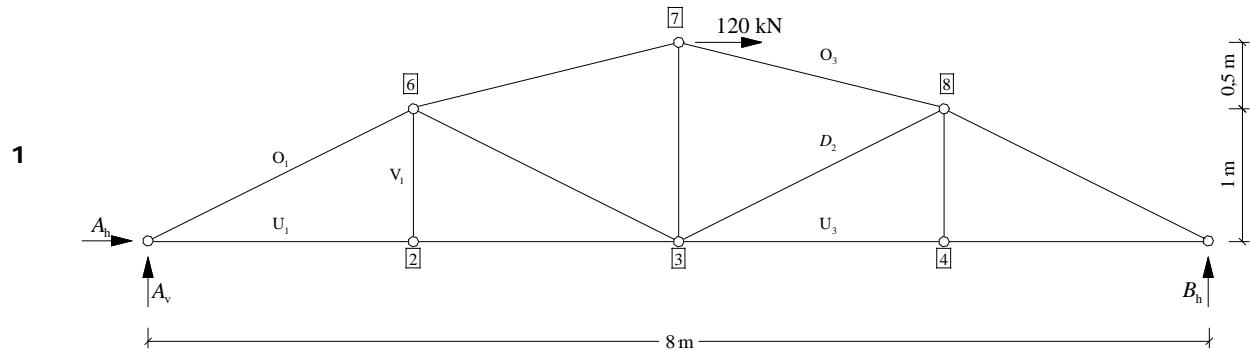
$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow A_h = -12 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow A_v = +9$$

$$3 \quad \sum M^{(A)} = 0: +M_A - 9 \cdot 4 + 12 \cdot 3 = 0 \rightarrow M_A = 0$$

**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 

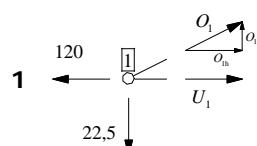
Auflagerkräfte



$$1 \quad \sum H = 0: \rightarrow A_h = -120$$

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8,0 - 120 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow A_v = -22,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow B_v = +22,5 \text{ kN}$$

 Knotenschnitt bei **[1]**

 2  $\sum V = 0:$ 

$$O_{1v} = +22,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{2,0}{1,0} \rightarrow O_{1h} = 2 \cdot O_{1v}$$

$$O_{1h} = +45 \text{ kN}$$

$$1 \quad O_1 = +\sqrt{(22,5)^2 + (45)^2}$$

$$O_1 = +50,31 \text{ kN}$$

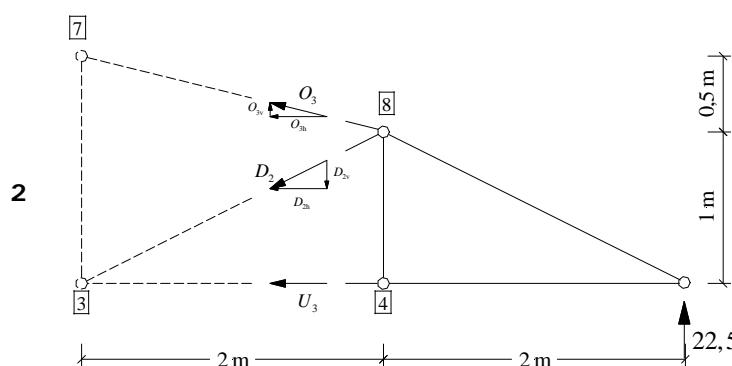
$$2 \quad \sum H = 0: -120 + O_{1h} + U_1 = 0$$

$$U_1 = +75 \text{ kN}$$

 Knotenschnitt bei **[2]**

2

$$V_1 = 0$$


 Rittersches Schnittverfahren mit  
rechter Trägerseite

$$2 \quad \sum M^{(8)} = 0: -U_3 \cdot 1,0 + 22,5 \cdot 2,0 = 0 \quad U_3 = +45 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(3)} = 0: +O_{3h} \cdot 1,5 + 22,5 \cdot 4,0 = 0 \quad O_{3h} = -60 \text{ kN}$$

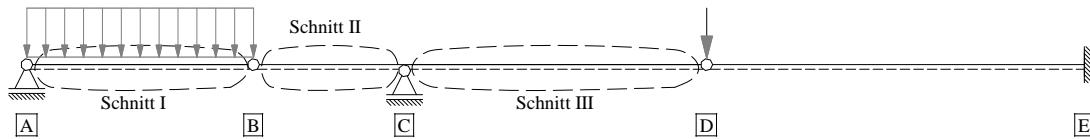
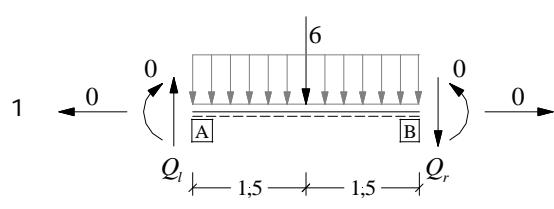
$$1 \quad \frac{O_{3v}}{O_{3h}} = \frac{0,5}{2,0} \rightarrow O_{3v} = 0,25 \cdot O_{3h} \quad O_{3v} = -15 \text{ kN}$$

$$1 \quad O_3 = -\sqrt{O_{3v}^2 + O_{3h}^2} = -\sqrt{15^2 + 60^2} = -61,85 \quad O_3 = -61,85 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: -O_{3h} - D_{2h} - U_3 = 0 \rightarrow +60 - D_{2h} - 45 = 0 \quad D_{2h} = +15 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{D_{2v}}{D_{2h}} = \frac{1,0}{2,0} \rightarrow D_{2v} = 0,5 \cdot D_{2h} \quad D_{2v} = +7,5 \text{ kN}$$

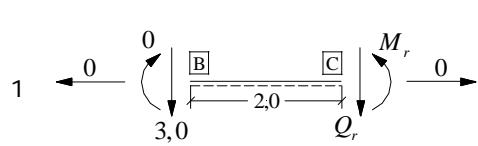
$$1 \quad D_2 = +\sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} = +\sqrt{7,5^2 + 15^2} = +16,77 \quad D_2 = +16,77 \text{ kN}$$

**Aufgabe 4**  $\sum 25$ 

**Schnitt I**


$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: -Q_l \cdot 3 + 6 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow Q_l = +3,0 \text{ kN}$$

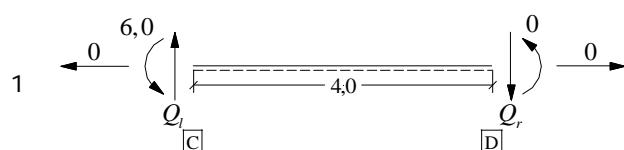
$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 6 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -3,0 \text{ kN}$$

$$2 \quad M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{2 \cdot 3^2}{8} = +2,25 \text{ kNm}$$

**Schnitt II**


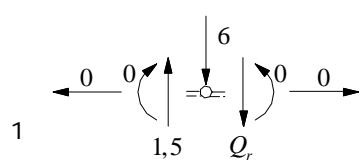
$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow Q_r = -3 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: +M_r + 3,0 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow M_r = -6,0 \text{ kNm}$$

**Schnitt III**


$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: -Q_r \cdot 4 + 6,0 = 0 \rightarrow Q_r = +1,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} \rightarrow Q_l = Q_r = +1,5 \text{ kN}$$

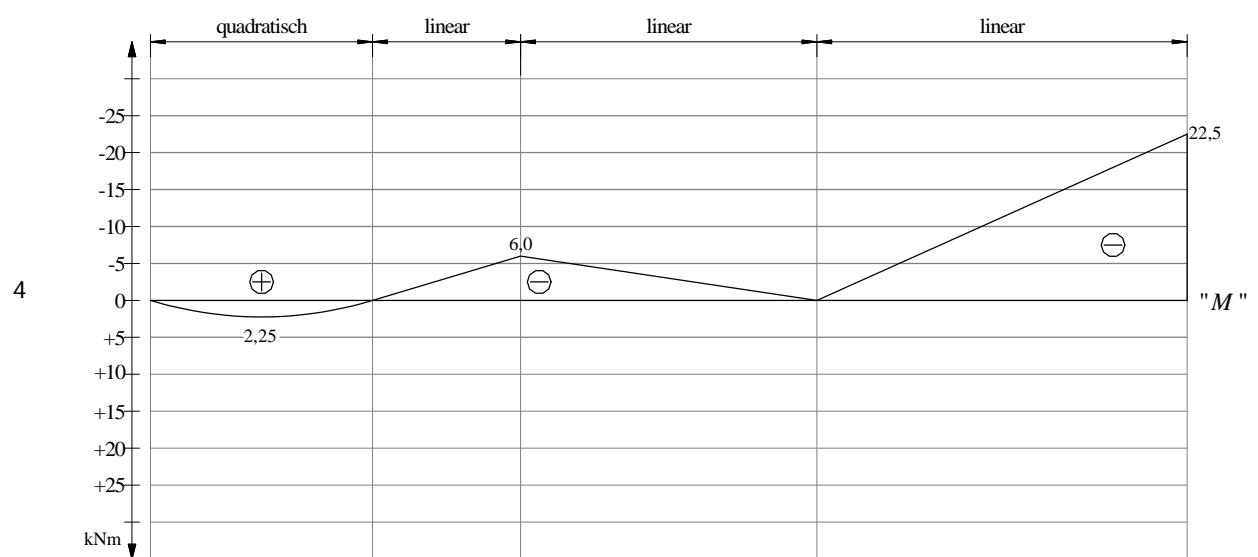
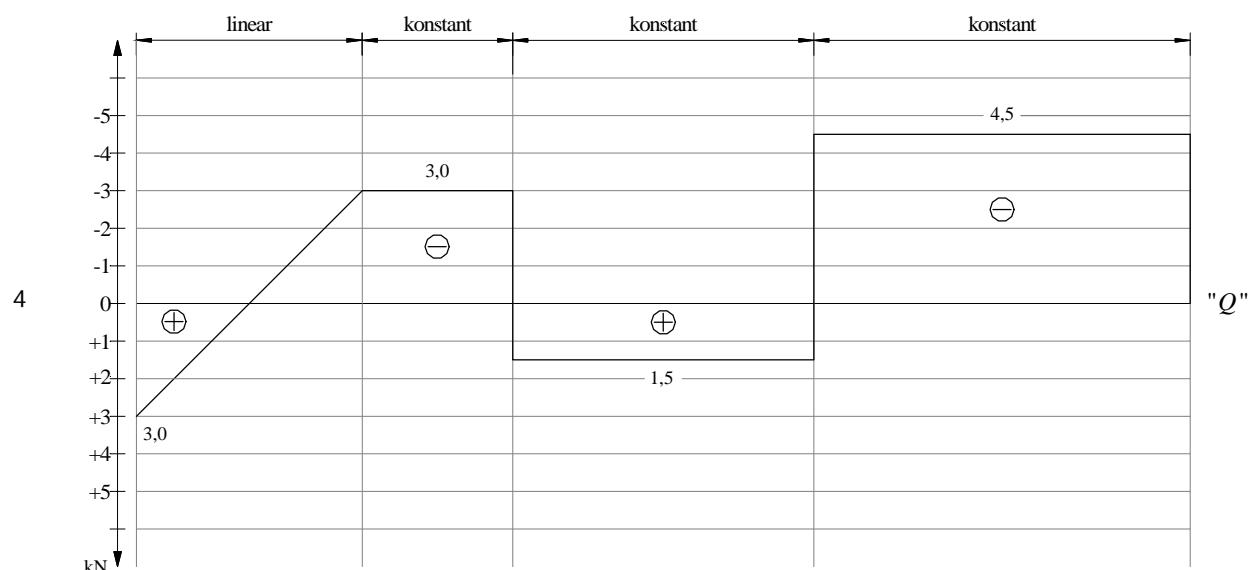
**Schnitt um Punkt D**


$$1 \quad \sum V = 0: -1,5 + 6 - Q_l = 0 \rightarrow Q_l = -4,5$$

$$1 \quad \text{Abschnitt } [D] - [E]: q(x) = 0$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} = -4,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = 0 + -4,5 \cdot 5 = -22,5 \text{ kNm}$$



# Prüfung Technische Mechanik I vom 8. 7. 2008

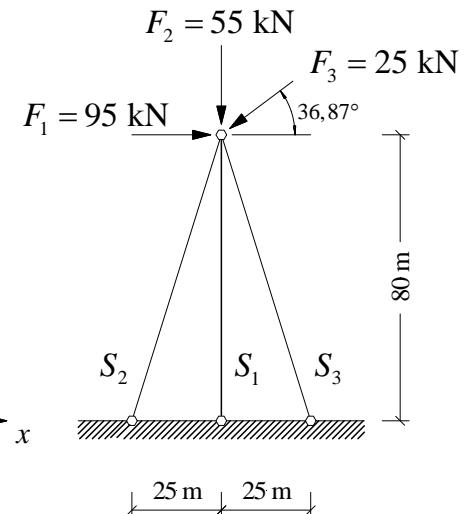
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

## Aufgabe 1 (15 Punkte)

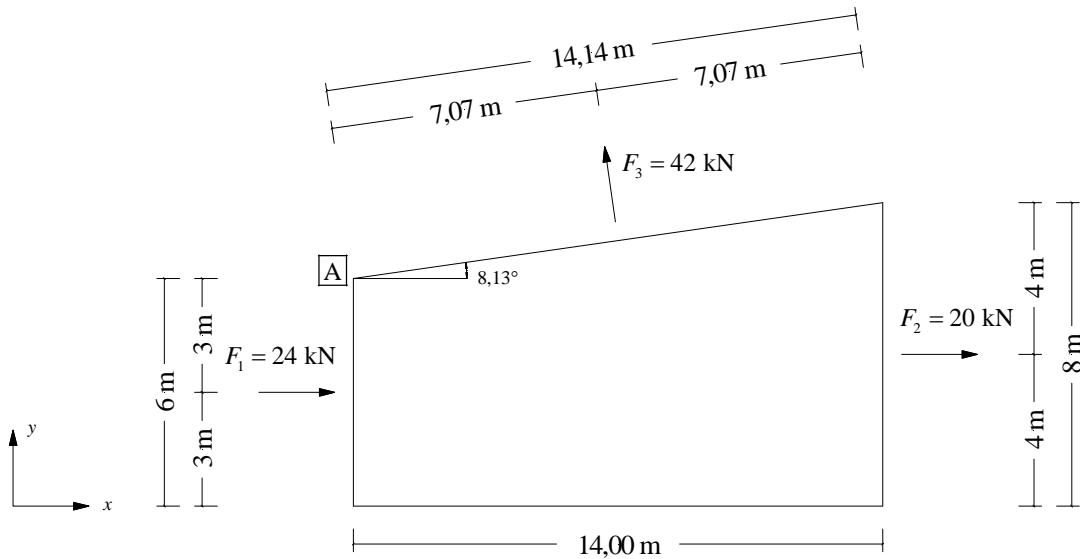
Am oberen Ende eines senkrechten Masts greifen drei Kräfte an. Der Mast ist durch zwei Seile gehalten.

Berechnen Sie die Kräfte  $S_1$ ,  $S_2$  und  $S_3$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



## Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

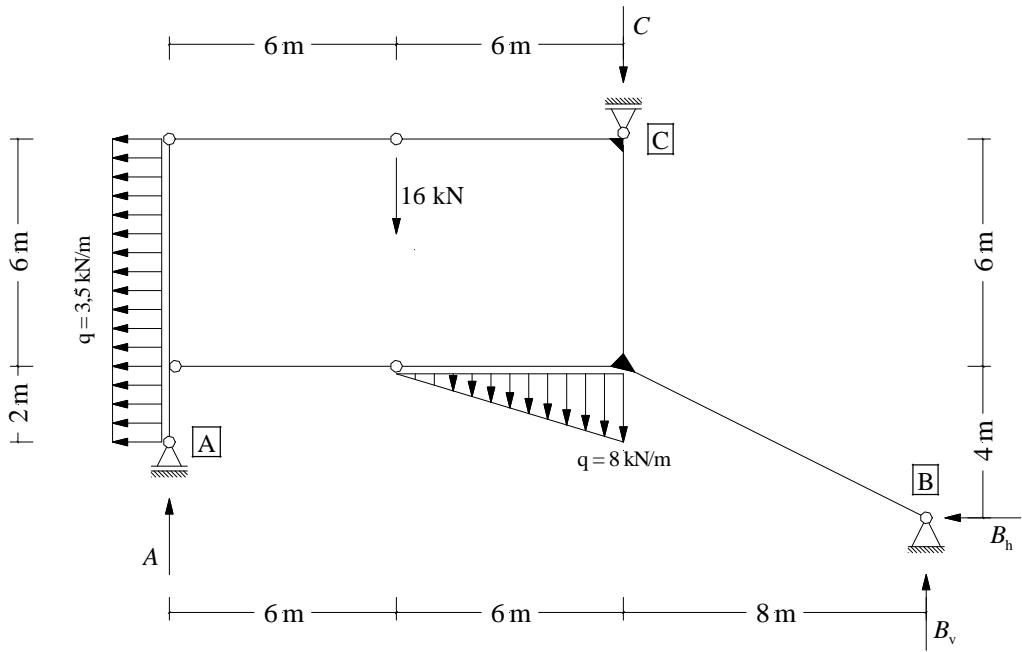


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

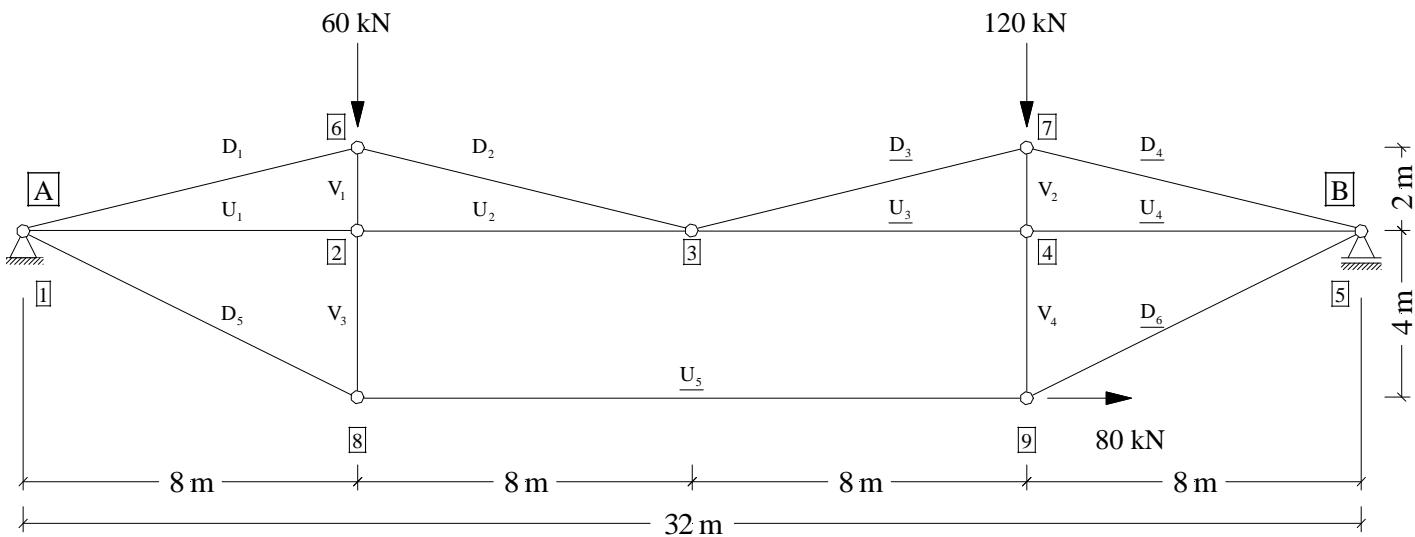
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

$D_3, U_3, U_5$  und  $D_4, U_4, D_6$

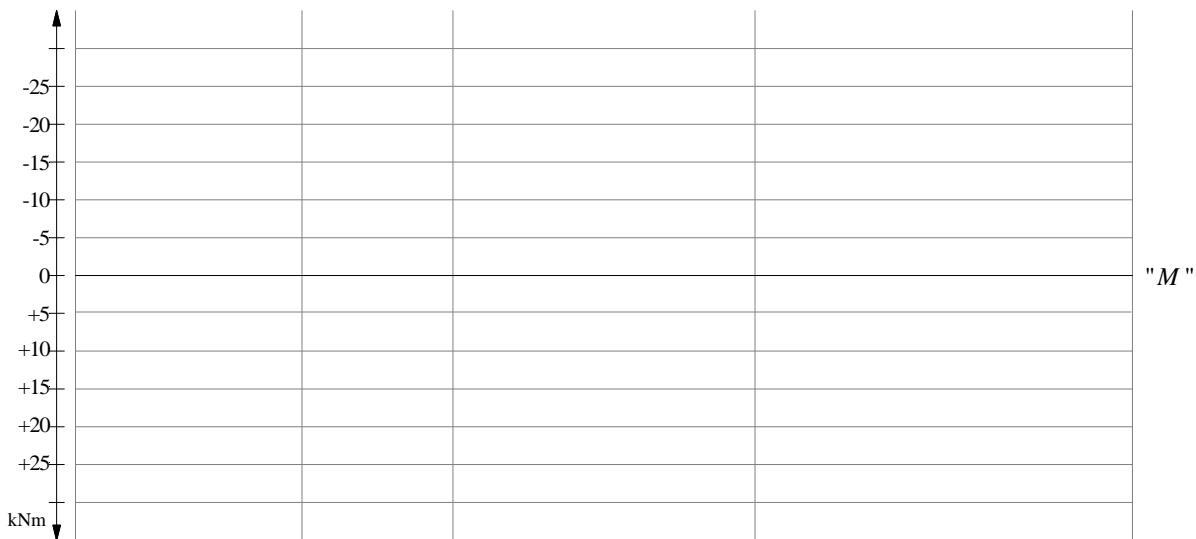
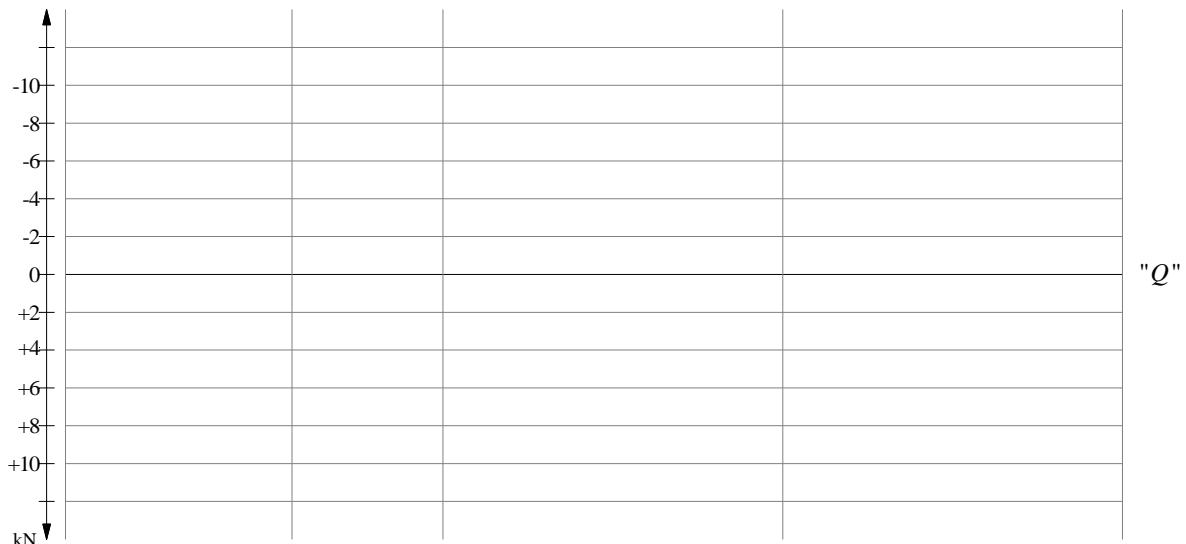
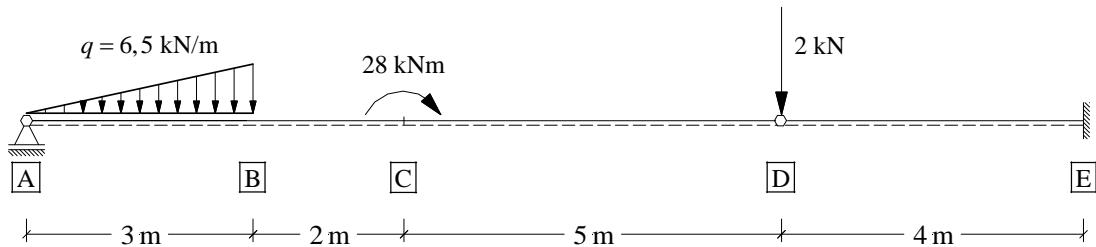


### Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System. Berechnen Sie für den Abschnitt **A** - **B** die Nullstelle der Querkraft sowie dort den Wert des Momentes.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezzeichneten Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.



## Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 8. 7. 2008

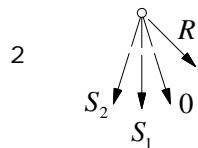
### Aufgabe 1 $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +95 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -55 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -25 \cdot \cos 36,87^\circ \\ -25 \cdot \sin 36,87^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ -15 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +95 + 0 - 20 \\ 0 - 55 - 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +75 \\ -70 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{75^2 + 70^2} = 102,59 \text{ kN}$$

Die Resultierende zeigt nach rechts  $\rightarrow$  Seilkraft  $S_3 = 0$



Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Kräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +75 \\ -70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -75 \\ +70 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$2 \quad 0 \cdot a - 25 \cdot b = -75 \rightarrow b = +3$$

$$-1 \cdot a - 80 \cdot \underbrace{b}_{+3} = +70 \rightarrow a + 240 = -70 \rightarrow a = -310$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -310 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -310 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +3 \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = +|\underline{S}_2| = +3 \cdot \sqrt{25^2 + 80^2} = +251,45 \text{ kN (Zug)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 10$ 

 a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$ 

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +24 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +20 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -42 \cdot \sin 8,13^\circ \\ +42 \cdot \cos 8,13^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,94 \\ +41,58 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +24 + 20 - 5,94 \\ 0 + 0 + 41,58 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +38,06 \\ +41,58 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{38,06^2 + 41,58^2} = 56,37 \text{ kN}$$

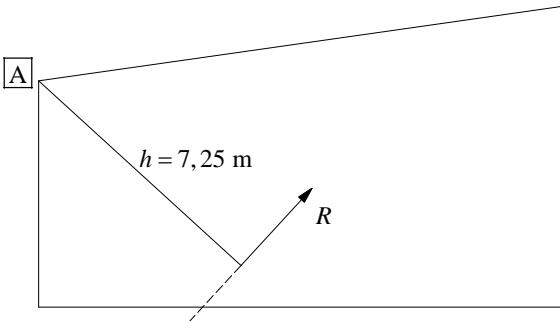
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{41,58}{38,06} = 1,092 \rightarrow \alpha = 47,5^\circ$$

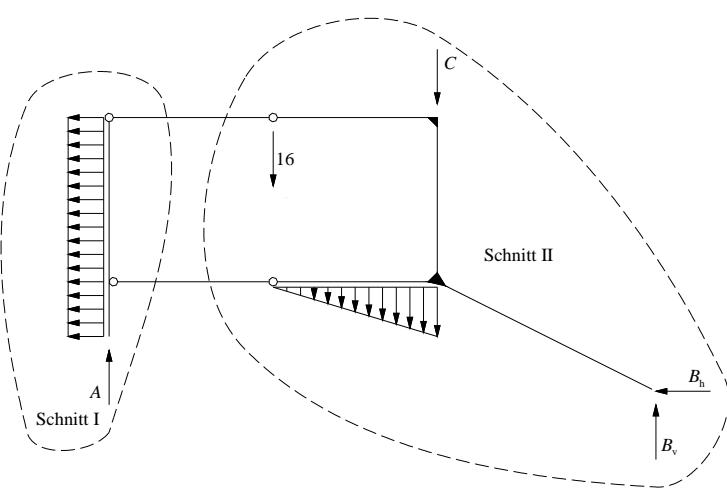
 b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$ 

$$3 \quad M_R^{(A)} = +24 \cdot 3,0 + 20 \cdot 2,0 + 42 \cdot 7,07 = +408,94 \text{ kNm}$$

 c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$ 

$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{408,94}{56,37} = 7,25 \text{ m}$$



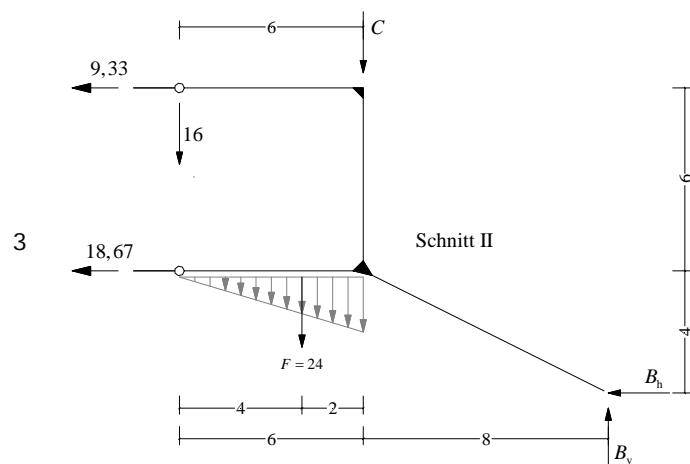
**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 


Schnitt I

$2 \quad F = 3,5 \cdot 8 = 28 \text{ kN}$   
 $3 \quad \sum V = 0 \rightarrow A = 0$   
 $3 \quad \sum M^{(i)} = 0: -28 \cdot 4 + N_2 \cdot 6 = 0 \rightarrow N_2 = +18,67 \text{ kN}$   
 $3 \quad \sum H = 0: -28 + N_1 + 18,67 = 0 \rightarrow N_1 = +9,33 \text{ kN (Zug)}$

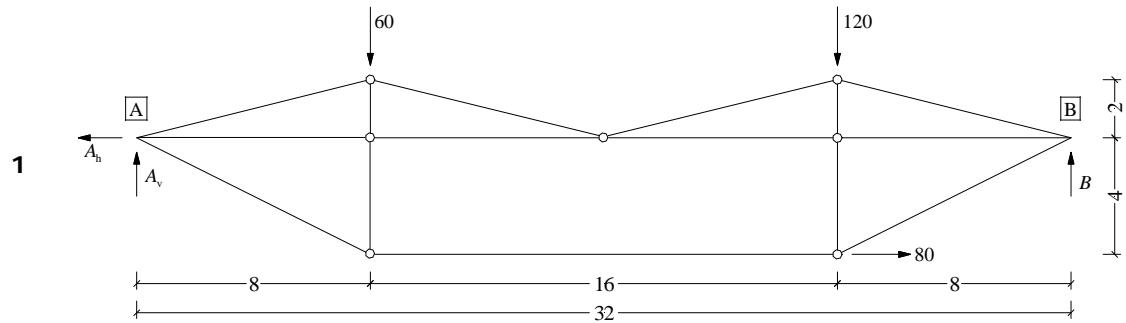
3 Gesamtsystem:  $\sum H = 0: -28 - B_h = 0 \rightarrow B_h = -28 \text{ kN}$

Schnitt II



3  $\sum M^{(B)} = 0: -9,33 \cdot 10 - 16 \cdot 14 - 18,67 \cdot 4 - 24 \cdot 10 - C \cdot 8 = 0 \rightarrow C = -79 \text{ kN}$

2  $\sum V = 0: 16 + 24 - 79 - B_v = 0 \rightarrow B_v = -39 \text{ kN}$

**Aufgabe 4**  $\sum 25$ 


1  $\sum H = 0 \rightarrow$

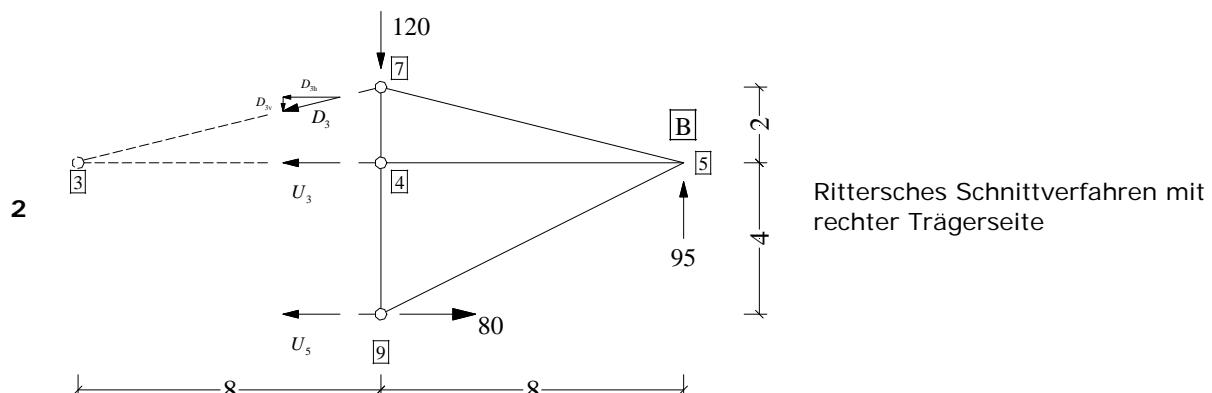
$A_h = +80$

1  $\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 32 + 60 \cdot 24 + 120 \cdot 8 + 80 \cdot 4 = 0 \rightarrow$

$A_v = +85 \text{ kN}$

1  $\sum V = 0 \rightarrow$

$B_v = +95 \text{ kN}$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

2  $\sum M^{(3)} = 0: -U_5 \cdot 4 - 120 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 95 \cdot 16 = 0$

$U_5 = +220 \text{ kN}$

2  $\sum M^{(7)} = 0: -U_3 \cdot 2 - 220 \cdot 6 + 80 \cdot 6 + 95 \cdot 8 = 0$

$U_3 = -40 \text{ kN}$

1  $\sum H = 0: -D_{3h} + 40 - 220 + 80 = 0 \rightarrow$

$D_{3h} = -100 \text{ kN}$

1  $\frac{D_{3v}}{D_{3h}} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow D_{3v} = 0,25 \cdot D_{3h}$

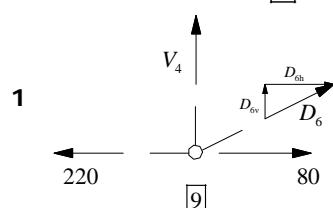
$D_{3v} = -25 \text{ kN}$

2  $D_3 = -\sqrt{100^2 + 25^2} = -103,08 \text{ kN}$

$D_3 = -103,08 \text{ kN}$

1  $U_4 = U_3 = -40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 9



1  $\sum H = 0: -220 + 80 + D_{6h} = 0 \rightarrow$

$D_{6h} = +140 \text{ kN}$

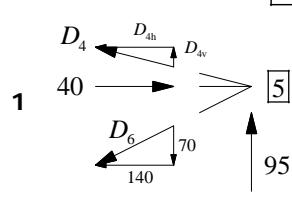
1  $\frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h}$

$D_{6v} = +70 \text{ kN}$

2  $D_6 = +\sqrt{140^2 + 70^2} = +156,52 \text{ kN}$

$D_6 = +156,52 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 5



1  $\sum H = 0: -D_{4h} + 40 - 140 = 0 \rightarrow$

$D_{4h} = -100 \text{ kN}$

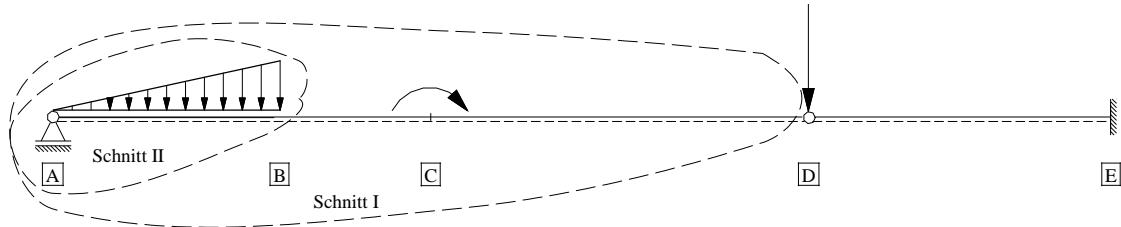
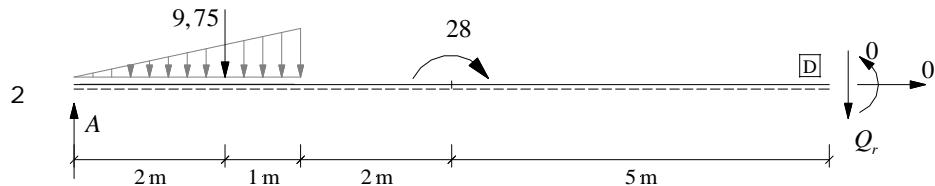
1  $\sum V = 0: -D_{4v} + 70 - 95 = 0 \rightarrow$

$D_{4v} = -25 \text{ kN}$

2  $D_4 = -\sqrt{100^2 + 25^2} = -103,08 \text{ kN}$

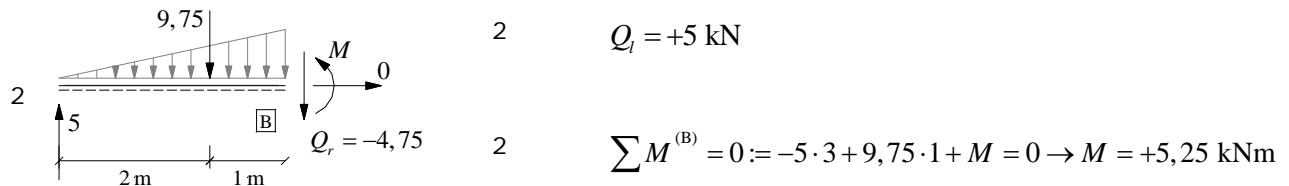
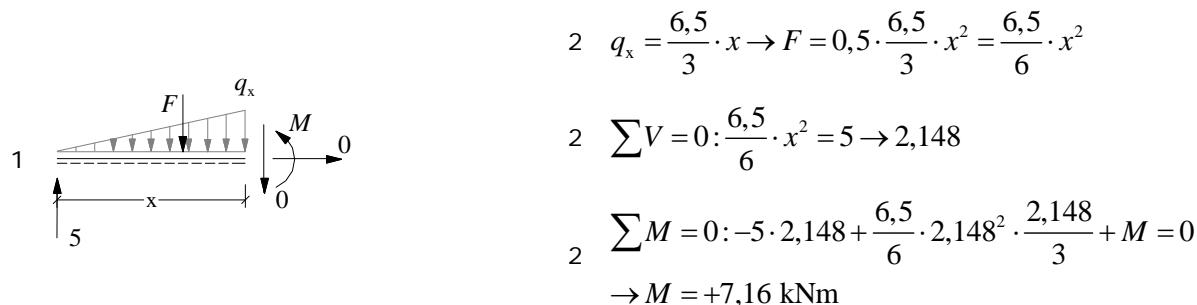
$D_4 = -103,08 \text{ kN}$

$\frac{D_{4v}}{D_{4h}} = 0,25 \quad \frac{25}{100} = 0,25 \rightarrow \text{Kontrolle ok}$

**Aufgabe 5**  $\sum 25$ 

**Schnitt I**


$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: -A \cdot 10 + 9,75 \cdot 8 - 28 = 0 \rightarrow A = +5,0 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0: -5,0 + 9,75 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -4,75 \text{ kN}$$

**Schnitt II**

**Nullstelle der Querkraftlinie**


$$2 \quad q_x = \frac{6,5}{3} \cdot x \rightarrow F = 0,5 \cdot \frac{6,5}{3} \cdot x^2 = \frac{6,5}{6} \cdot x^2$$

$$2 \quad \sum V = 0: \frac{6,5}{6} \cdot x^2 = 5 \rightarrow 2,148$$

$$2 \quad \sum M = 0: -5 \cdot 2,148 + \frac{6,5}{6} \cdot 2,148^2 \cdot \frac{2,148}{3} + M = 0 \\ \rightarrow M = +7,16 \text{ kNm}$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} = -4,75 \text{ kN}$$

$$1 \quad M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = 5,25 - 4,75 \cdot 2 = -4,25 \text{ kNm}$$

Abschnitt **[B]** - **[C]**:  $q(x) = 0$

Einzelmoment bei **[C]**: Sprung um  $+M$

$$2 \quad M_r = -4,25 + 28 = +23,75 \text{ kNm}$$

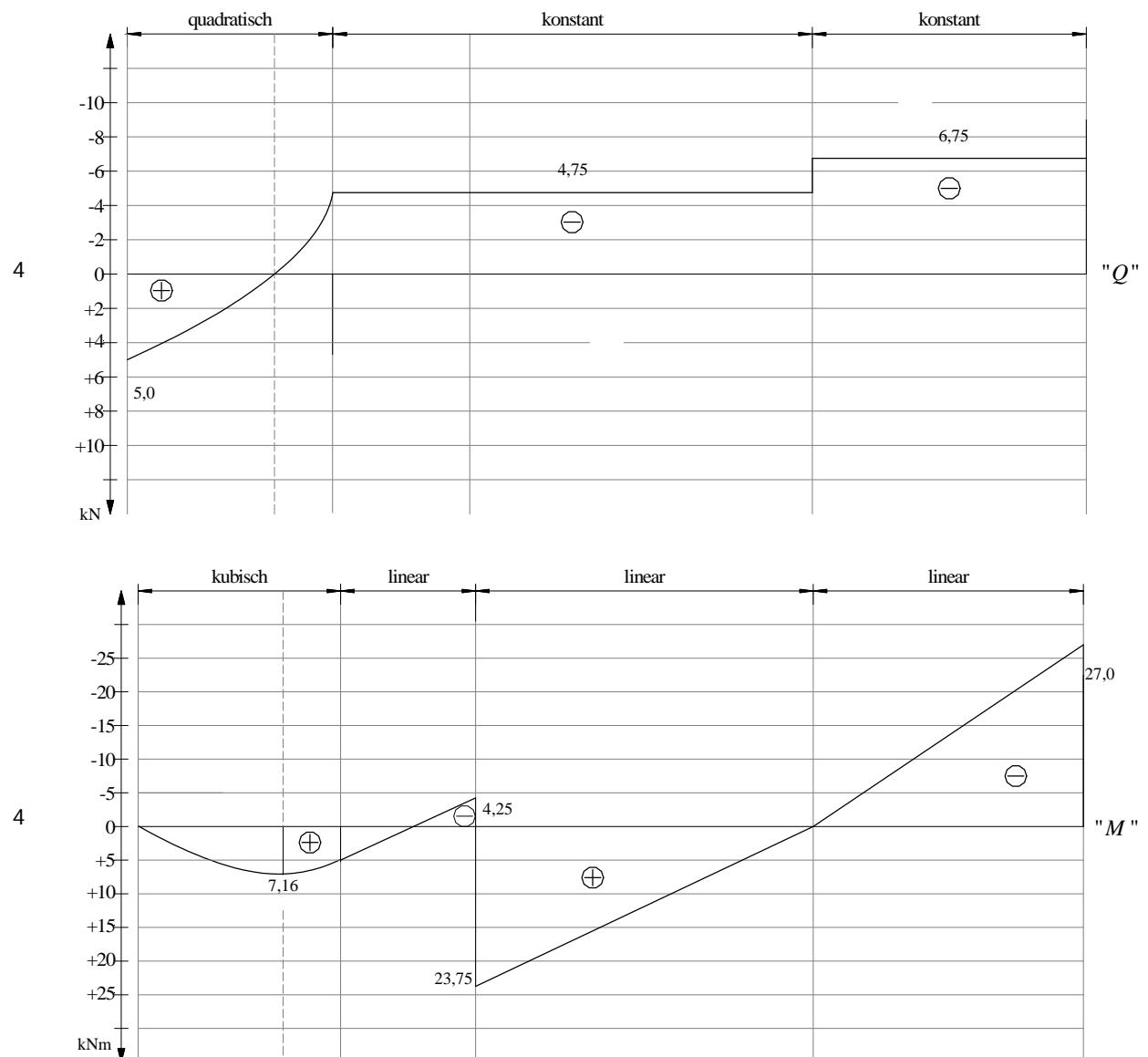
Einzelkraft bei **[D]**: Sprung um  $-F$

$$2 \quad Q_r = -4,75 - 2 = -6,75 \text{ kN}$$

Abschnitt **[D]** - **[E]**:  $q(x) = 0$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} = -6,75 \text{ kN}$$

$$1 \quad M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = -6,75 \cdot 4 = -27 \text{ kNm}$$



## Prüfung Technische Mechanik I vom 2. 2. 2009

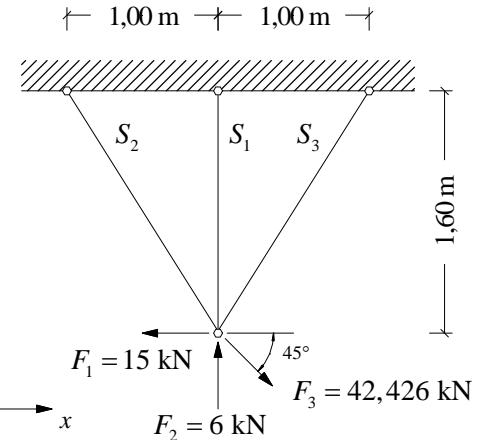
Name, Vorname: \_\_\_\_\_ Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

### Aufgabe 1 (15 Punkte)

Am unteren Ende eines aus drei Seilen bestehenden Tragwerks greifen drei Kräfte an. Aus der Richtung der Resultierenden folgt, dass entweder die Seilkraft  $S_2$  oder Seilkraft  $S_3$  zu Null werden muss.

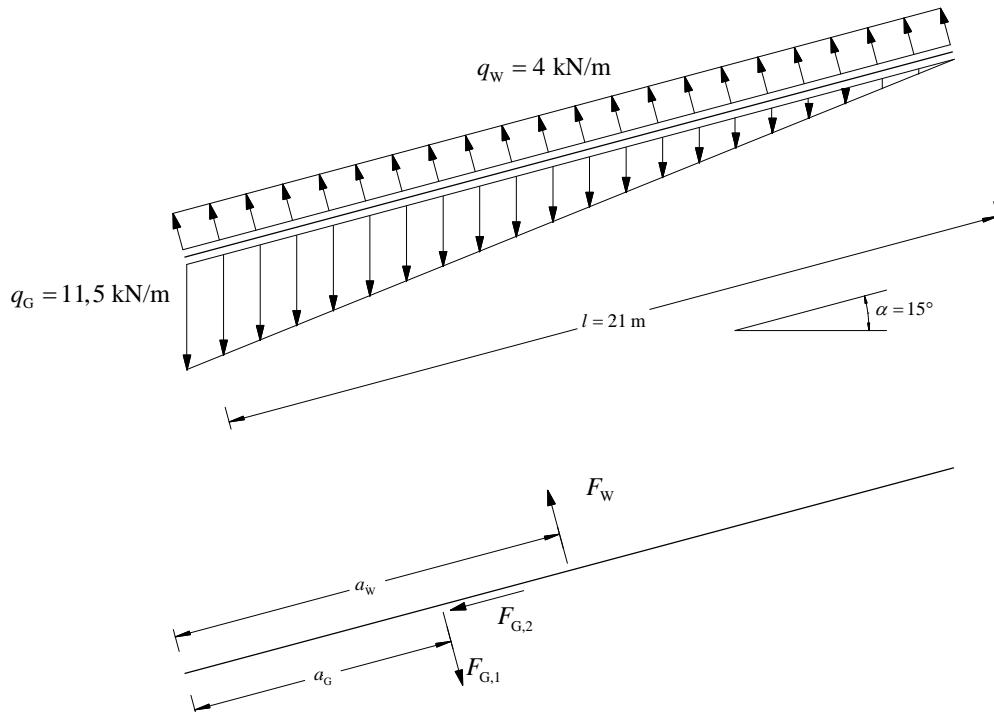
Berechnen Sie die Resultierende  $R$  sowie die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_2$  bzw.  $S_3$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen mit  $\alpha = 15^\circ$  geneigten Träger wirken die Windlast  $q_w$  und das Eigengewicht  $q_g$  ein.

$q_w$  wirkt senkrecht zur Trägerachse, die Richtung von  $q_g$  zeigt senkrecht nach unten.

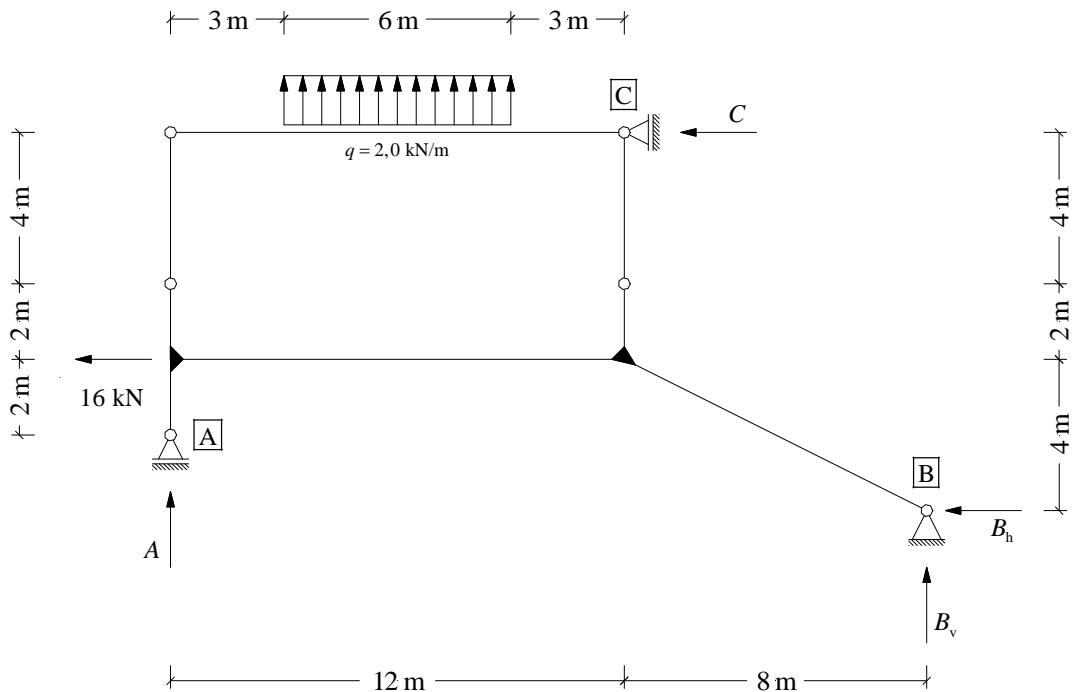


Ermitteln Sie die in der unteren Skizze eingetragenen resultierenden Kräfte:

- die aus  $q_w$  resultierende Kraft  $F_w$  und das zugehörige Maß  $a_w$
- die aus  $q_g$  resultierenden Kraftkomponenten  $F_{g,1}$  und  $F_{g,2}$  sowie das zugehörige Maß  $a_g$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

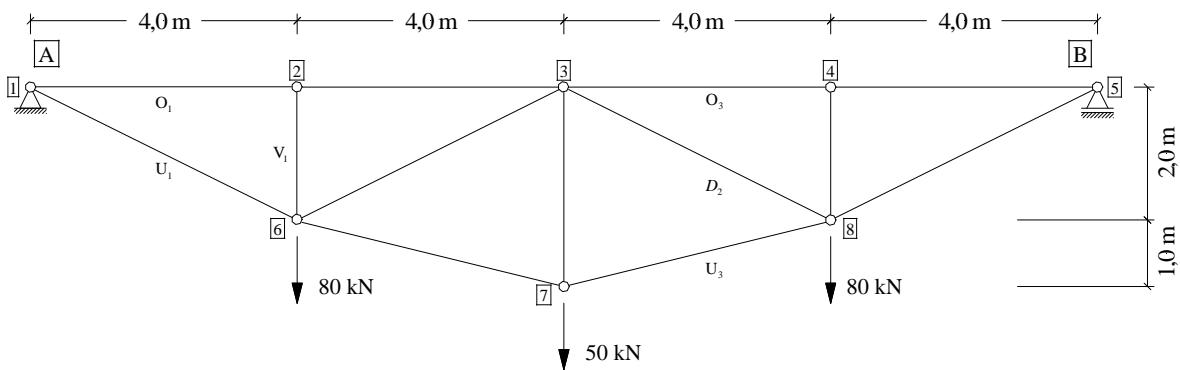
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

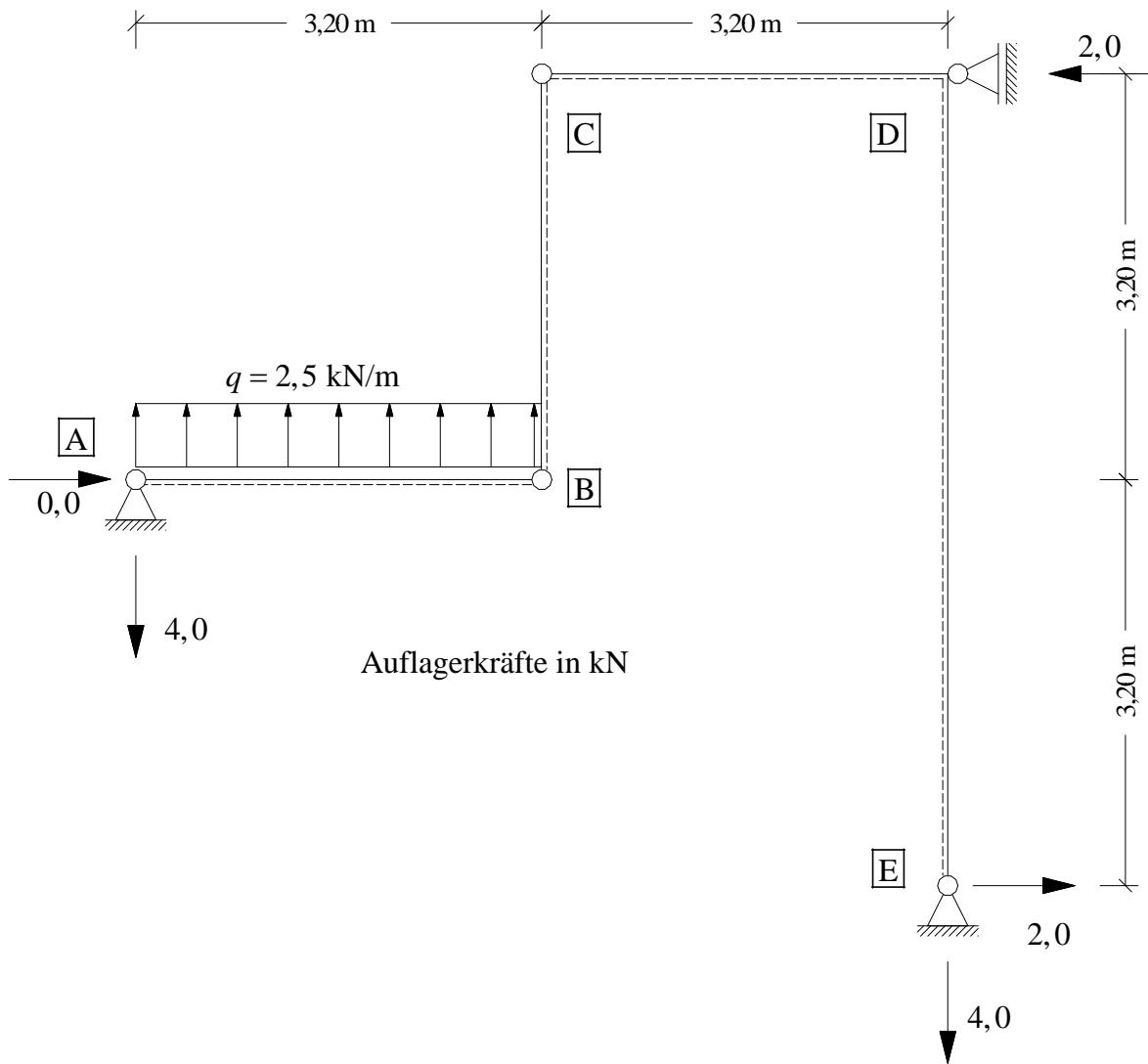
$O_1, U_1, V_1$  und  $O_3, D_2, U_3$

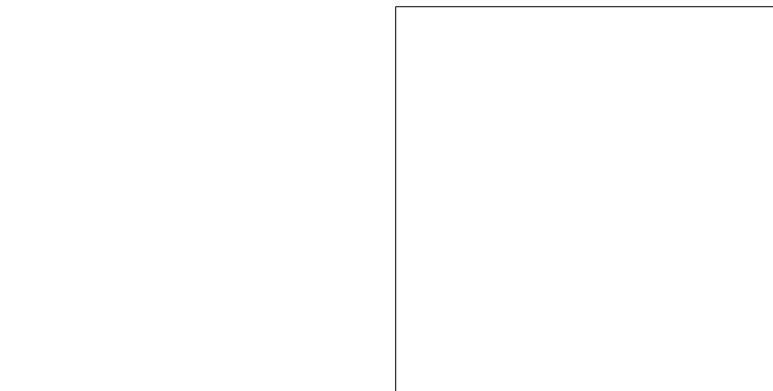


**Aufgabe 5 (25 Punkte)**

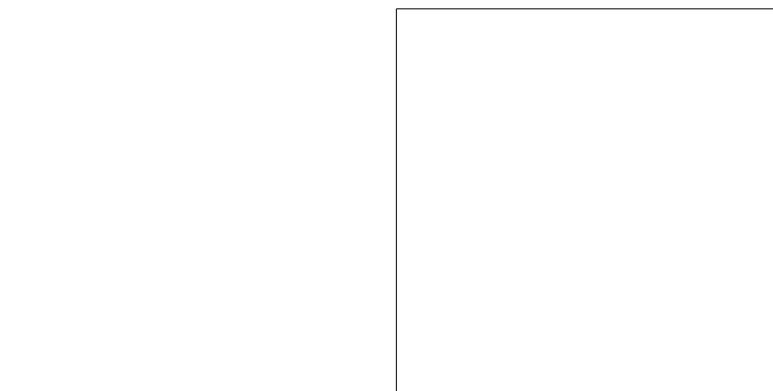
Ermitteln Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System. Berechnen Sie für den Abschnitt **A** - **B** den Maximalwert des Momentes.

Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.





"*Q*"  
[1 cm  $\simeq$  4,0 kN]



"*M*"  
[1 cm  $\simeq$  4,0 kNm]

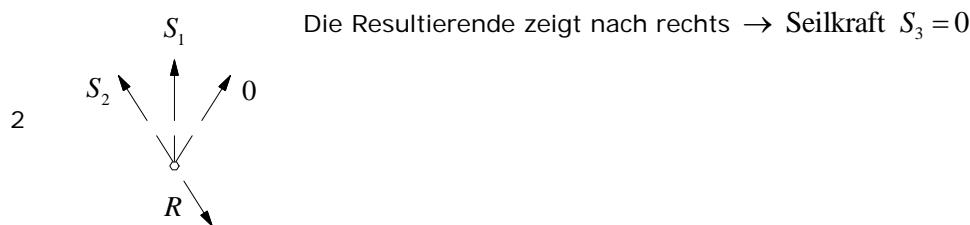
## Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 2. 2. 2009

### Aufgabe 1 $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -15 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +6 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +42,426 \cdot \cos 45^\circ \\ -42,426 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +30 \\ -30 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 + 0 + 30 \\ 0 + 6 - 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +15 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{15^2 + 24^2} = 28,30 \text{ kN}$$



Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Kräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +15 \\ -24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ +24 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$2 \quad 0 \cdot a - b = -15 \rightarrow b = +15$$

$$+1 \cdot a + 1,6 \cdot \underbrace{b}_{+15} = +24 \rightarrow a + 24 = +24 \rightarrow a = 0$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = 0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = 0,0 \text{ kN}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +15 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = +|\underline{S}_2| = +28,30 \text{ kN} \text{ (Zug)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 10$ 

a) aus  $q_w$  resultierende Kraft  $F_w$  und das zugehörige Maß  $a_w$

2  $F_w = q_w \cdot l = 4 \cdot 21 = 84 \text{ kN}$

1  $a_w = 0,5 \cdot l = 0,5 \cdot 21 = 10,5 \text{ m}$

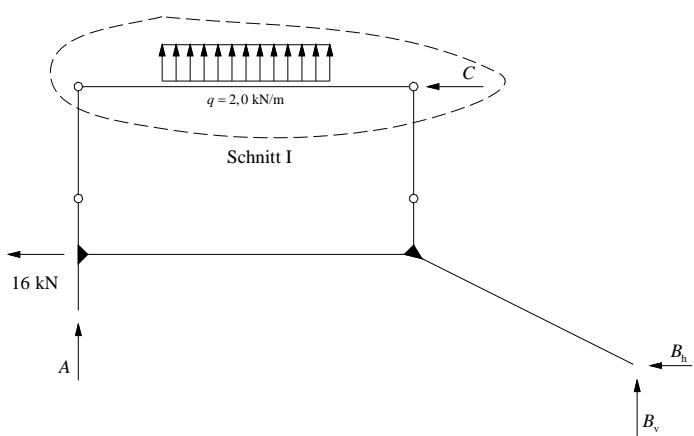
b) aus  $q_G$  resultierende Kraftkomponenten  $F_{G,1}$  und  $F_{G,2}$  und das zugehörige Maß  $a_G$

2  $F_G = 0,5 \cdot q_G \cdot l = 0,5 \cdot 11,5 \cdot 21 = 120,75 \text{ kN}$

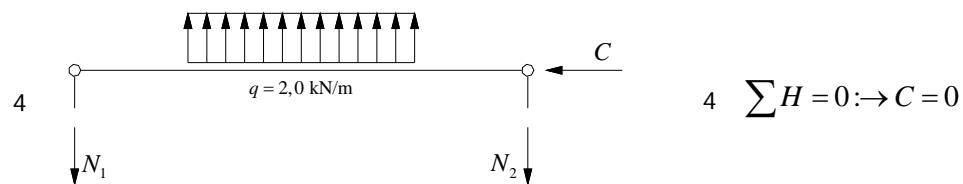
2  $F_{G,1} = F_G \cdot \cos \alpha = 120,75 \cdot \cos 15^\circ = 116,64 \text{ kN}$

2  $F_{G,2} = F_G \cdot \sin \alpha = 120,75 \cdot \sin 15^\circ = 31,25 \text{ kN}$

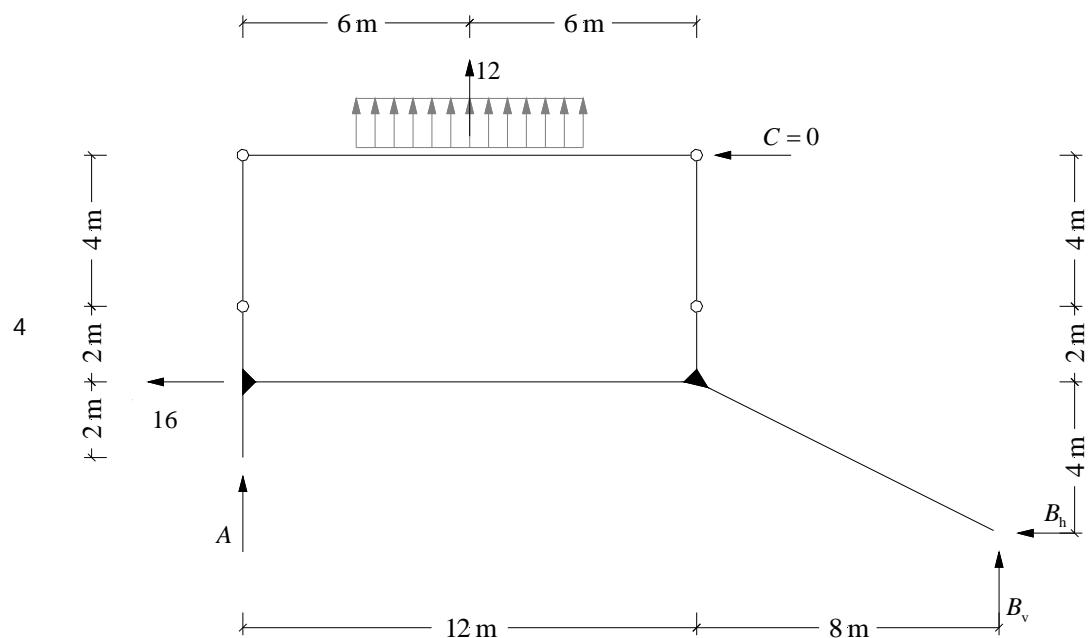
1  $a_G = \frac{l}{3} = 7,0 \text{ m}$

**Aufgabe 3**  $\sum 25$ 


Schnitt I



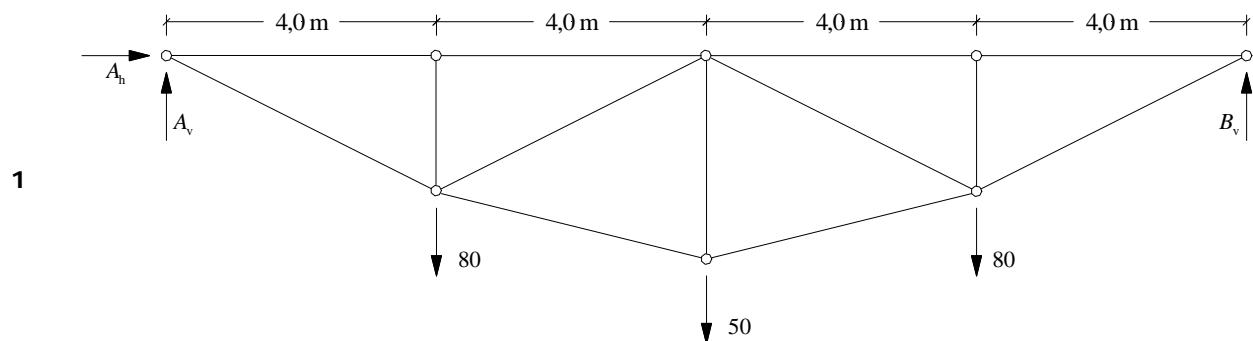
Gesamtsystem



$$4 \quad \sum H = 0: -16 - B_h = 0 \rightarrow B_h = -16 \text{ kN}$$

$$5 \quad \sum M^{(B)} = 0: +16 \cdot 4 - 12 \cdot 14 - A \cdot 20 = 0 \rightarrow A = -5,2 \text{ kN}$$

$$4 \quad \sum V = 0: -A - 12 - B_v = 0 \rightarrow B_v = -6,8 \text{ kN}$$

**Aufgabe 4**  $\sum 25$ 


$$1 \quad \sum H = 0 \rightarrow$$

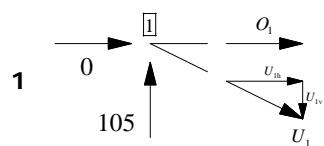
$$A_h = 0$$

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 16 + 80 \cdot 12 + 50 \cdot 8 + 80 \cdot 4 = 0 \rightarrow$$

$$A_v = +105 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0 \rightarrow$$

$$B_v = +105 \text{ kN}$$

 Knotenschnitt bei **[1]**

**2**  $\sum V = 0:$ 

$$U_{1v} = +105 \text{ kN}$$

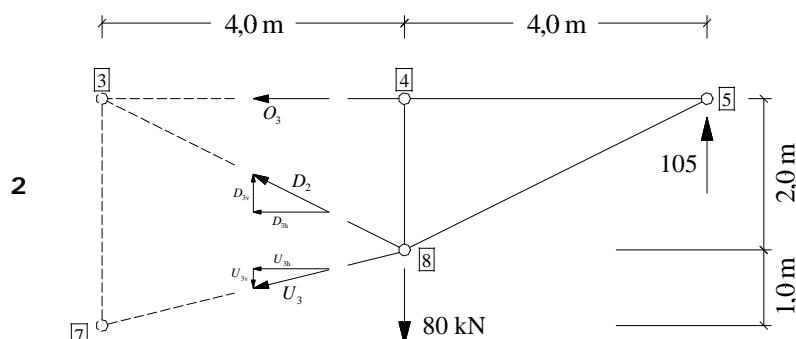
$$1 \quad \frac{U_{1h}}{U_{1v}} = \frac{2,0}{1,0} \rightarrow U_{1h} = 2 \cdot U_{1v} \quad U_{1h} = +210 \text{ kN}$$

$$1 \quad U_1 = +\sqrt{(105)^2 + (210)^2} \quad U_1 = +234,8 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: \quad O_1 = -210 \text{ kN}$$

 Knotenschnitt bei **[2]**
**2**

$$V_1 = 0$$


 Rittersches Schnittverfahren mit  
rechter Trägerseite

$$2 \quad \sum M^{(8)} = 0: +O_3 \cdot 2,0 + 105 \cdot 4,0 = 0 \quad O_3 = -210 \text{ kN}$$

 $U_3$  wird auf der Wirkungslinie bis Knoten [7] verschoben

**2**  $\rightarrow U_{3v}$  hat keinen Hebelarm:

$$\sum M^{(3)} = 0: -U_{3h} \cdot 3,0 - 80 \cdot 4,0 + 105 \cdot 8,0 = 0$$

$$U_{3h} = +173,3 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{U_{3v}}{U_{3h}} = \frac{1,0}{4,0} \rightarrow U_{3v} = 0,25 \cdot U_{3h}$$

$$U_{3v} = +43,3 \text{ kN}$$

$$1 \quad U_3 = -\sqrt{U_{3v}^2 + U_{3h}^2} = +\sqrt{173,3^2 + 43,3^2}$$

$$U_3 = +178,7 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: -O_3 - D_{2h} - U_{3h} = 0 \rightarrow -(-210) - D_{2h} - 173,3 = 0$$

$$D_{2h} = +36,7 \text{ kN}$$

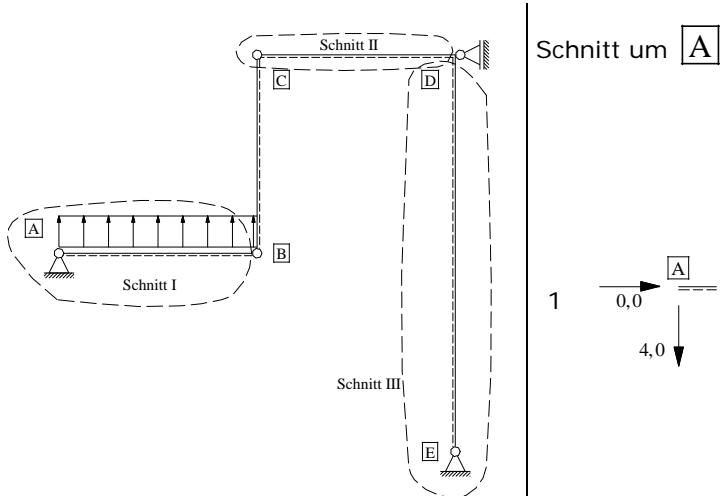
$$1 \quad \frac{D_{2v}}{D_{2h}} = \frac{2,0}{4,0} \rightarrow D_{2v} = 0,5 \cdot D_{2h}$$

$$D_{2v} = +18,3 \text{ kN}$$

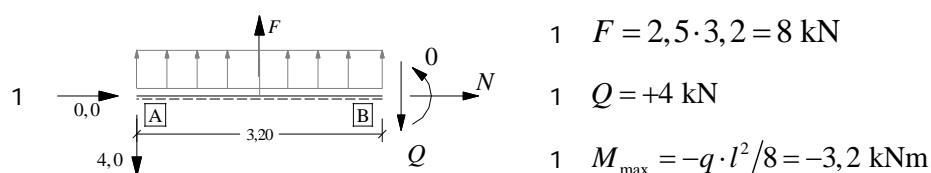
$$1 \quad D_2 = +\sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} = +\sqrt{36,7^2 + 18,3^2}$$

$$D_2 = +41,0 \text{ kN}$$

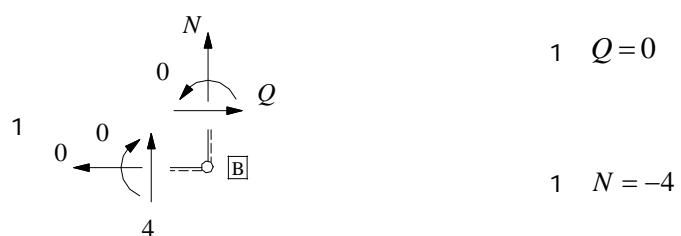
## Aufgabe 5 $\sum 25$



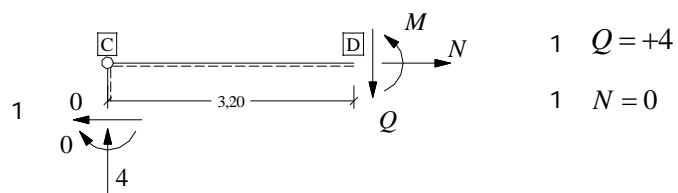
## Schnitt I



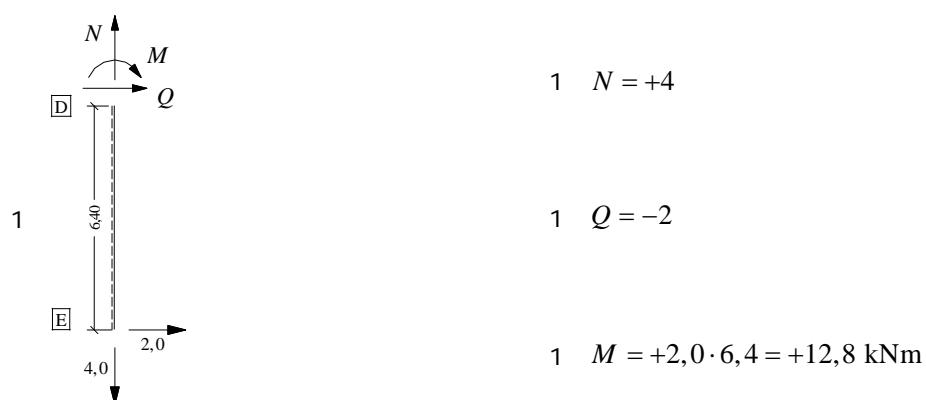
Schnitt um B

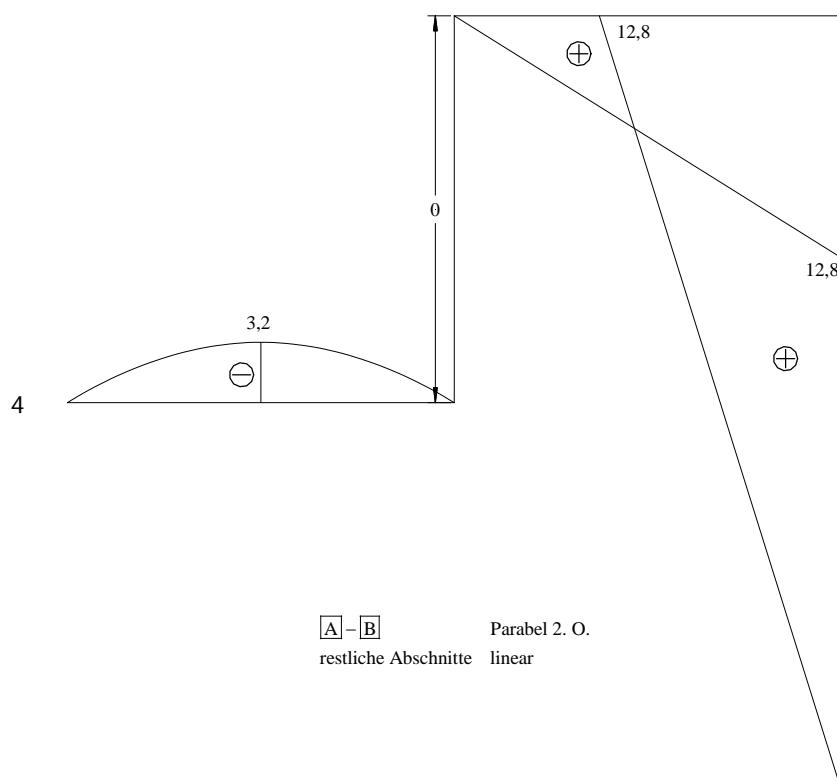
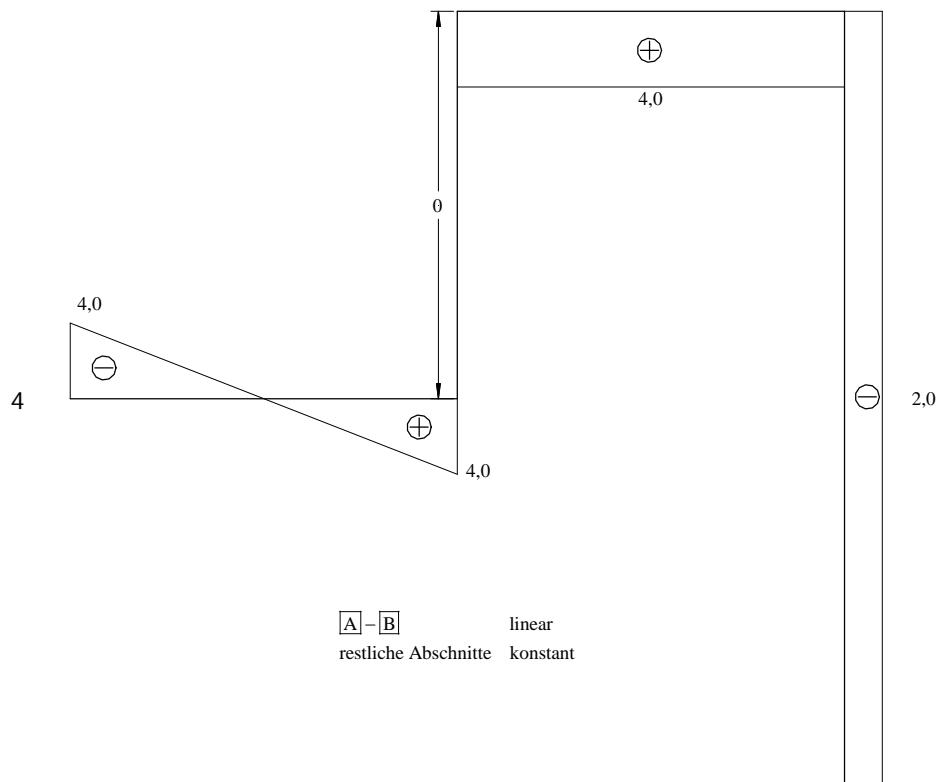


## Schnitt II



### Schnitt III



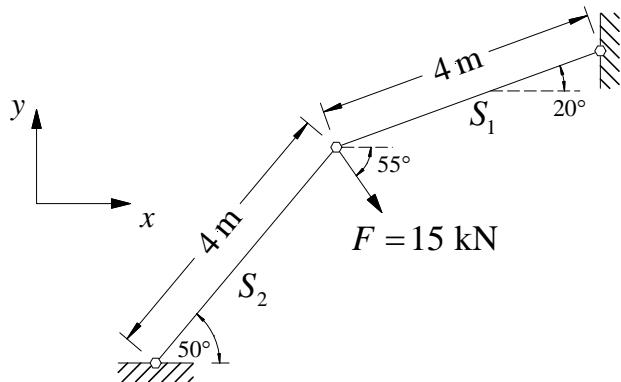


Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

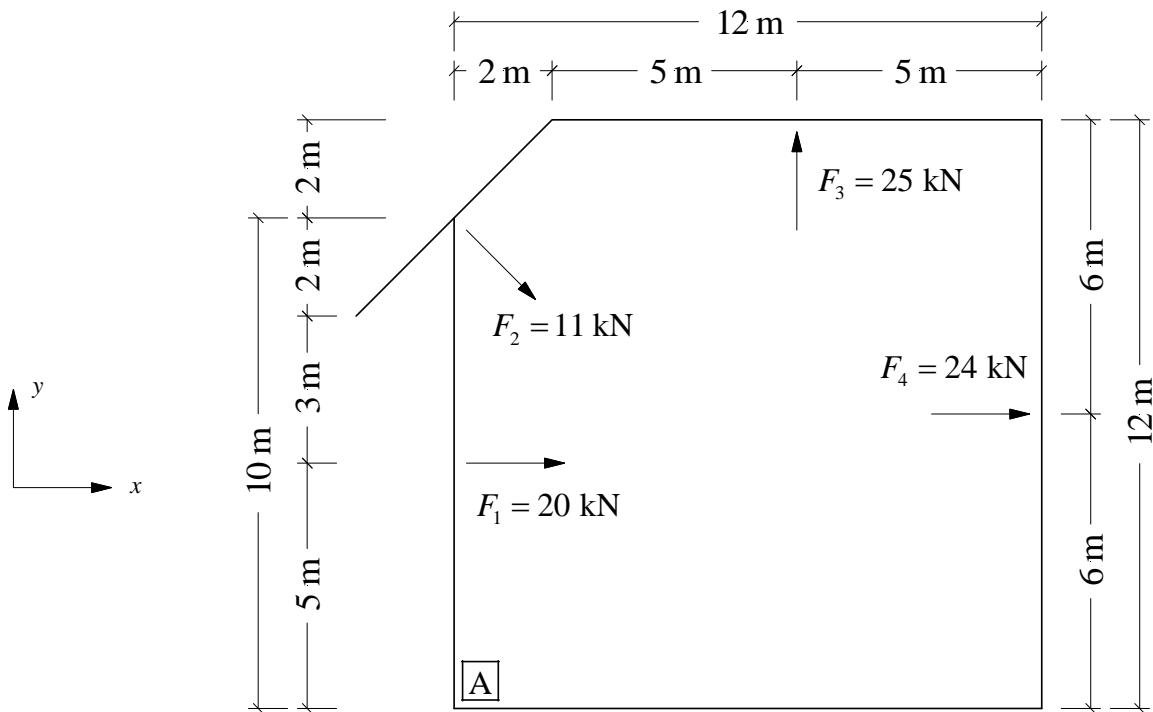
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greift eine Kraft  $F$  an, deren Wirkungslinie in der Winkelhalbierenden der beiden Stabachsen verläuft.

Berechnen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Auf einen Baukörper wirken vier Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

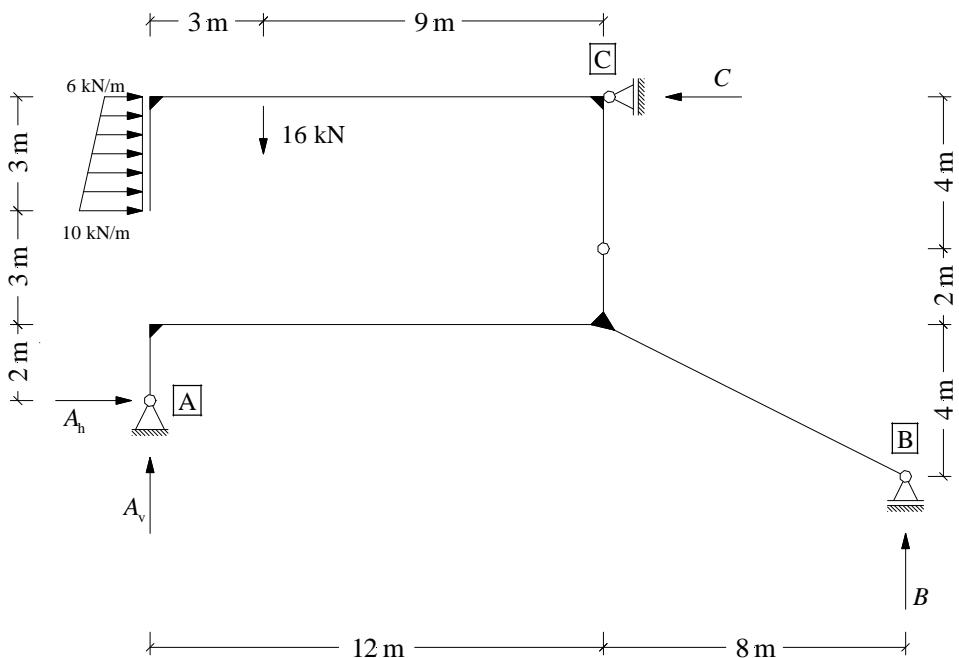


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

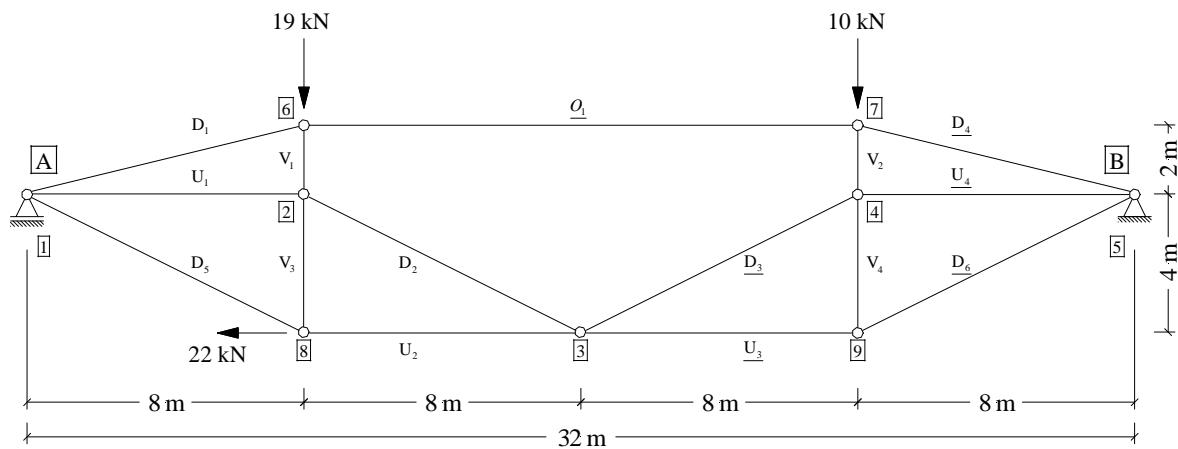
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

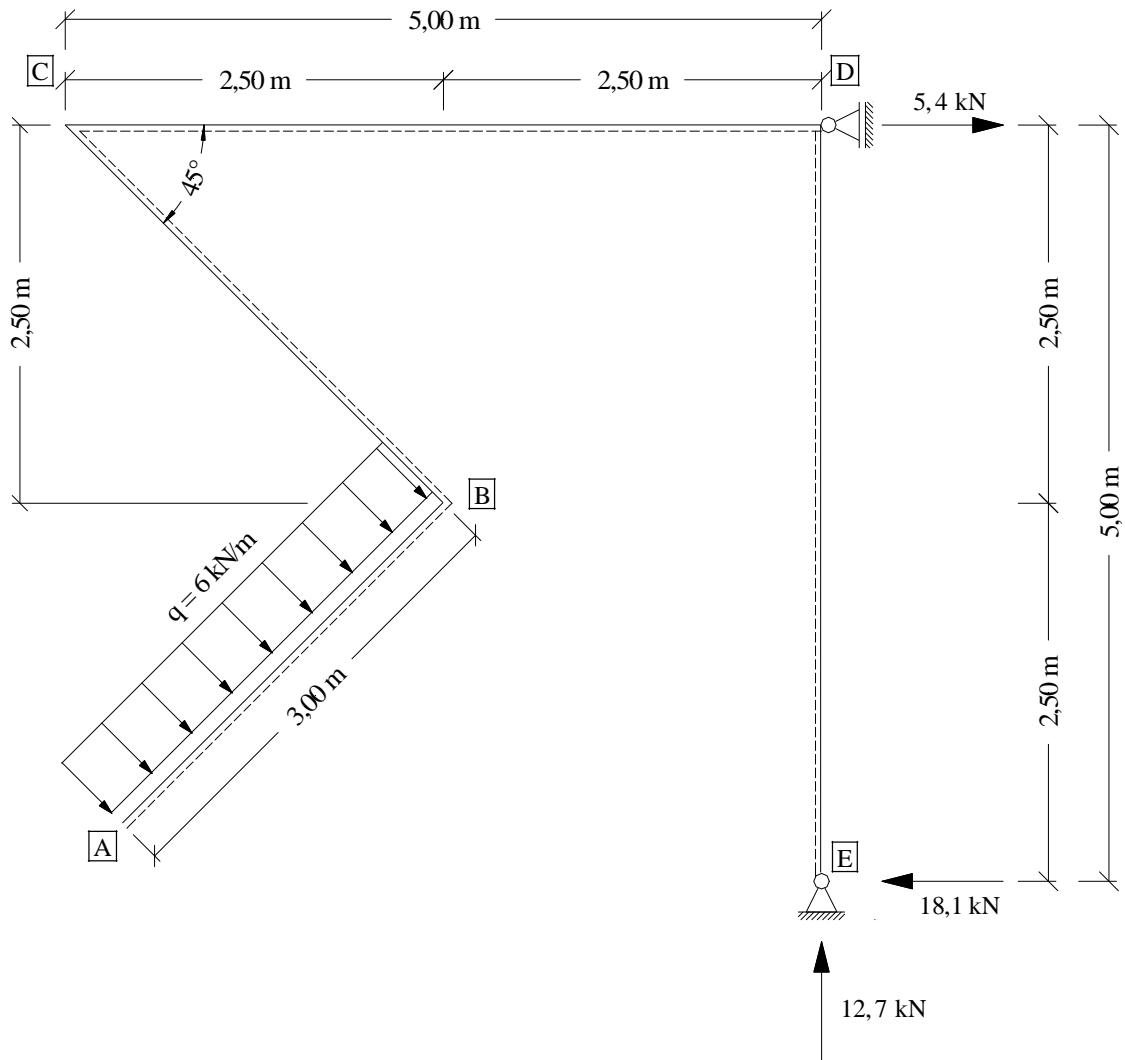
$O_1, D_3, U_3$  und  $D_4, U_4, D_6$

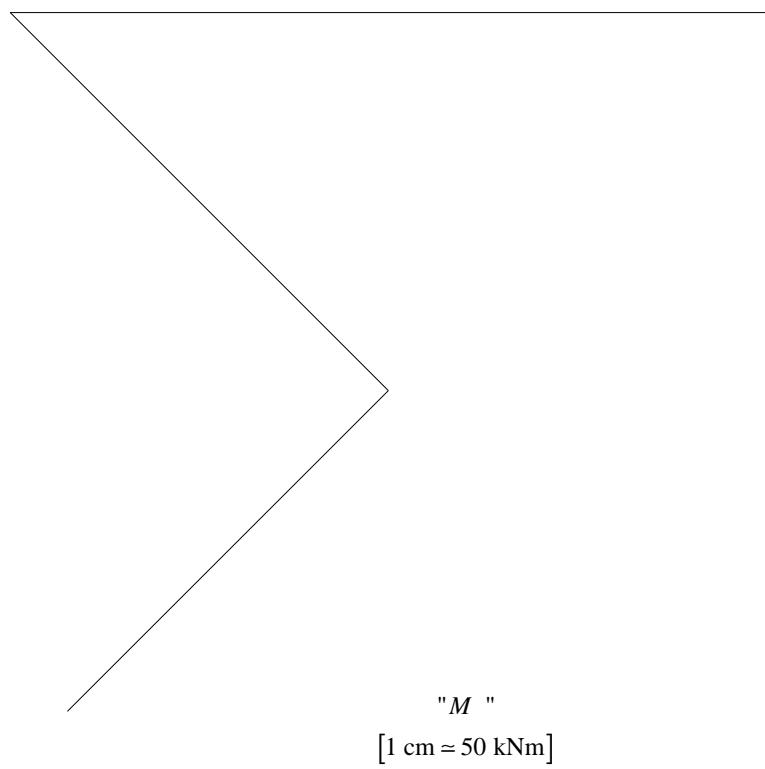
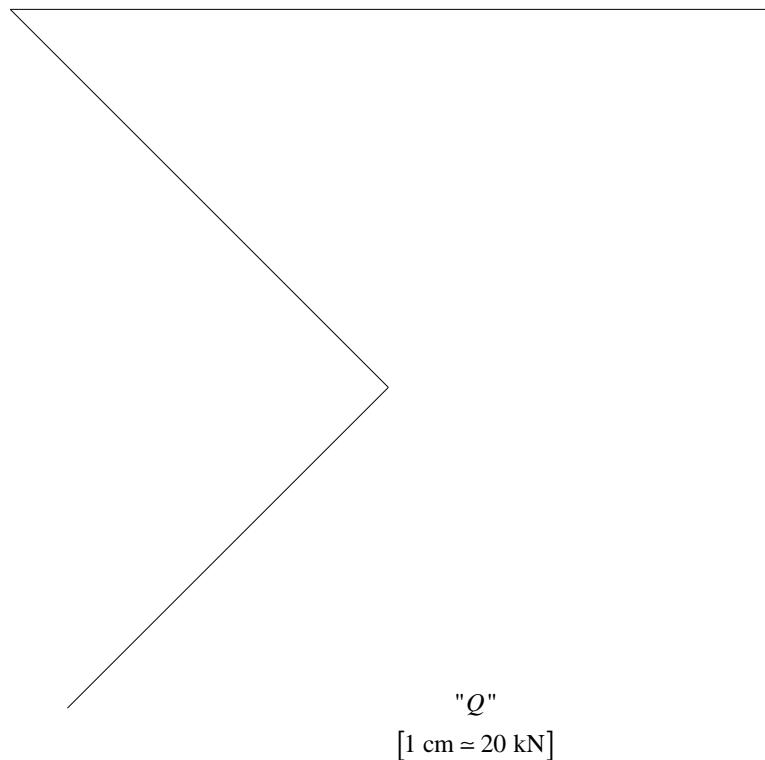


### **Aufgabe 5 (25 Punkte)**

Ermitteln Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.

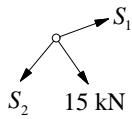




**Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 17. 7. 2009**

**Aufgabe 1**  $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} +15 \cdot \cos 55^\circ \\ -15 \cdot \sin 55^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +8,60 \\ -12,3 \end{bmatrix}$$



Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Kräfte  $\underline{S}_1; \underline{S}_2$ :

$$4 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \cdot \cos 20^\circ \\ +4 \cdot \sin 20^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \cdot \cos 50^\circ \\ -4 \cdot \sin 50^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{F} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{F} = \underline{0}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +8,60 \\ -12,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,60 \\ +12,3 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = 3,76 \cdot (-3,06) - 1,37 \cdot (-2,57) = -7,99$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(-2,57) \cdot (+12,3) - (-3,06) \cdot (-8,60)}{-7,99} = -7,25$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(3,76) \cdot (+12,3) - (1,37) \cdot (-8,60)}{-7,99} = -7,27$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -7,25 \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} = -7,25 \cdot \underbrace{\sqrt{3,76^2 + 1,37^2}}_{=4,00} \rightarrow S_1 = -29,0 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = -7,27 \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} = -7,27 \cdot \underbrace{\sqrt{2,57^2 + 3,06^2}}_{=4,00} \rightarrow S_2 = -29,1 \text{ kN (Druck)}$$

## Aufgabe 2 $\sum 10$

a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +20 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +11 \cdot \cos 45^\circ \\ -11 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7,78 \\ -7,78 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ +25 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_4 = \begin{bmatrix} +24 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +20 + 7,78 + 0 + 24 \\ 0 - 7,78 + 25 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +51,78 \\ +17,22 \end{bmatrix}$$

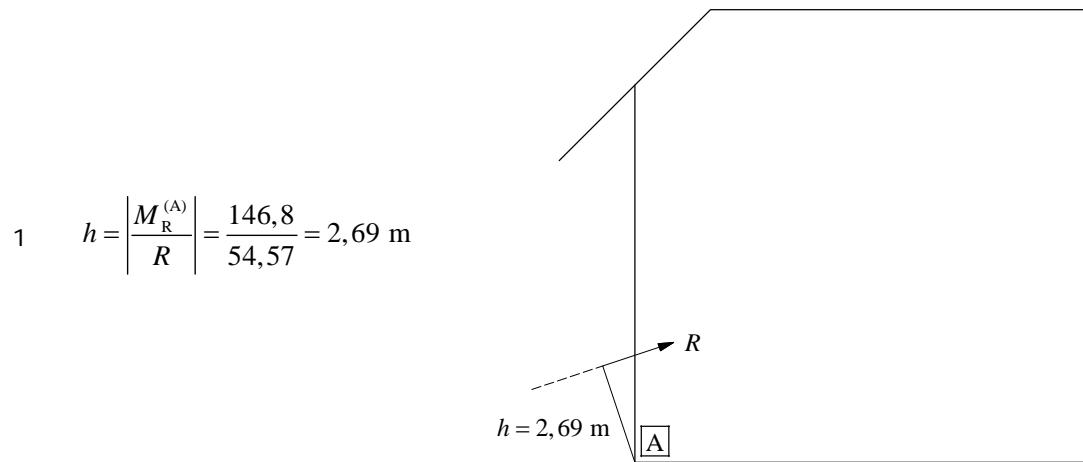
$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{51,78^2 + 17,22^2} = 54,57 \text{ kN}$$

$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+17,22}{+51,78} = 0,3326 \quad \rightarrow \alpha = 18,4^\circ$$

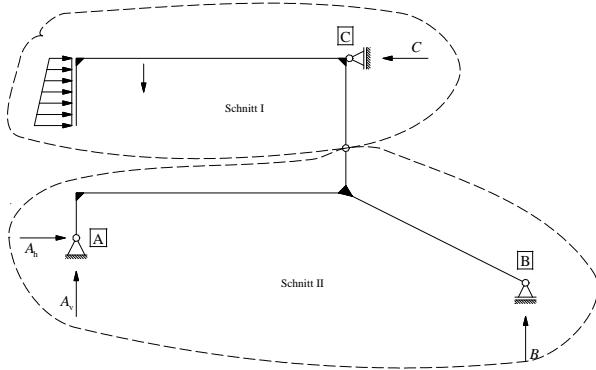
b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$

$$3 \quad M_R^{(A)} = -20 \cdot 5 - 7,78 \cdot 10 + 25 \cdot 7 - 24 \cdot 6 = -146,8 \text{ kNm}$$

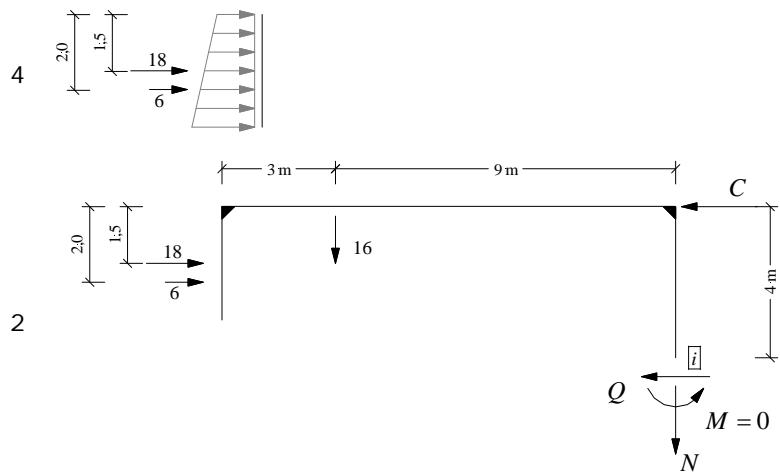
c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$



### Aufgabe 3 $\sum 25$



## Schnitt I

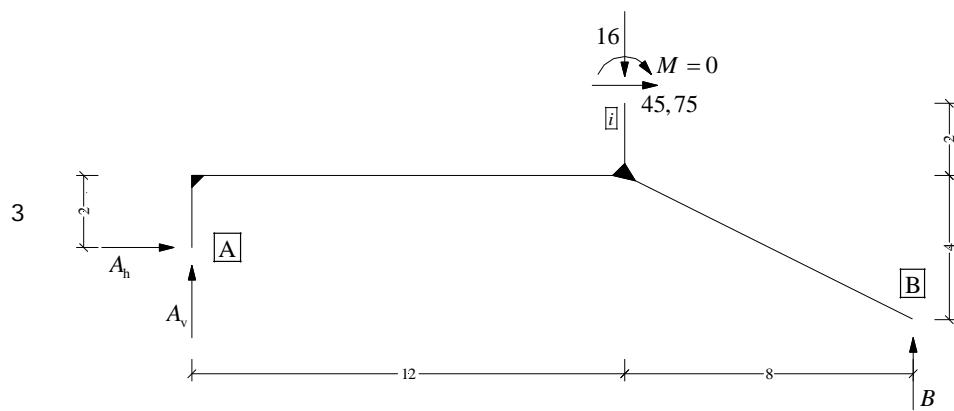


$$4 \quad \sum M^{(i)} = 0: -18 \cdot (4,0-1,5) - 6 \cdot (4,0-2,0) + 16 \cdot 9 + C \cdot 4 = 0 \rightarrow C = -21,75 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0 \rightarrow N = -16,0 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: 18 + 6 + 21, 75 - Q = 0 \rightarrow Q = +45, 75 \text{ kN}$$

## Gesamtsystem

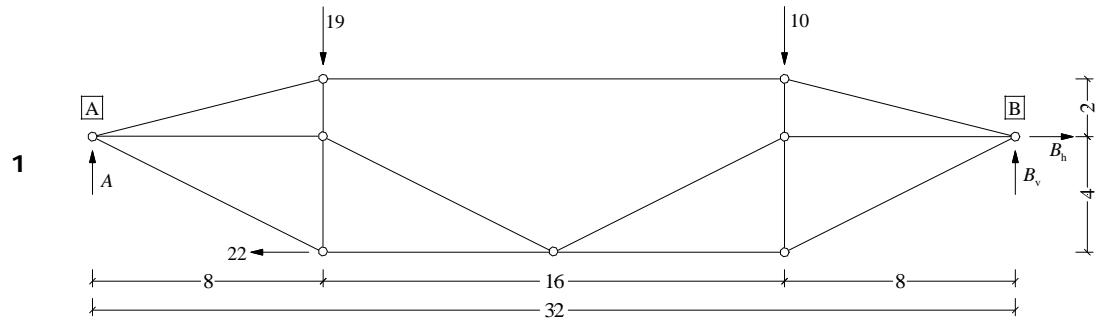


$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow A_h = -45,75 \text{ kN}$$

$$4 \quad \sum M^{(A)} = 0: -16 \cdot 12 - 45,75 \cdot 4 + B \cdot 20 = 0 \rightarrow B = +18,75 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0: -A_v + 16 - \frac{B}{18.75} = 0 \rightarrow A_v = -2,75 \text{ kN}$$

#### Aufgabe 4 $\sum 25$

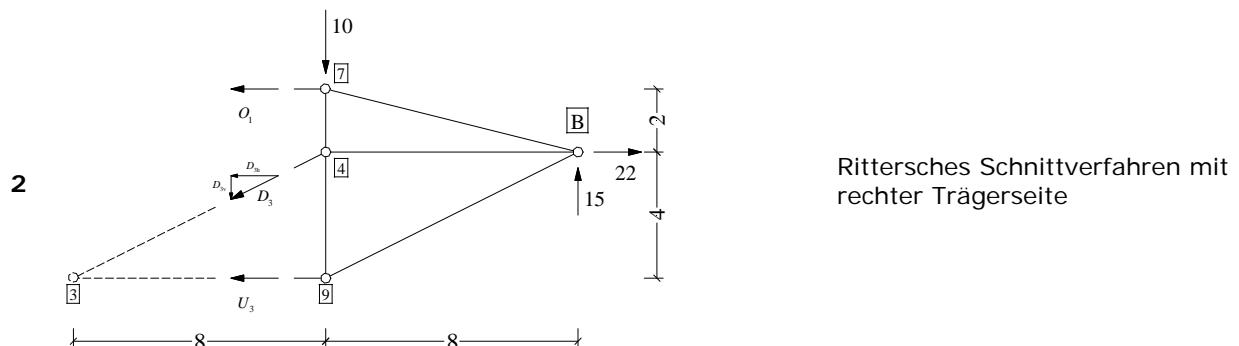


$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 32 + 19 \cdot 24 - 22 \cdot 4 + 10 \cdot 8 = 0 \rightarrow A_v = +14 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow B_v = +15 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum H = 0: \rightarrow B_h = +22$$


---



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

$$2 \quad \sum M^{(3)} = 0: +O_1 \cdot 6 - 10 \cdot 8 + 15 \cdot 16 - 22 \cdot 4 = 0 \quad O_1 = -12 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: D_{3v} + 10 - 15 = 0 \rightarrow D_{3v} = +5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{8,0}{4,0} \rightarrow D_{3h} = 2 \cdot D_{3v} \quad D_{3h} = +10 \text{ kN}$$

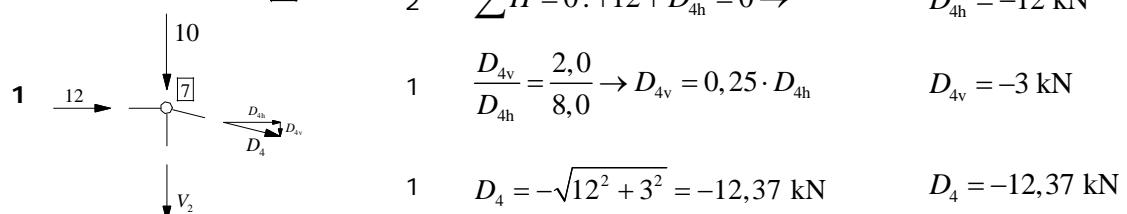
$$1 \quad D_3 = +\sqrt{10^2 + 5^2} = +11,18 \text{ kN} \quad D_3 = +11,18 \text{ kN}$$


---

$$2 \quad \sum H = 0: -O_1 - D_{3h} - U_3 + 22 = 0 \quad U_3 = +24 \text{ kN}$$


---

Knotenschnitt bei 7



$$2 \quad \sum H = 0: +12 + D_{4h} = 0 \rightarrow D_{4h} = -12 \text{ kN}$$

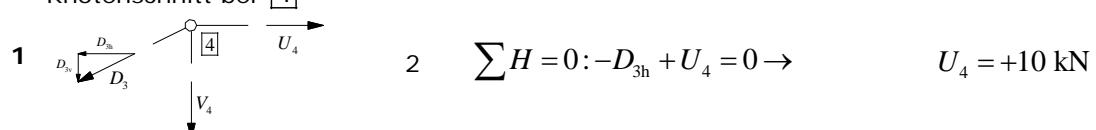
$$D_{4v} = -3 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{D_{4v}}{D_{4h}} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h}$$

$$D_{4v} = -3 \text{ kN}$$

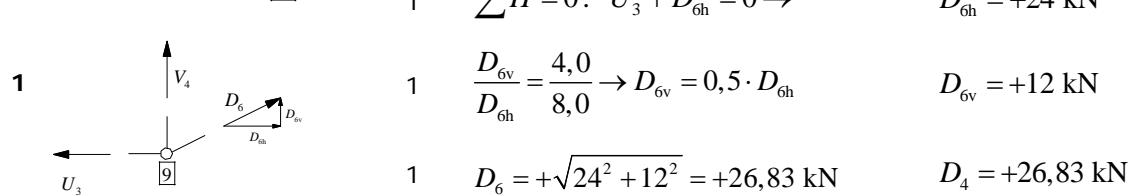
$$1 \quad D_4 = -\sqrt{12^2 + 3^2} = -12,37 \text{ kN} \quad D_4 = -12,37 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 4



$$2 \quad \sum H = 0: -D_{3h} + U_4 = 0 \rightarrow U_4 = +10 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 9



$$1 \quad \sum H = 0: -U_3 + D_{6h} = 0 \rightarrow D_{6h} = +24 \text{ kN}$$

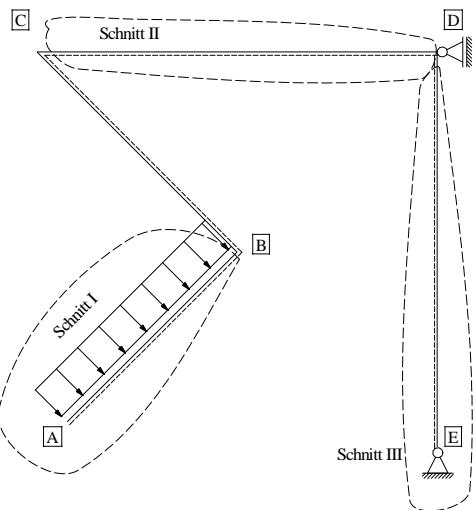
$$D_{6h} = +24 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h}$$

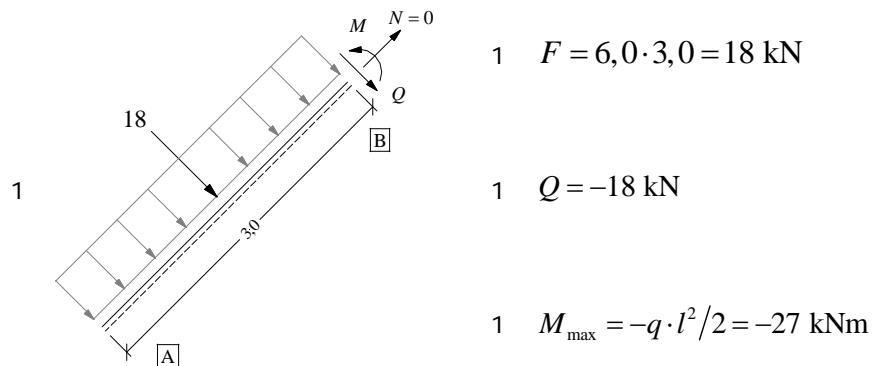
$$D_{6v} = +12 \text{ kN}$$

$$1 \quad D_6 = +\sqrt{24^2 + 12^2} = +26,83 \text{ kN} \quad D_6 = +26,83 \text{ kN}$$

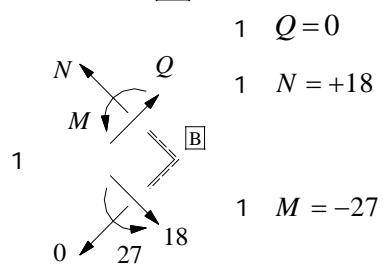
## Aufgabe 5 $\sum 25$



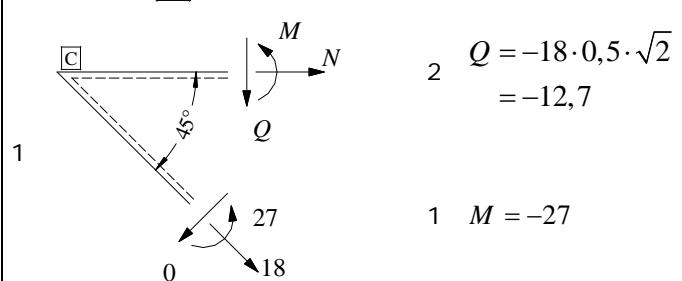
Schnitt I



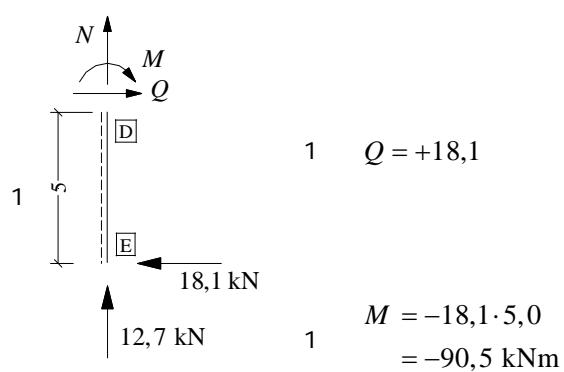
Schnitt um **B**



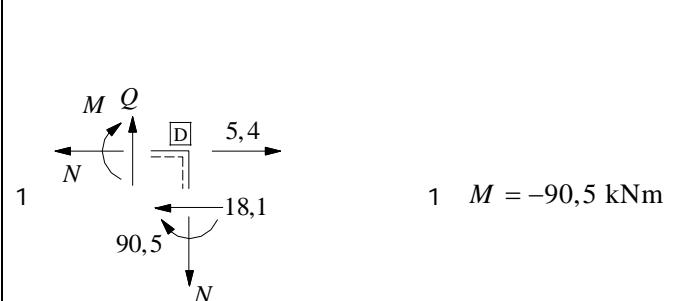
Schnitt um **C**

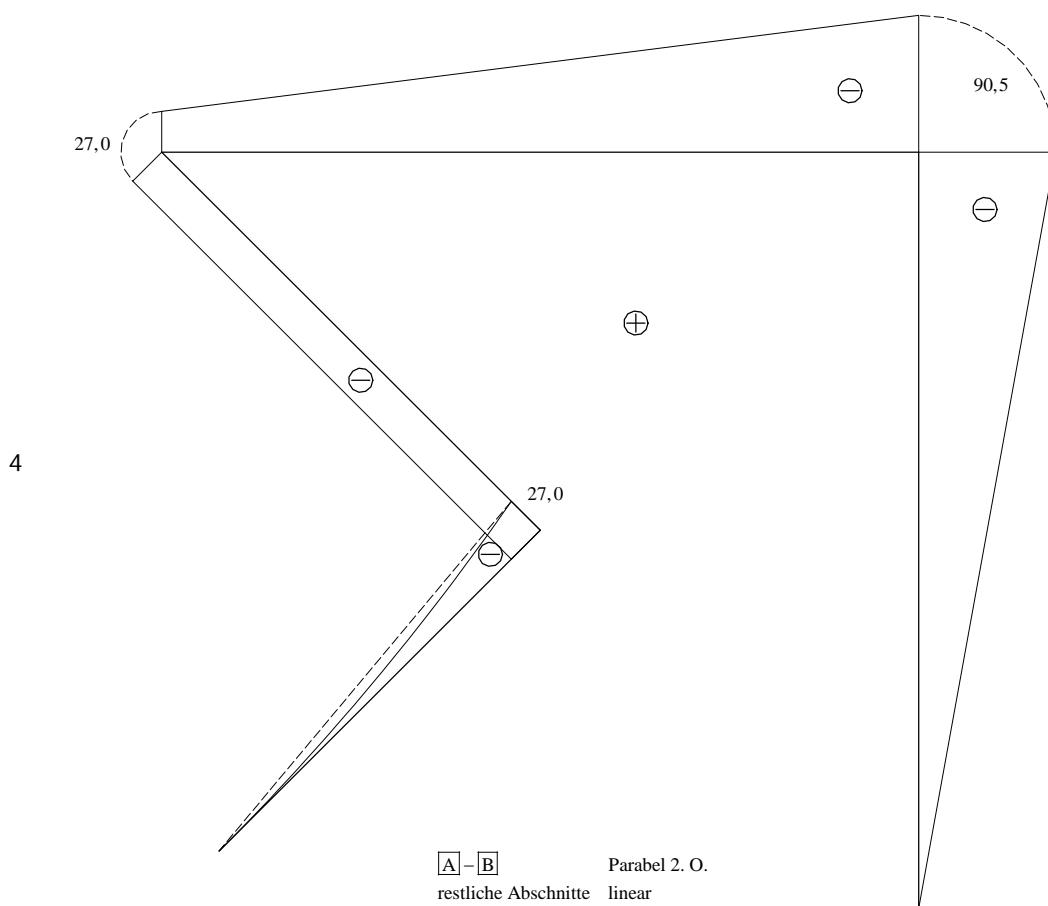
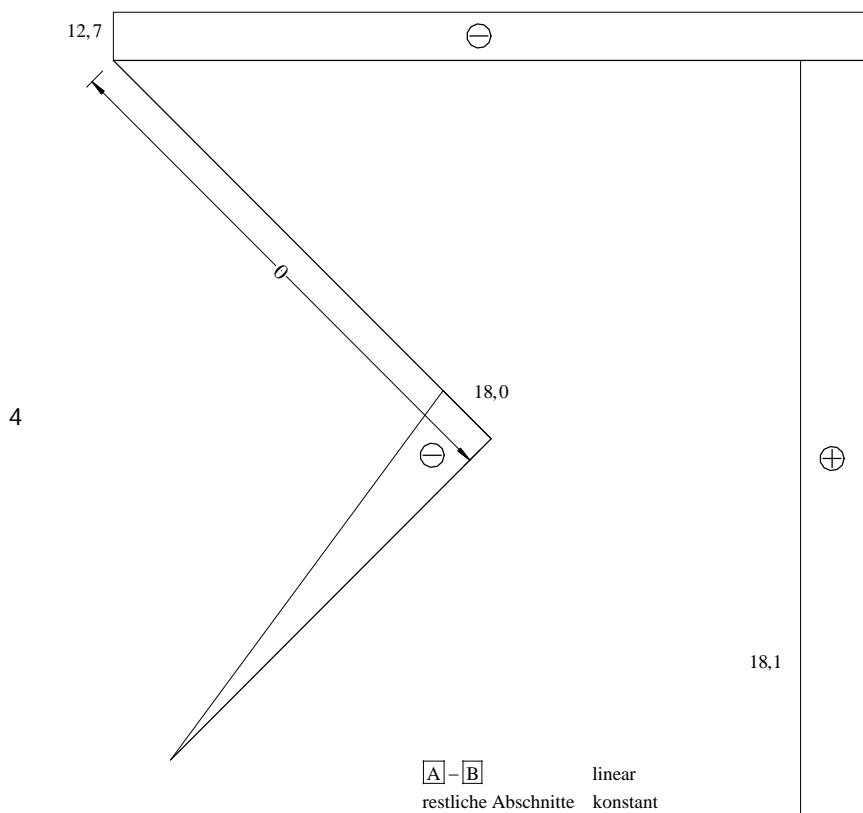


Schnitt III



Schnitt um **D**



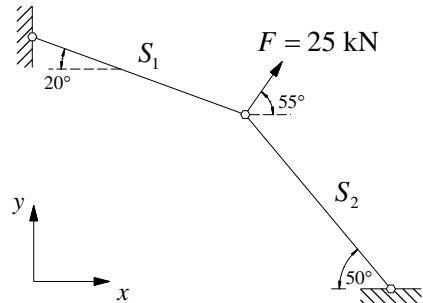


Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

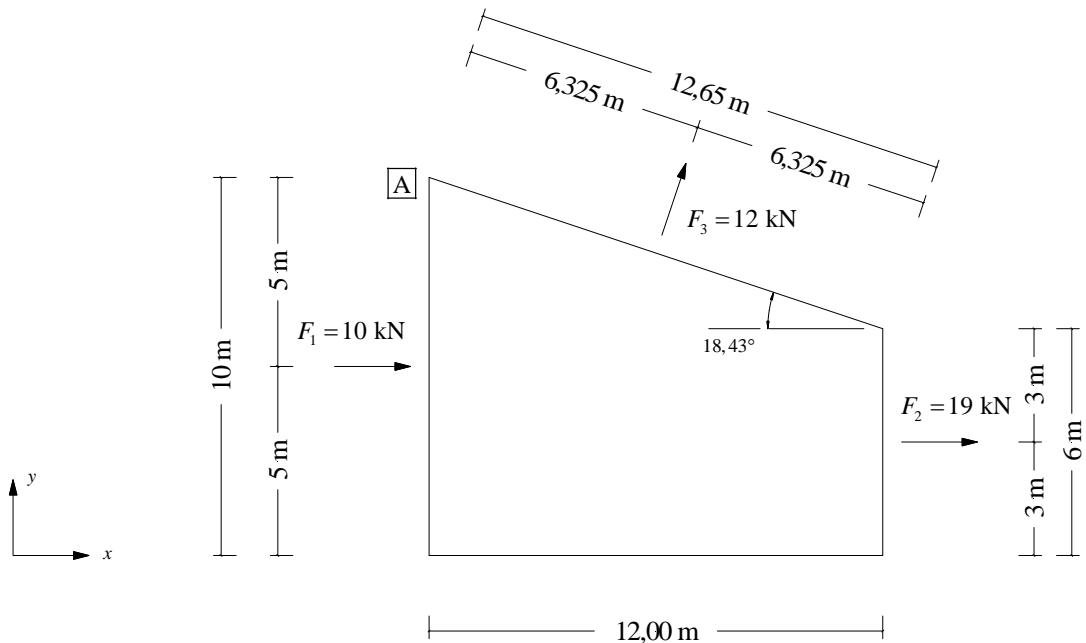
An einem aus zwei Seilen bestehenden Tragwerk greift eine Kraft  $F$  an, deren Wirkungslinie in der Winkelhalbierenden der beiden Seilachsen verläuft.

Berechnen Sie die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_2$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

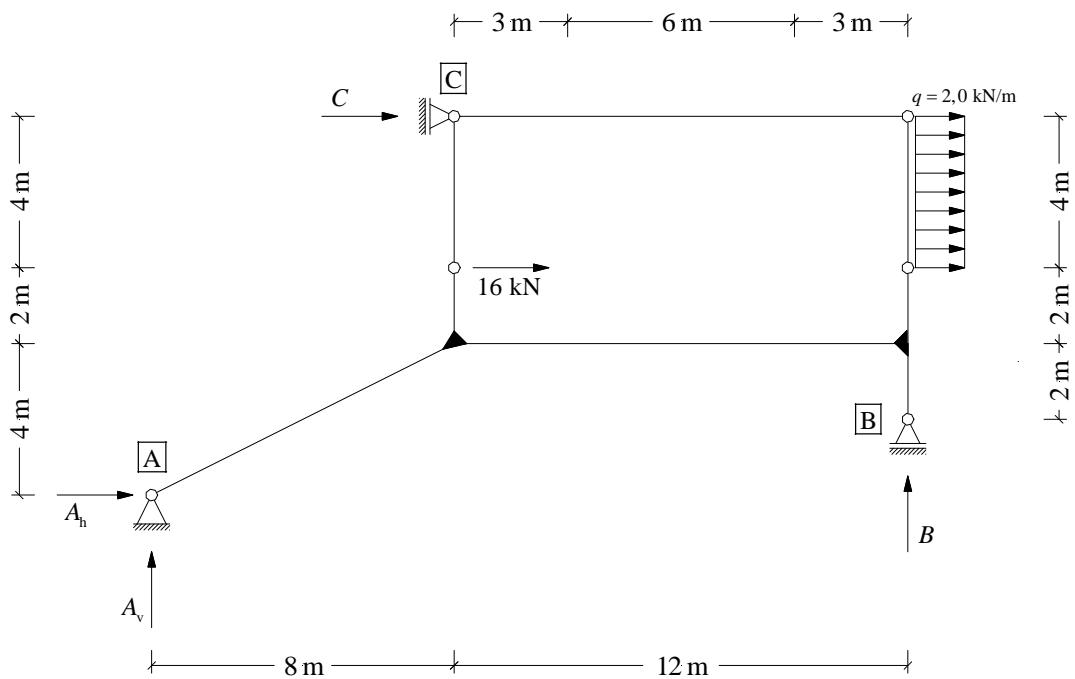


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

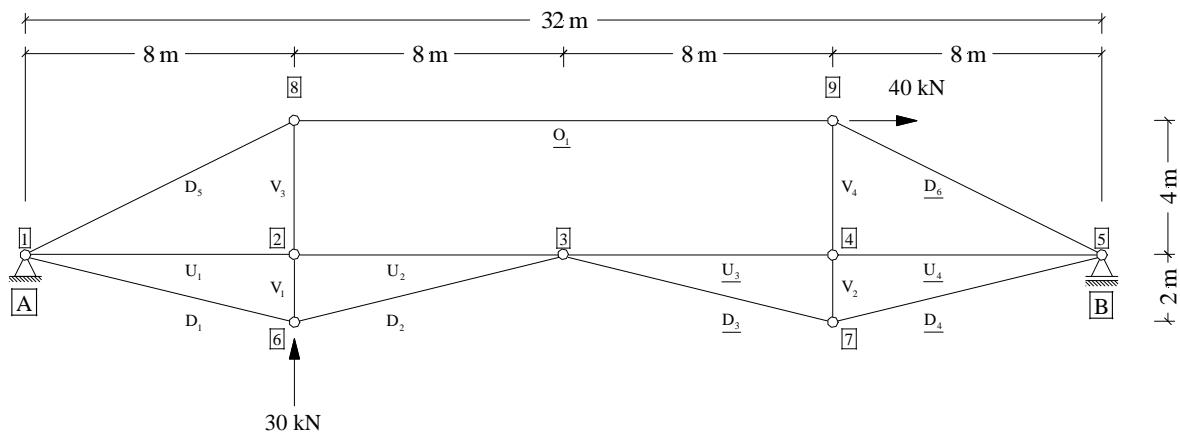
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### **Aufgabe 4 (25 Punkte)**

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die **Auflagerkräfte** und **folgende Stabkräfte**:

$O_1, D_3, U_3$  und  $D_4, U_4, D_6$

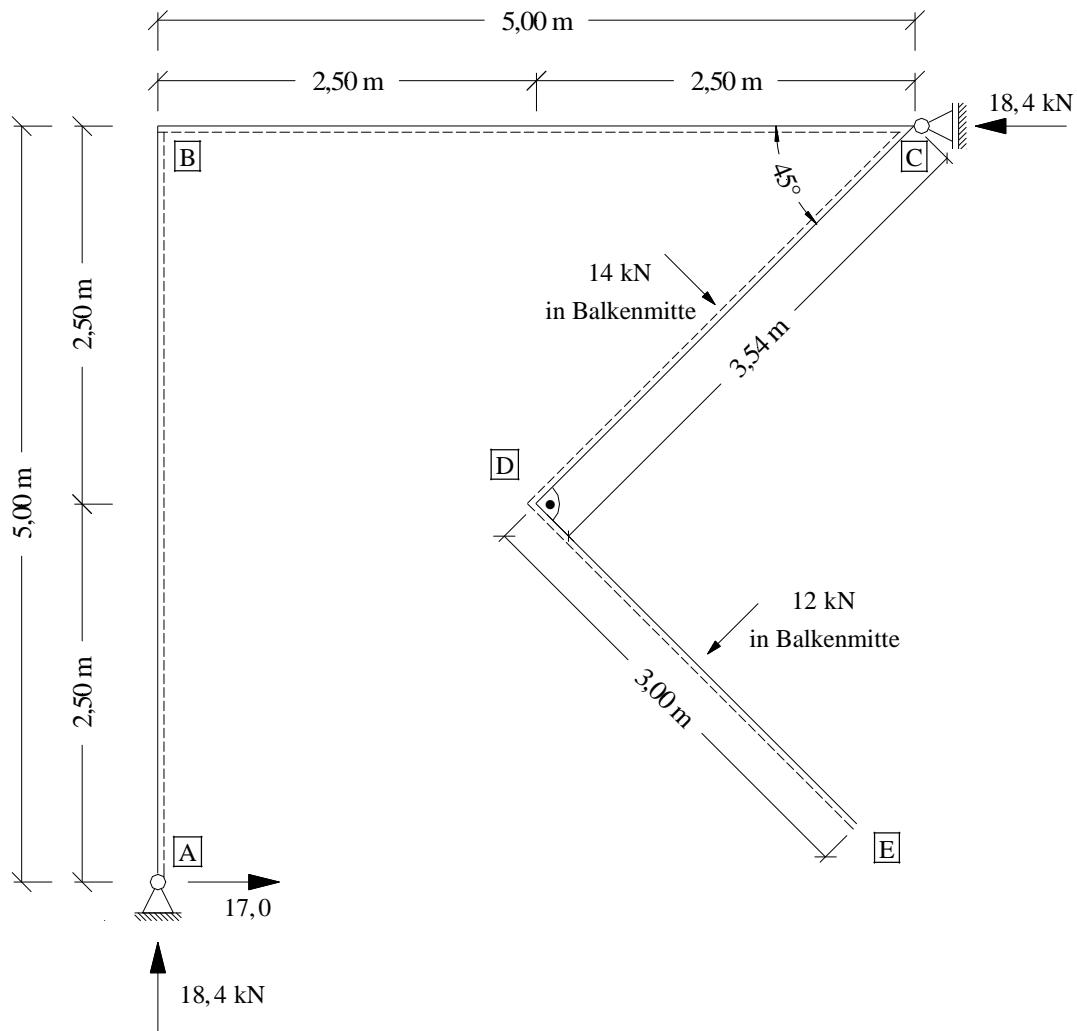


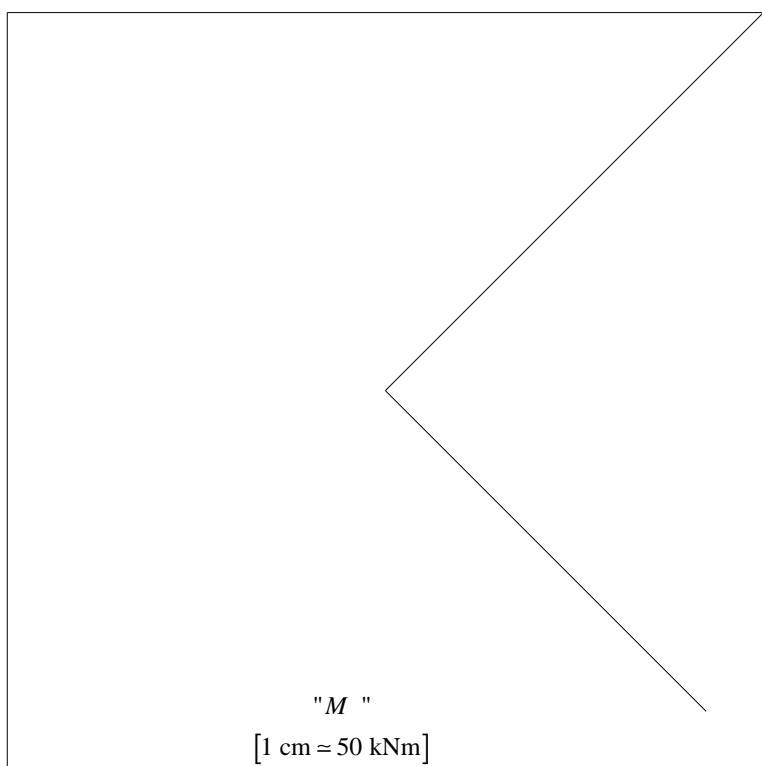
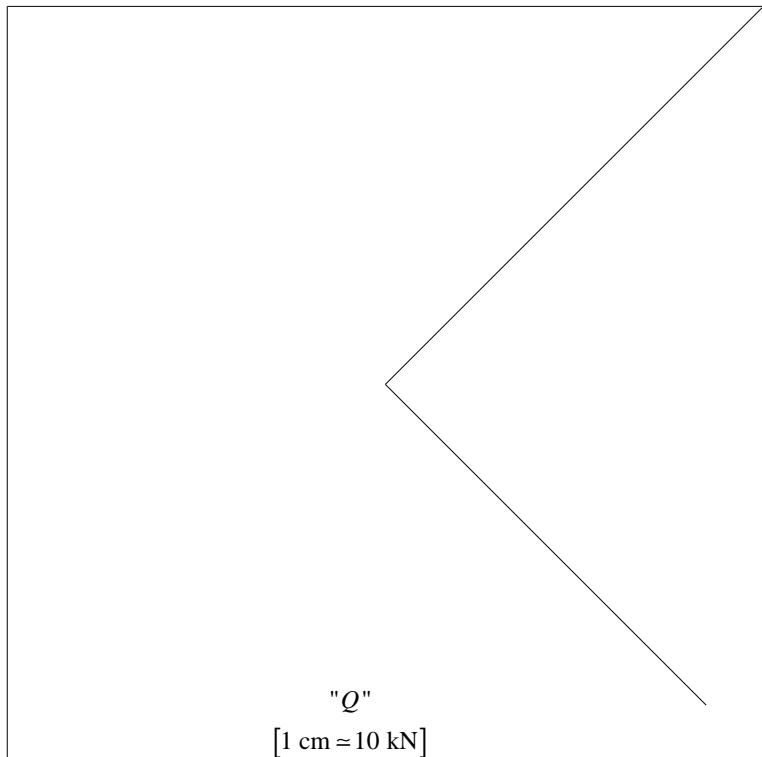
### Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Auflagerkräfte sind bereits eingetragen.

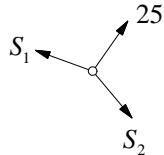
Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für  $Q$  und  $M$  ist nicht bindend.





**Aufgabe 1**  $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} +25 \cdot \cos 55^\circ \\ +25 \cdot \sin 55^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +14,34 \\ +20,48 \end{bmatrix}$$



Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  in Richtung der Kräfte  $S_1; S_2$ :

$$4 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos 20^\circ \\ +\sin 20^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 50^\circ \\ -\sin 50^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{F} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{F} = \underline{0}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +14,34 \\ +20,48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14,34 \\ -20,48 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = -0,940 \cdot (-0,766) - 0,342 \cdot 0,643 = +0,500$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(+0,643) \cdot (-20,48) - (-0,766) \cdot (-14,34)}{+0,500} = +48,31$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-0,940) \cdot (-20,48) - (+0,342) \cdot (-14,34)}{+0,500} = 48,31$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -48,31 \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} = +48,31 \cdot \underbrace{\sqrt{0,940^2 + 0,342^2}}_{=1,00} \rightarrow S_1 = +48,3 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +48,31 \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} = +48,31 \cdot \underbrace{\sqrt{0,643^2 + 0,766^2}}_{=1,00} \rightarrow S_2 = +48,3 \text{ kN (Zug)}$$

## Aufgabe 2 $\sum 10$

a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +19 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +12 \cdot \sin 18,43^\circ \\ +12 \cdot \cos 18,43^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,79 \\ +11,38 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +10 + 19 + 3,79 \\ 0 + 0 + 11,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +32,79 \\ +11,38 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{32,79^2 + 11,38^2} = 34,71 \text{ kN}$$

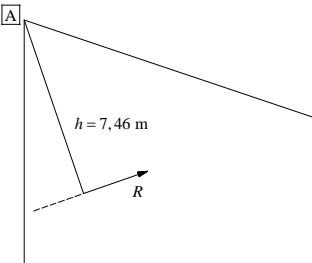
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{11,38}{32,79} = 0,3471 \quad \rightarrow \alpha = 19,1^\circ$$

b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$

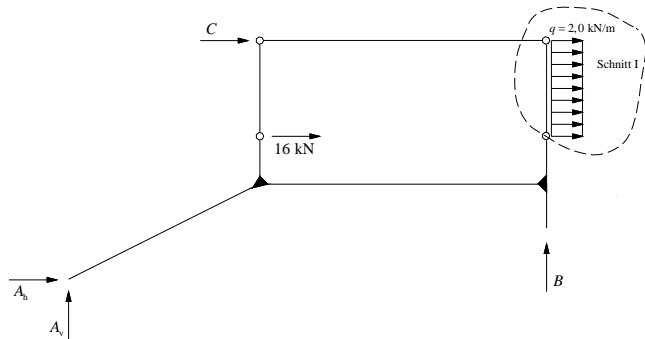
$$3 \quad M_R^{(A)} = +10 \cdot 5,0 + 19 \cdot 7,0 + 12 \cdot 6,325 = +258,90 \text{ kNm}$$

c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$

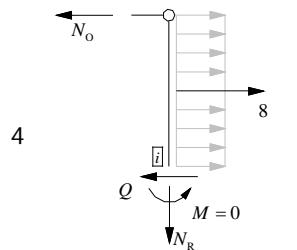
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{258,90}{34,71} = 7,46 \text{ m}$$



**Aufgabe 3**  $\sum 25$

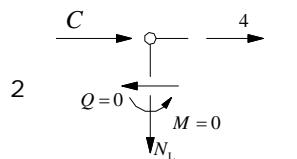


Schnitt I



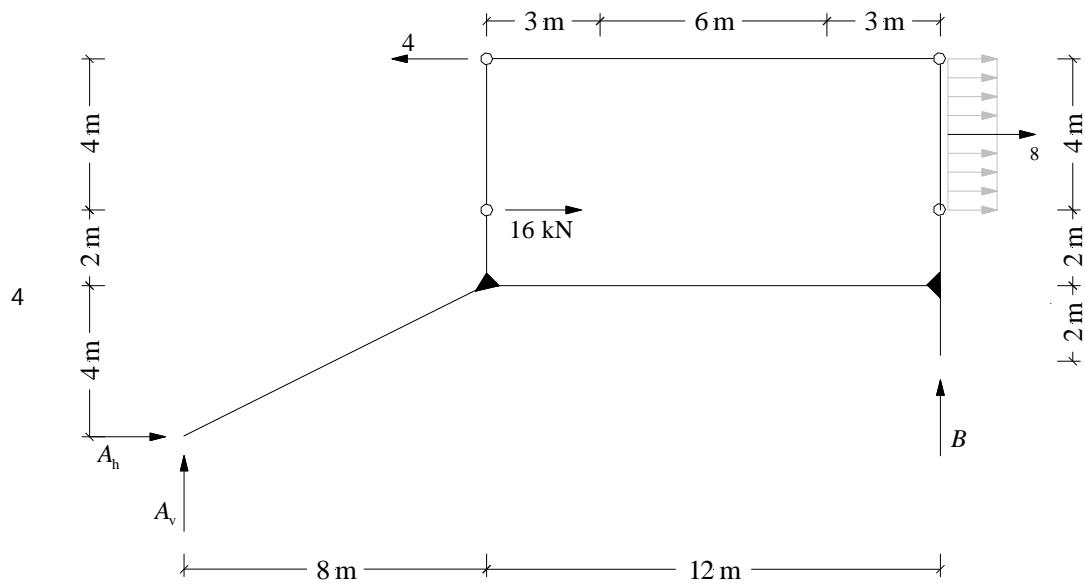
$$4 \quad \sum M^i = 0 \rightarrow N_o = +4 \text{ kN}$$

Schnitt um [C]



$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow C = -4 \text{ kN}$$

Gesamtsystem

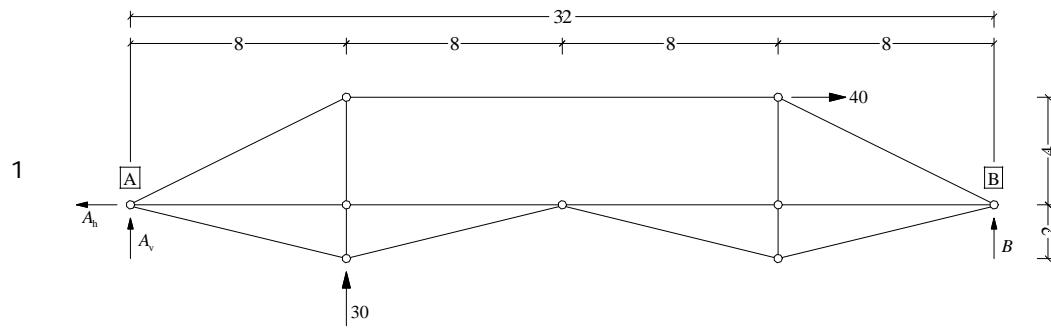


$$3 \quad \sum H = 0: -4 + 16 + 8 + A_h = 0 \rightarrow A_h = -20 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum M^{(A)} = 0: +4 \cdot 10 - 16 \cdot 6 - 8 \cdot 8 + B \cdot 20 = 0 \rightarrow B = +6 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow A_v = -B_v = -6 \text{ kN}$$

#### Aufgabe 4 $\sum 25$

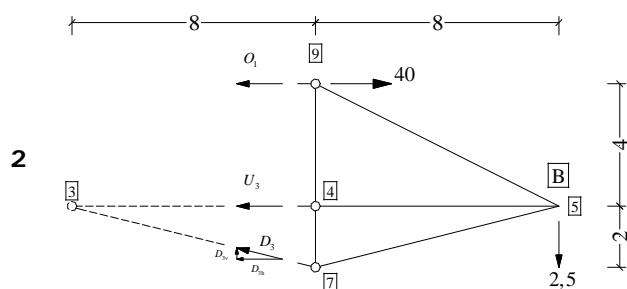


$$1 \quad \sum H = 0: \rightarrow \quad A_h = +40$$

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: \quad -A_v \cdot 32 - 30 \cdot 24 - 40 \cdot 4 = 0 \rightarrow \quad A_v = -27,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: 27,5 - 30 - B = 0 \rightarrow \quad B = -2,5 \text{ kN}$$


---



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

$$2 \quad \sum M^{(3)} = 0: +O_1 \cdot 4 - 40 \cdot 4 - 2,5 \cdot 16 = 0 \quad O_1 = +50 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0 \rightarrow \quad D_{3v} = +2,5 \text{ kN}$$

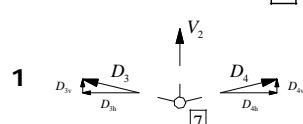
$$1 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{8,0}{2,0} \rightarrow D_{3h} = 4 \cdot D_{3v} \quad D_{3h} = +10,0 \text{ kN}$$

$$1 \quad D_3 = +\sqrt{10,0^2 + 2,5^2} = +10,31 \text{ kN} \quad D_3 = +10,31 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: -O_1 - D_{3h} - U_3 + 40 = 0 \quad U_3 = -20 \text{ kN}$$


---

Knotenschnitt bei 7

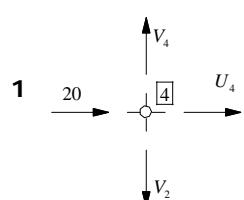


$$2 \quad \sum H = 0: -D_{3h} + D_{4h} = 0 \rightarrow \quad D_{4h} = +10,0 \text{ kN}$$

$$1 \quad \frac{D_{4v}}{D_{4h}} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h} \quad D_{4v} = +2,5 \text{ kN}$$

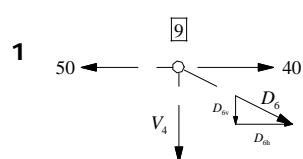
$$1 \quad D_4 = +\sqrt{10,0^2 + 2,5^2} = +10,31 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 4



$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow \quad U_4 = -20 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 9

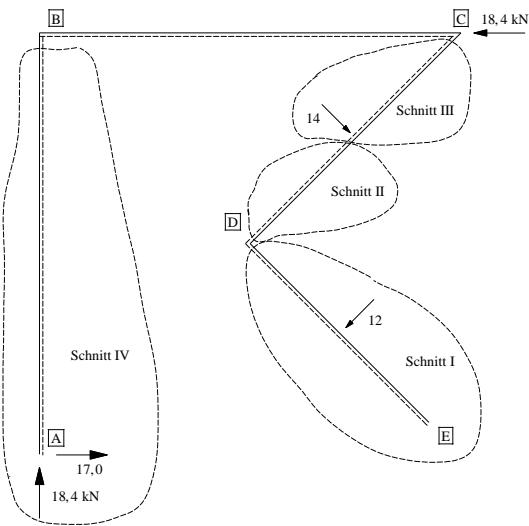


$$1 \quad \sum H = 0: -50 + 40 + D_{6h} = 0 \rightarrow \quad D_{6h} = +10 \text{ kN}$$

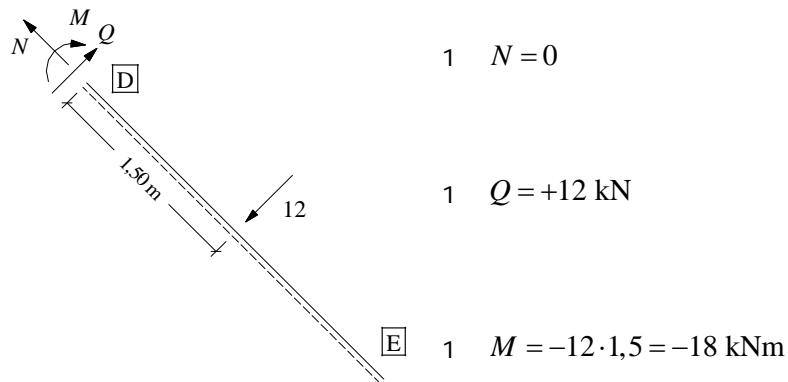
$$1 \quad \frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h} \quad D_{6v} = +5 \text{ kN}$$

$$1 \quad D_6 = +\sqrt{10^2 + 5^2} = +11,18 \text{ kN} \quad D_6 = +11,18 \text{ kN}$$

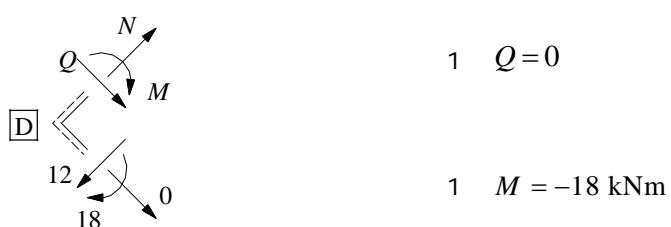
## Aufgabe 5 $\sum 25$



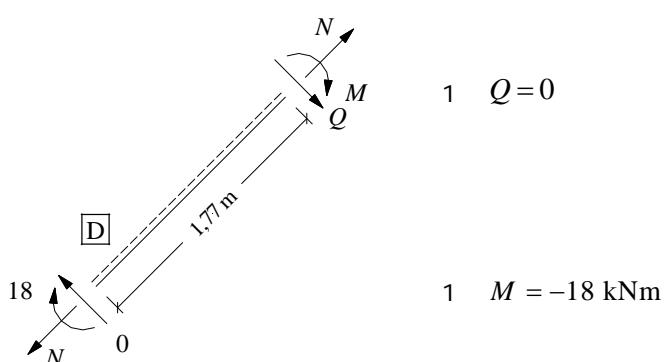
### Schnitt I



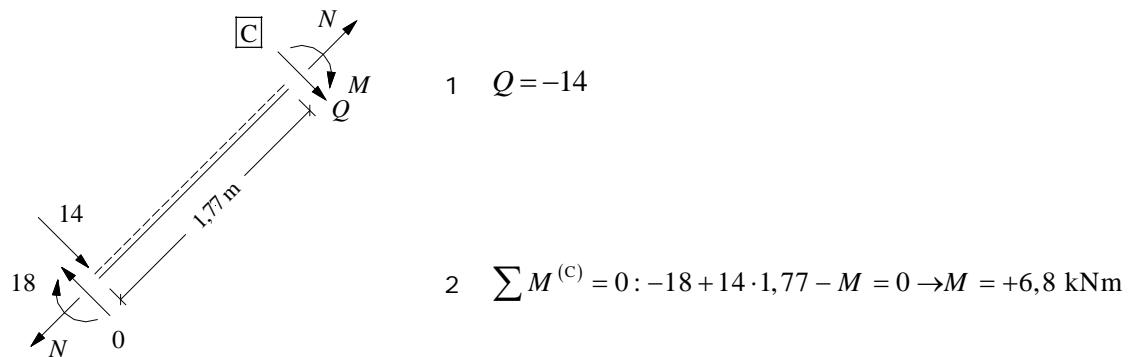
### Schnitt um $\square D$



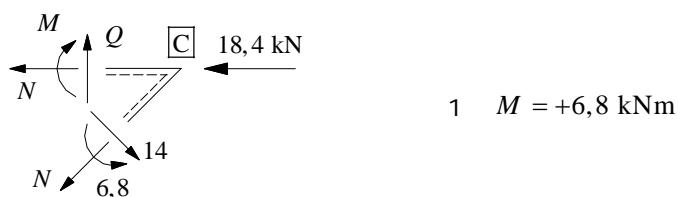
### Schnitt II



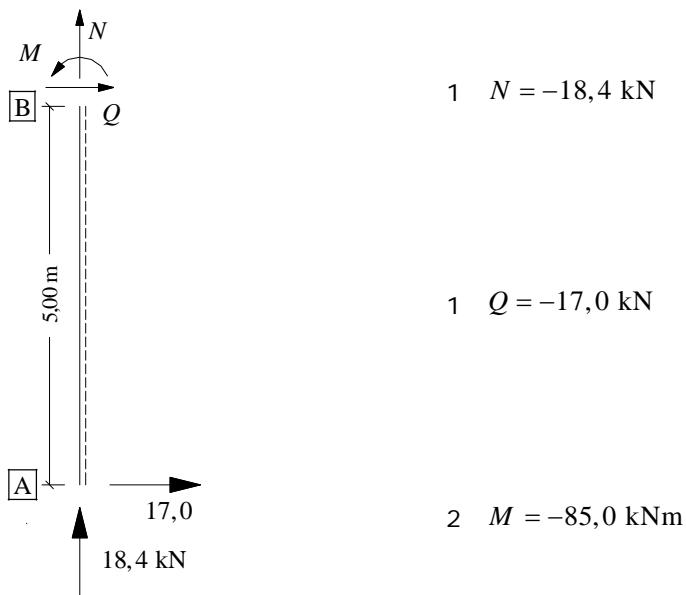
Schnitt III



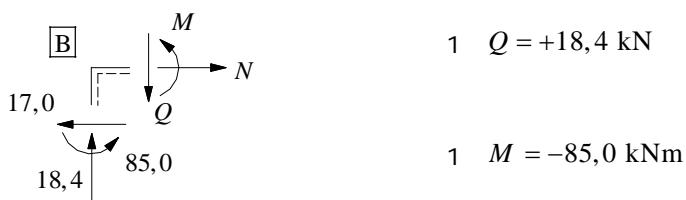
Schnitt um C

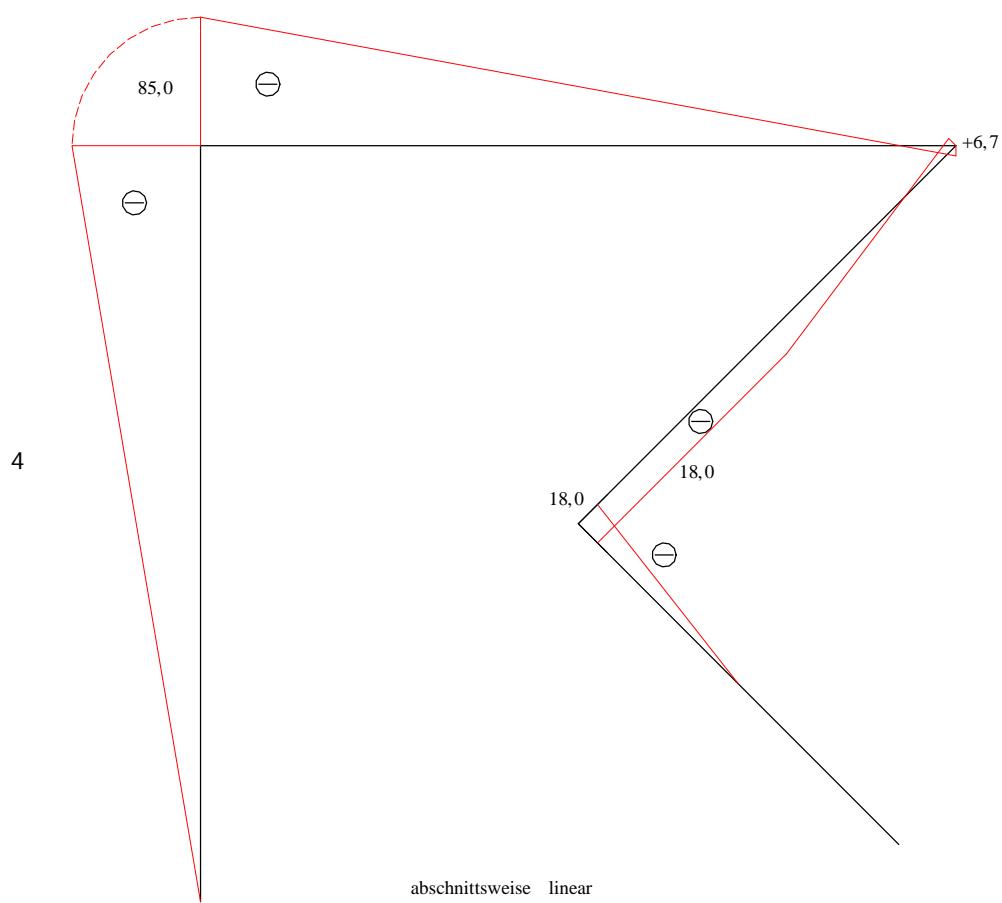
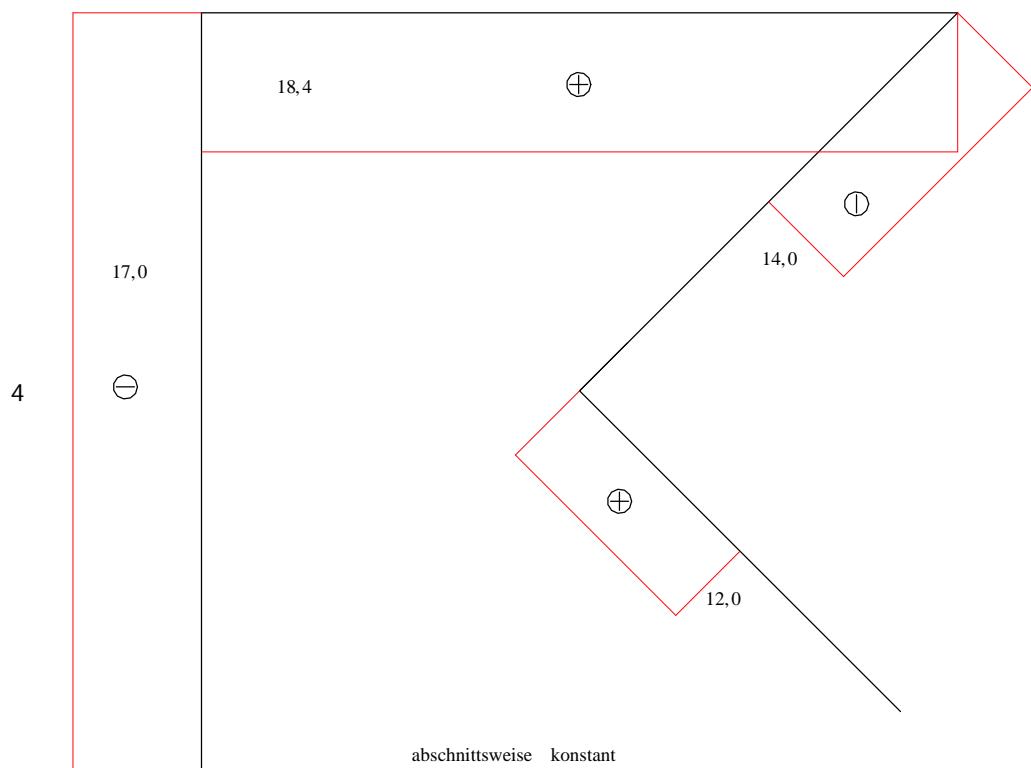


Schnitt IV



Schnitt um B



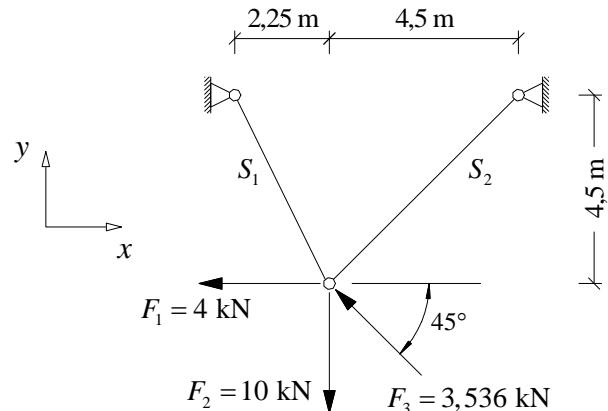


Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

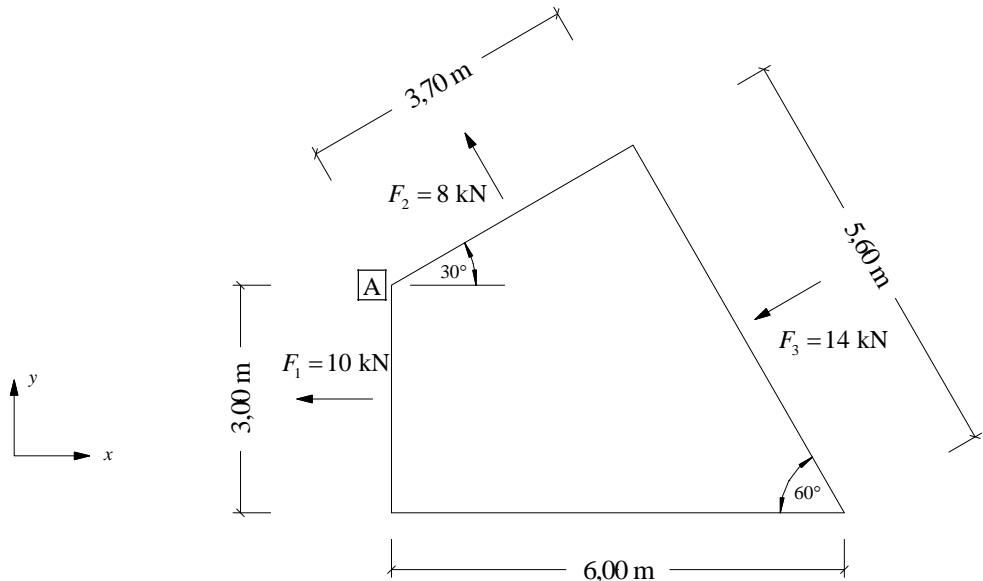
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greift die eingezeichnete Kräftegruppe an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, die Wirkungslinien verlaufen mittig und senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche.

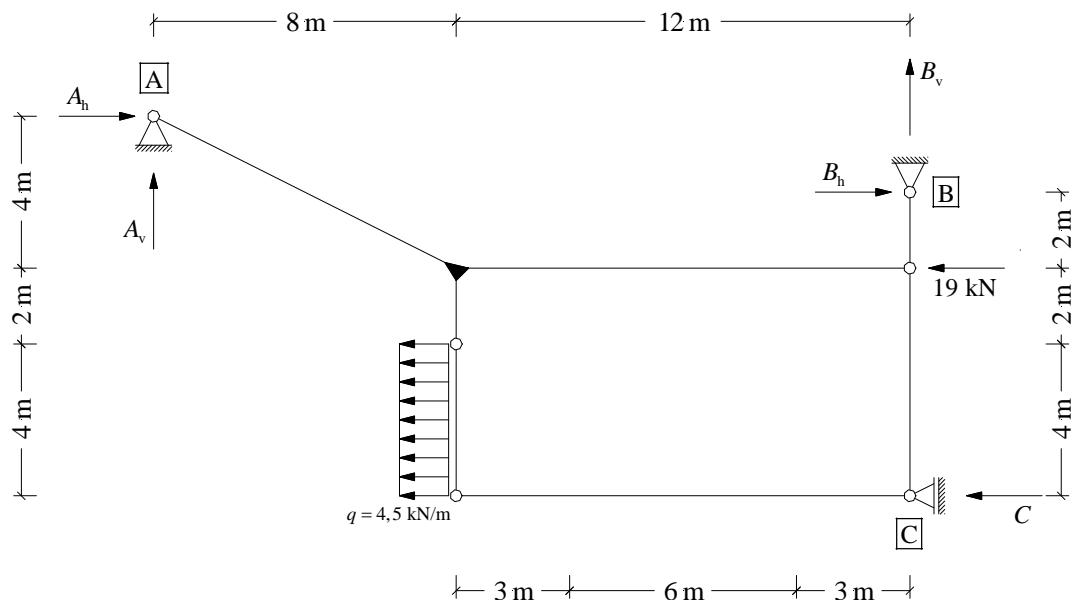


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $A$
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $A$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

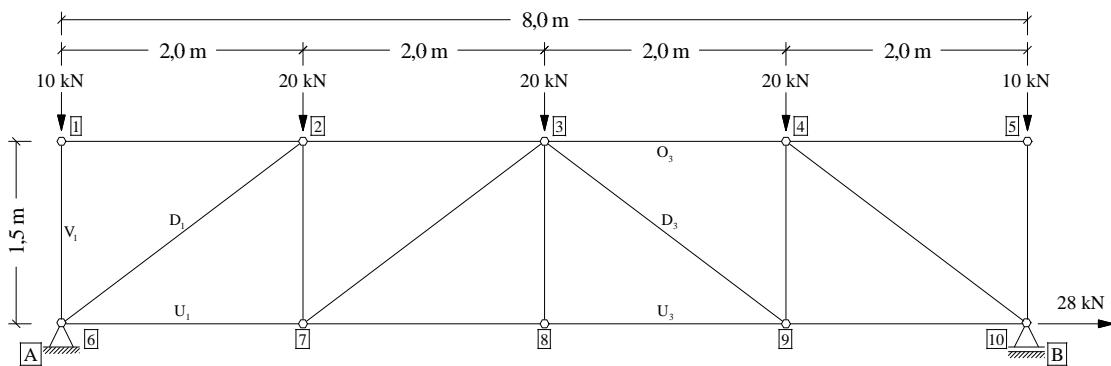
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

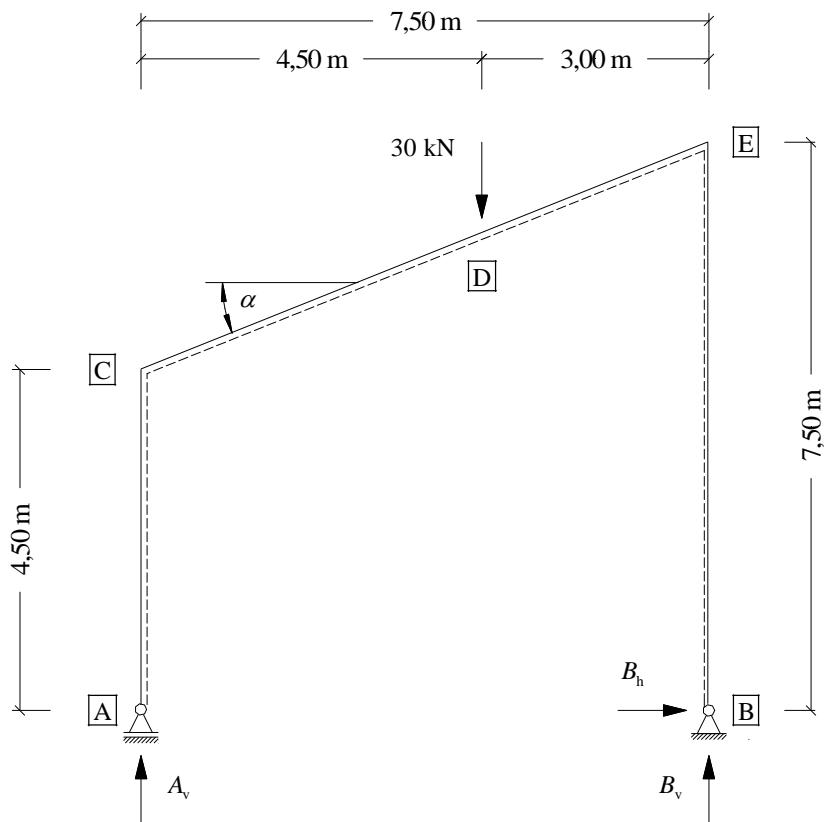
Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

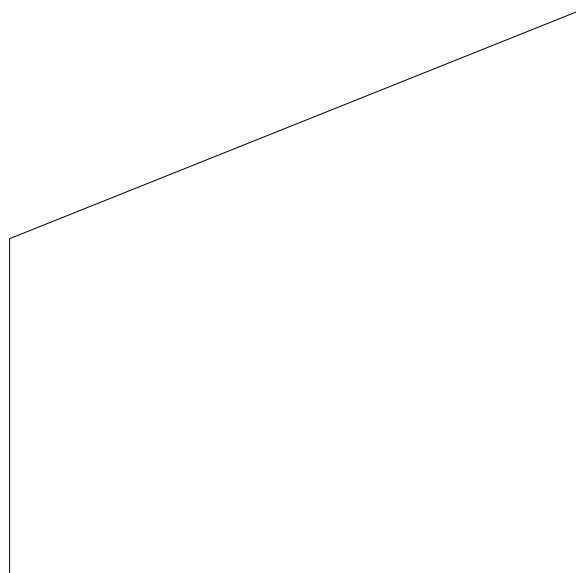
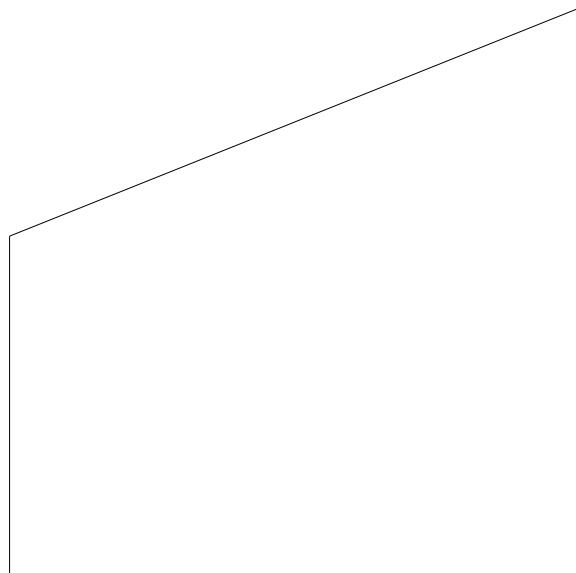
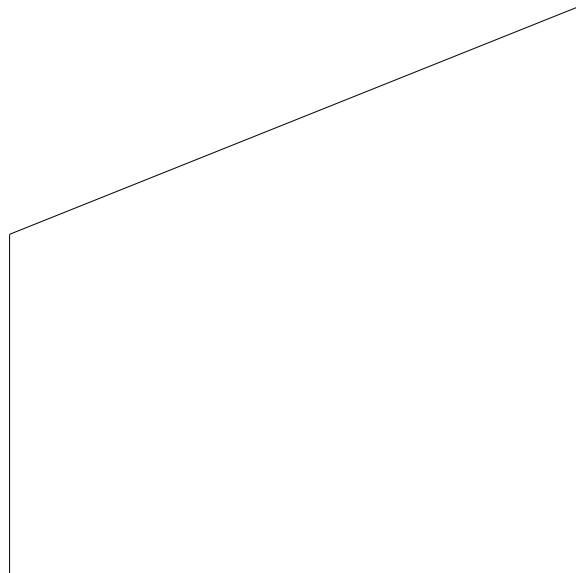
$V_1, D_1, U_1$  und  $O_3, D_3, U_3$



### Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Auflagerkräfte und die Zustandslinien  $N$ ,  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

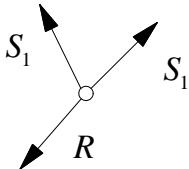




**Aufgabe 1**  $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -3,536 \cdot \cos 45^\circ \\ +3,536 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ +2,5 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} -4 + 0 - 2,5 \\ 0 - 10 + 2,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6,5 \\ -7,5 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{6,5^2 + 7,5^2} = 9,925 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

mit Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4,5 \\ +4,5 \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +4,5 \\ +4,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,5 \\ +7,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = -2,25 \cdot 4,5 - 4,5 \cdot 4,5 = -30,375$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{4,5 \cdot 7,5 - 4,5 \cdot 6,5}{-30,375} = +0,148$$

$$b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{(-2,25) \cdot 7,5 - 4,5 \cdot 6,5}{-30,375} = +1,519$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +0,148 \cdot \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +0,148 \cdot \sqrt{2,25^2 + 4,5^2} = +0,745 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +6,833 \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = 1,519 \cdot \sqrt{4,5^2 - 4,5^2} = 9,664 \text{ kN (Zug)}$$

mit einfachen Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$a \cdot \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,5 \\ +7,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = -0,5 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = -1,5$$

$$a = -\frac{1 \cdot 7,5 - 1 \cdot 6,5}{-1,5} = +0,667$$

$$b = +\frac{(-0,5) \cdot 7,5 - 1 \cdot 6,5}{-1,5} = +6,833$$

$$\underline{S}_1 = +0,667 \cdot \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +0,667 \cdot \sqrt{0,5^2 + 1^2} = +0,745 \text{ kN (Zug)}$$

## Aufgabe 2 Σ10

a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} -8 \cdot \sin 30^\circ \\ +8 \cdot \cos 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,0 \\ +6,93 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -14 \cdot \sin 60^\circ \\ -14 \cdot \cos 60^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12,12 \\ -7,0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 - 4,0 - 12,12 \\ 0 + 6,93 - 7,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -26,12 \\ -0,07 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{26,12^2 + 0,07^2} = 26,12 \text{ kN}$$

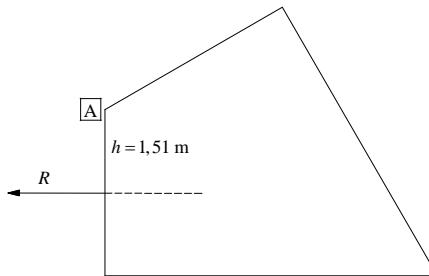
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-0,07}{-26,12} = 0,0027 \quad \rightarrow \alpha = 0,15^\circ$$

b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt A

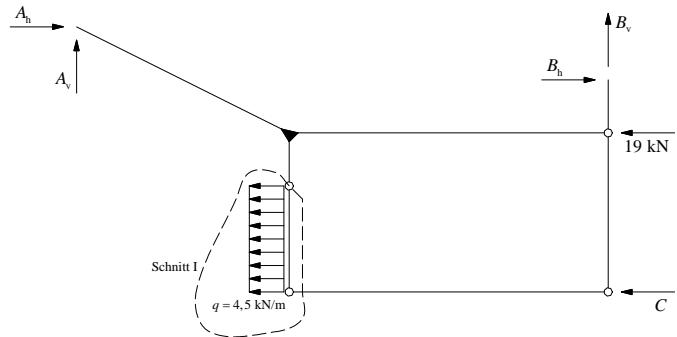
$$3 \quad M_R^{(A)} = -10 \cdot 1,5 + 8 \cdot 1,85 - 14 \cdot 2,80 = -39,40 \text{ kNm}$$

c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt A

$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{39,40}{26,12} = 1,51 \text{ m}$$



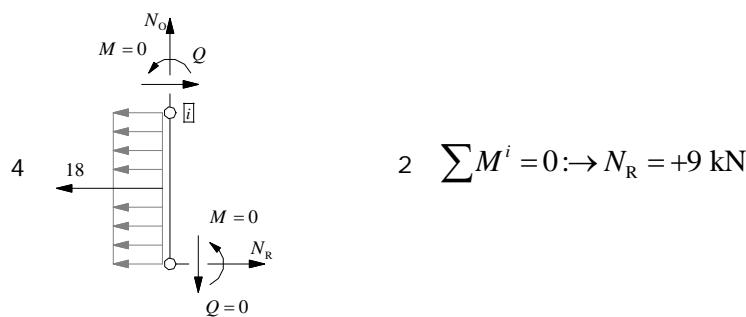
**Aufgabe 3**  $\sum 25$



Schnitt um **[B]**

$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow B_h = 0$$

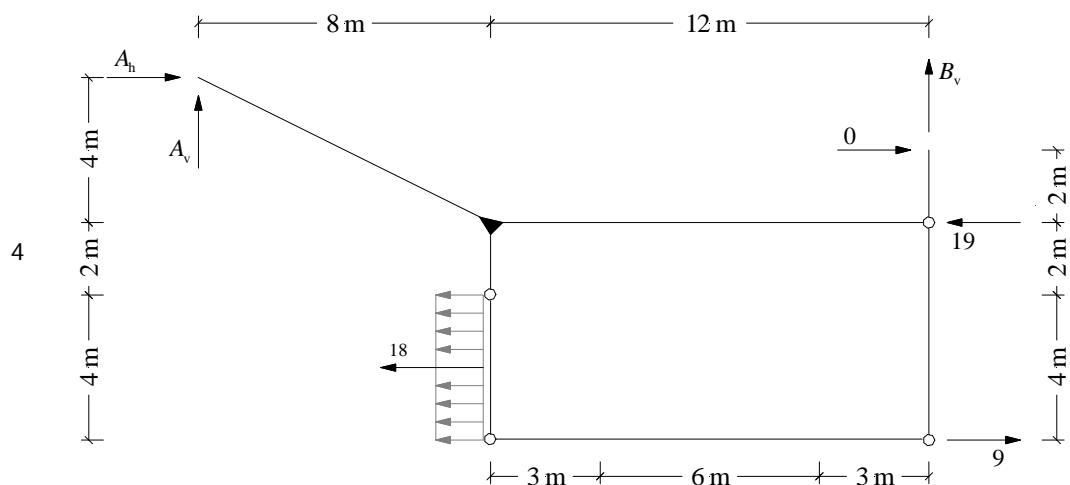
Schnitt I



Schnitt um **[C]**



Gesamtsystem

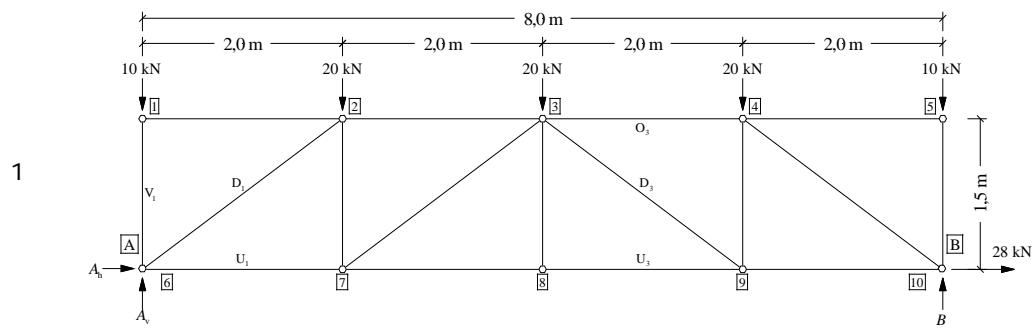


$$3 \quad \sum H = 0: A_h - 18 + 9 - 19 = 0 \rightarrow A_h = +28 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum M^{(A)} = 0: -18 \cdot 8 + 9 \cdot 10 - 19 \cdot 4 + B_v \cdot 20 = 0 \rightarrow B_v = +6,5 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow A_v = -B_v = -6,5 \text{ kN}$$

#### Aufgabe 4 $\sum 25$



$$1 \quad \sum H = 0 : \rightarrow \quad A_h = -28 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -A_v \cdot 8 + 10 \cdot 8 + 20 \cdot (6+4+2) = 0 \rightarrow \quad A_v = +40 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0 : -40 + 80 - B = 0 \rightarrow \quad B = +40 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei **1**

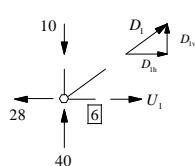
$$2 \quad \sum V = 0 : \rightarrow$$

$$V_1 = -10,0 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei **6**

$$2 \quad \sum V = 0 : +10 - 40 - D_{1v} \rightarrow$$

$$D_{1v} = -30,0 \text{ kN}$$



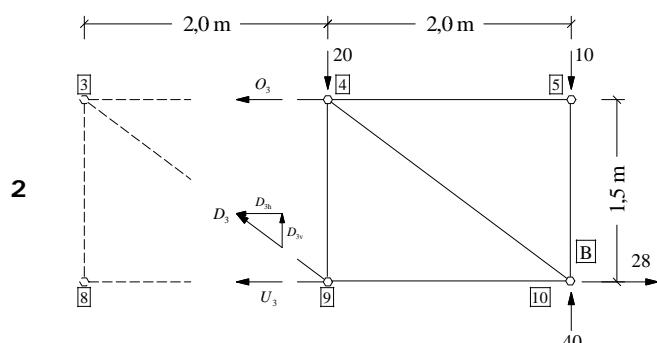
$$2 \quad \frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{1h} = 1,333 \cdot D_{1v}$$

$$D_{1h} = -40 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_1 = -\sqrt{30^2 + 40^2}$$

$$D_1 = -50 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0 : -28 + D_{1h} + U_1 = 0 \rightarrow \quad U_1 = +68 \text{ kN}$$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

$$2 \quad \sum M^{(9)} = 0 : +O_3 \cdot 1,5 + (40 - 10) \cdot 2 = 0 \quad O_3 = -40 \text{ kN}$$

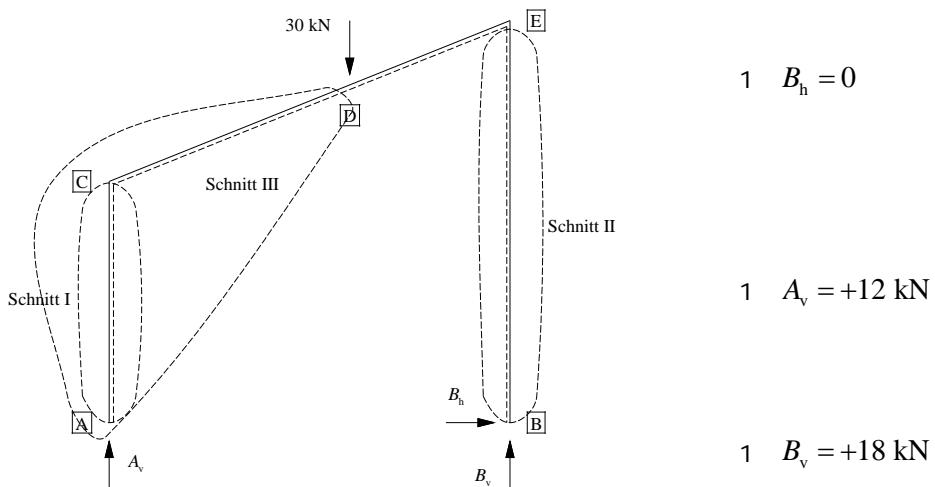
$$2 \quad \sum V = 0 : -D_{3v} + 20 + 10 - 40 = 0 \rightarrow \quad D_{3v} = -10 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{3h} = 1,333 \cdot D_{3v} \quad D_{3h} = -13,3 \text{ kN}$$

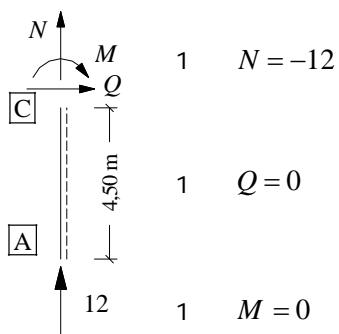
$$1 \quad D_3 = -\sqrt{10^2 + 13,3^2} = -16,7 \text{ kN} \quad D_3 = -16,7 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0 : -O_3 - D_{3h} - U_3 + 28 = 0 \quad U_3 = +81,3 \text{ kN}$$

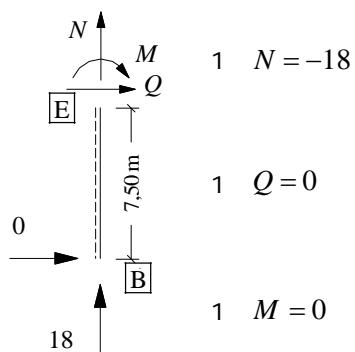
## Aufgabe 5 $\sum 25$



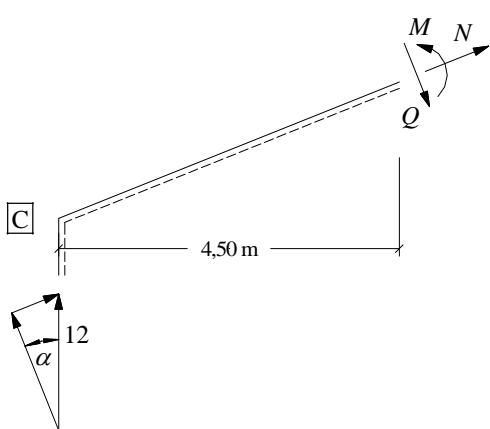
Schnitt I



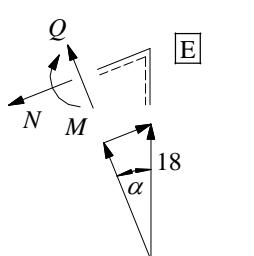
Schnitt II

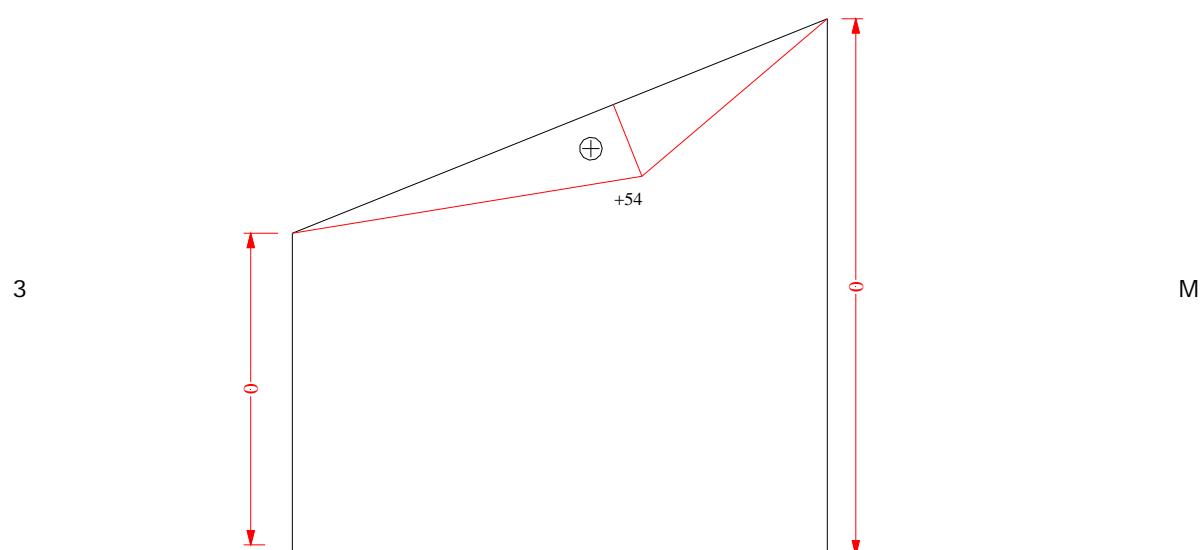
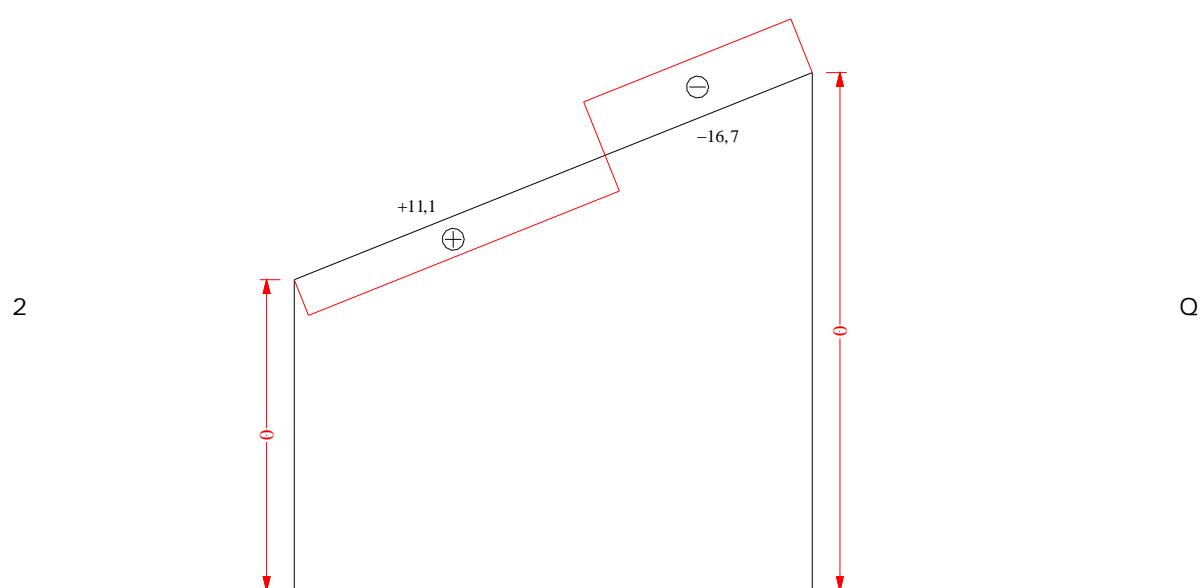
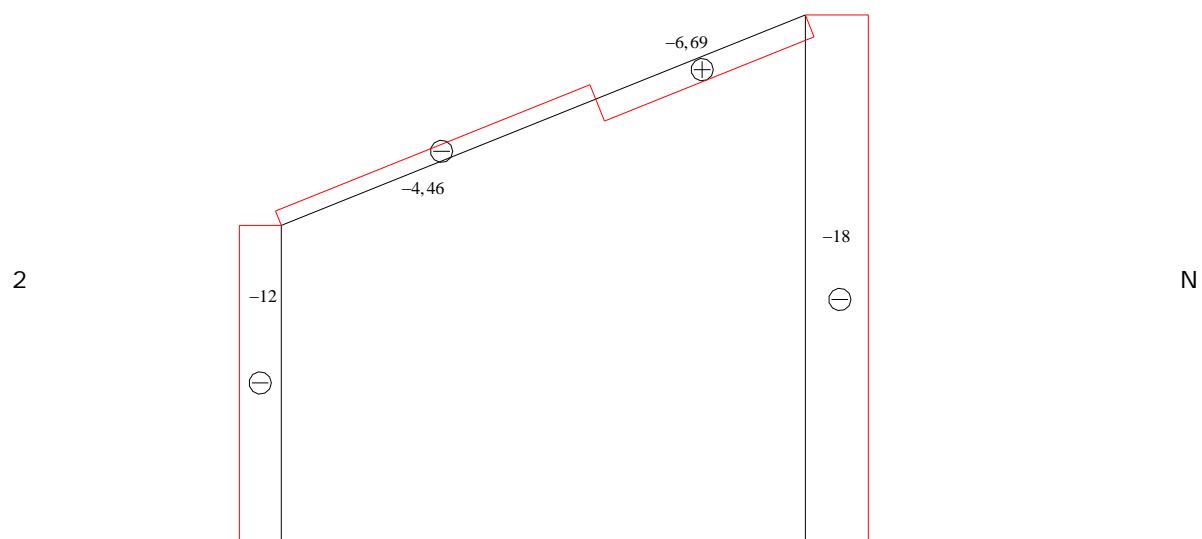


Schnitt III, unmittelbar links von  $\boxed{D}$



Schnitt um  $\boxed{E}$



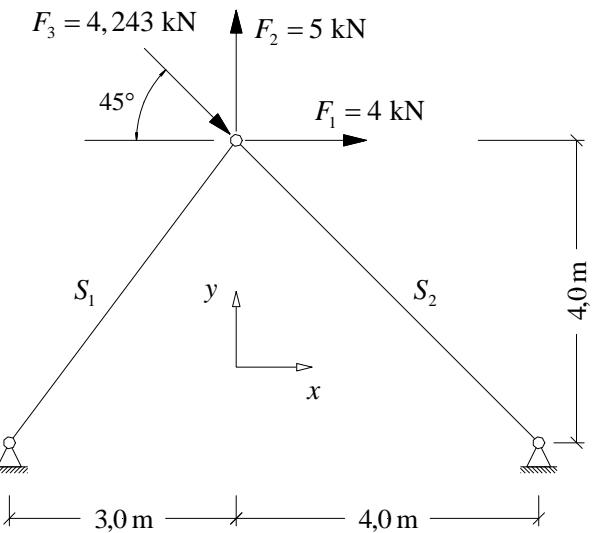


Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

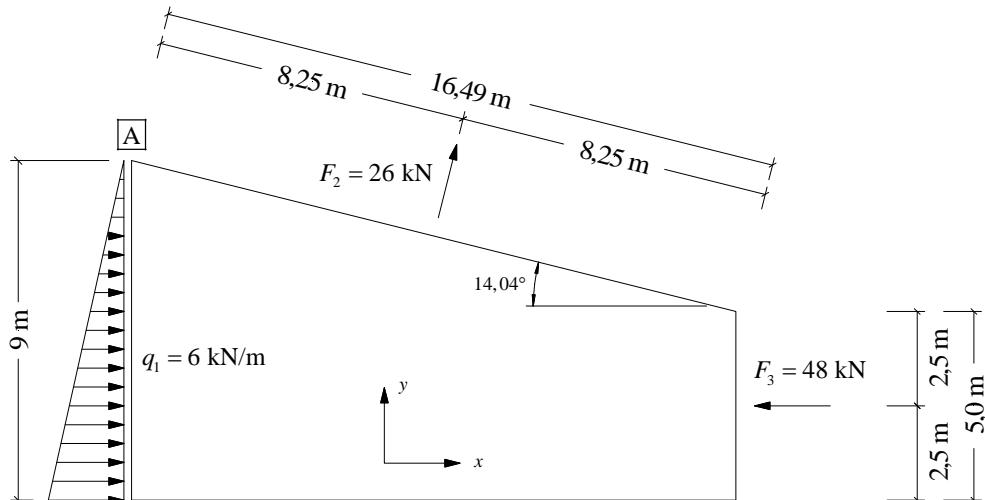
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greifen die eingezeichneten Kräfte an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Stabkräfte  $S_1$  und  $S_2$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Auf einen Baukörper wirken drei Lasten ein, deren Wirkungslinien senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche verlaufen.

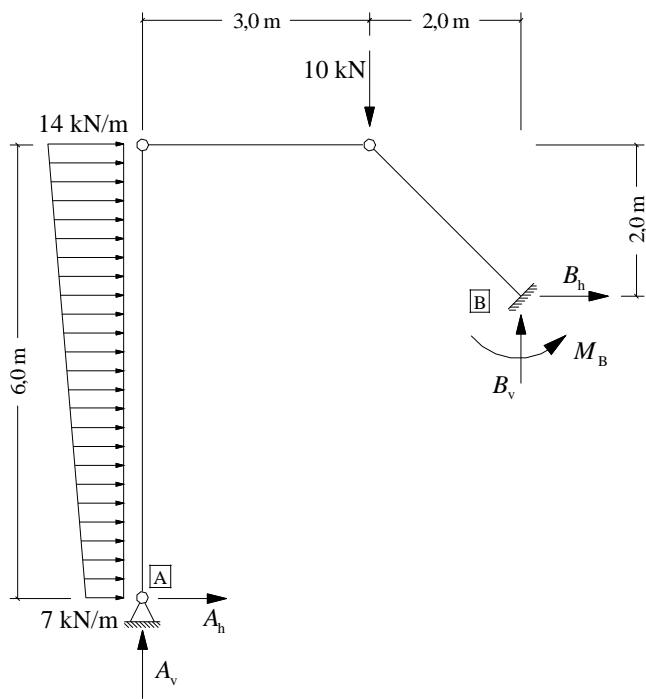


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt **A**

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

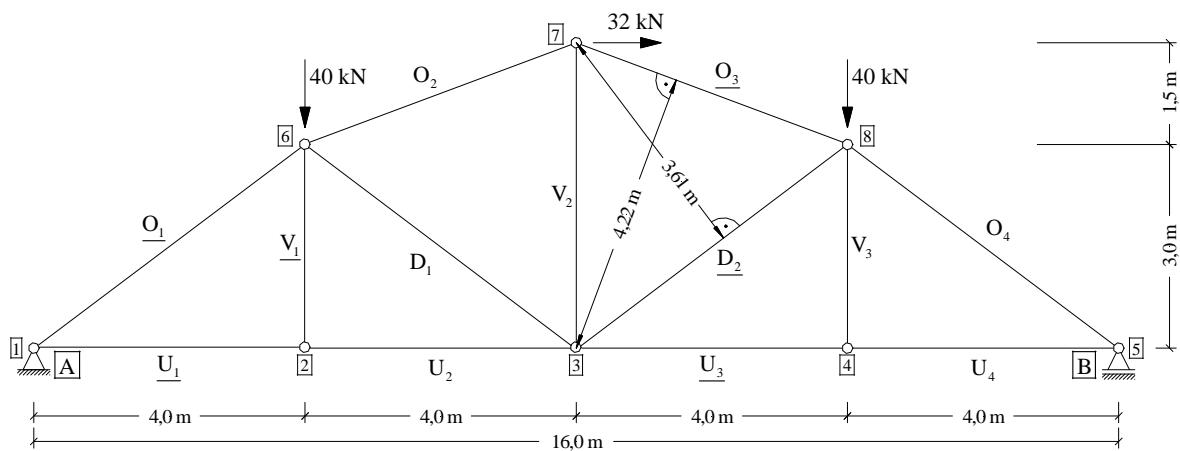
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

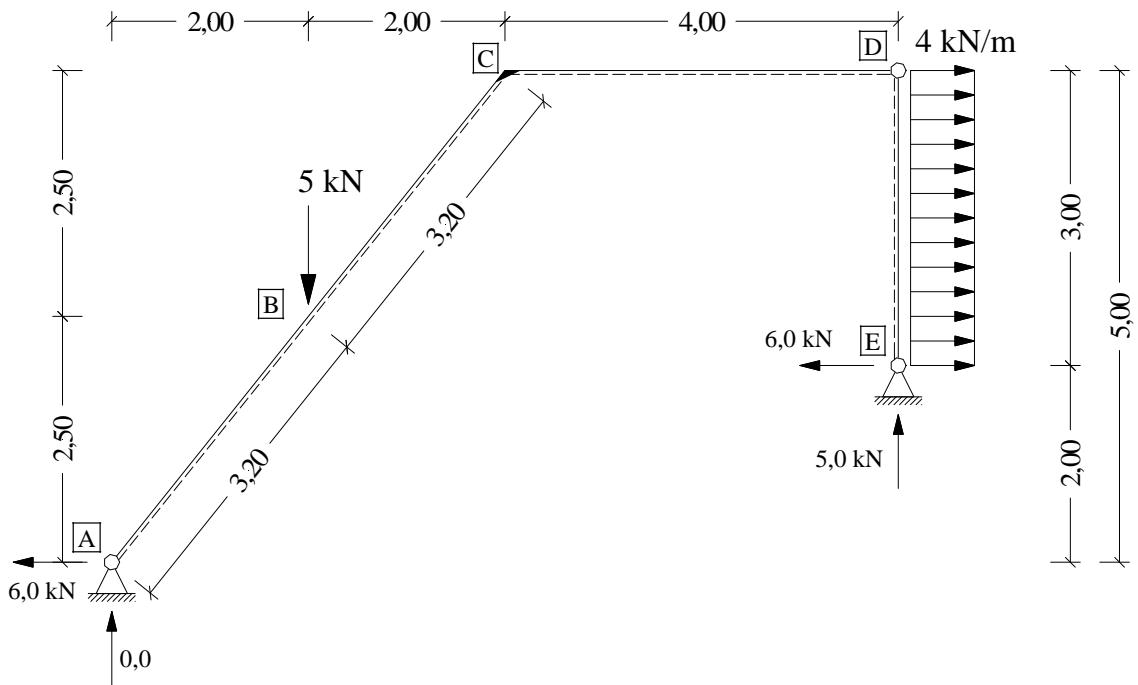
$O_1, U_1, V_1$  und  $O_3, D_2, U_3$

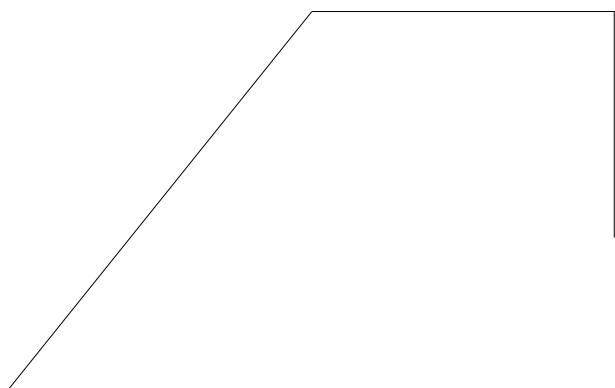
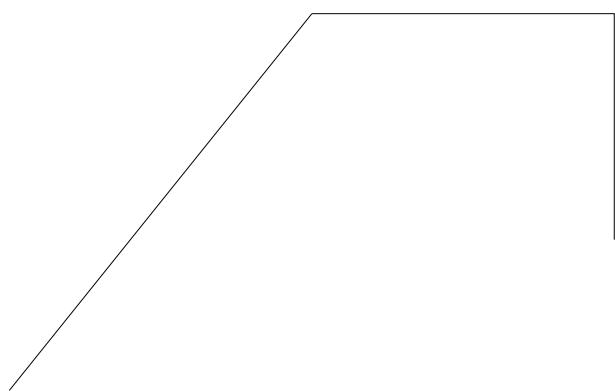
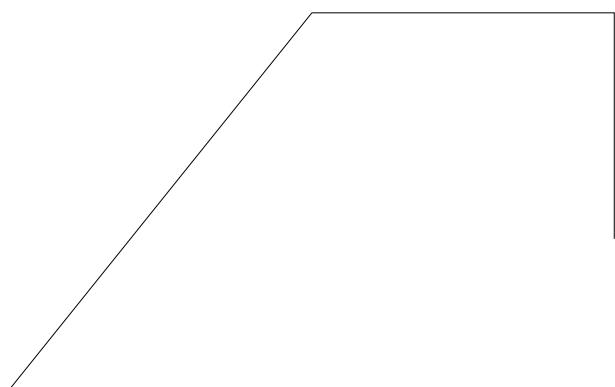


### Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien  $N$ ,  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Auflagerkräfte sind gegeben.

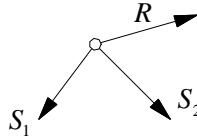




**Aufgabe 1**  $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +4,243 \cdot \cos 45^\circ \\ -4,243 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 4+0+3 \\ 0+5-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7 \\ +2 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{7^2 + 2^2} = 7,28 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{B} = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$1 \quad D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-3) \cdot (-1) - (-4) \cdot (+1) = +7$$

$$2 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{(+1) \cdot (-2) - (-1) \cdot (-7)}{7} = +1,286$$

$$2 \quad b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{(-3) \cdot (-2) - (-4) \cdot (-7)}{7} = -3,143$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +1,286 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +1,286 \cdot \sqrt{3^2 + 4^2} = +6,429 \text{ kN} \text{ (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = -3,143 \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = -3,143 \cdot \sqrt{1^2 + 1^2} = -4,445 \text{ kN} \text{ (Druck)}$$

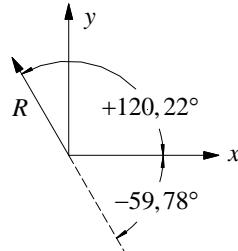
## Aufgabe 2 Σ10

a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +0,5 \cdot 9 \cdot 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +27 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +26 \cdot \sin 14,04^\circ \\ +26 \cdot \cos 14,04^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,31 \\ +25,22 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -48 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 + 6,31 - 48 \\ 0 + 25,22 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14,69 \\ +25,22 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{14,69^2 + 25,22^2} = 29,19 \text{ kN}$$



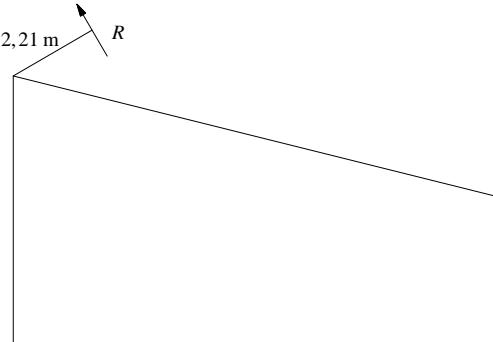
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+25,22}{-14,69} = -1,717 \quad \rightarrow \alpha = -59,78^\circ$$

b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt A

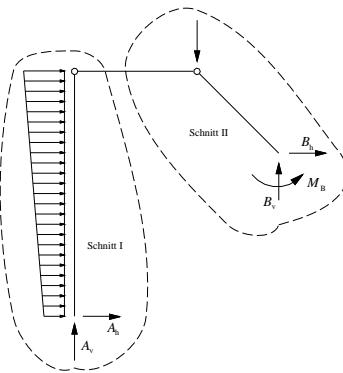
$$3 \quad M_R^{(A)} = 27 \cdot 6,0 + 26 \cdot 8,25 - 48 \cdot 6,5 = +64,5 \text{ kNm}$$

c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt A

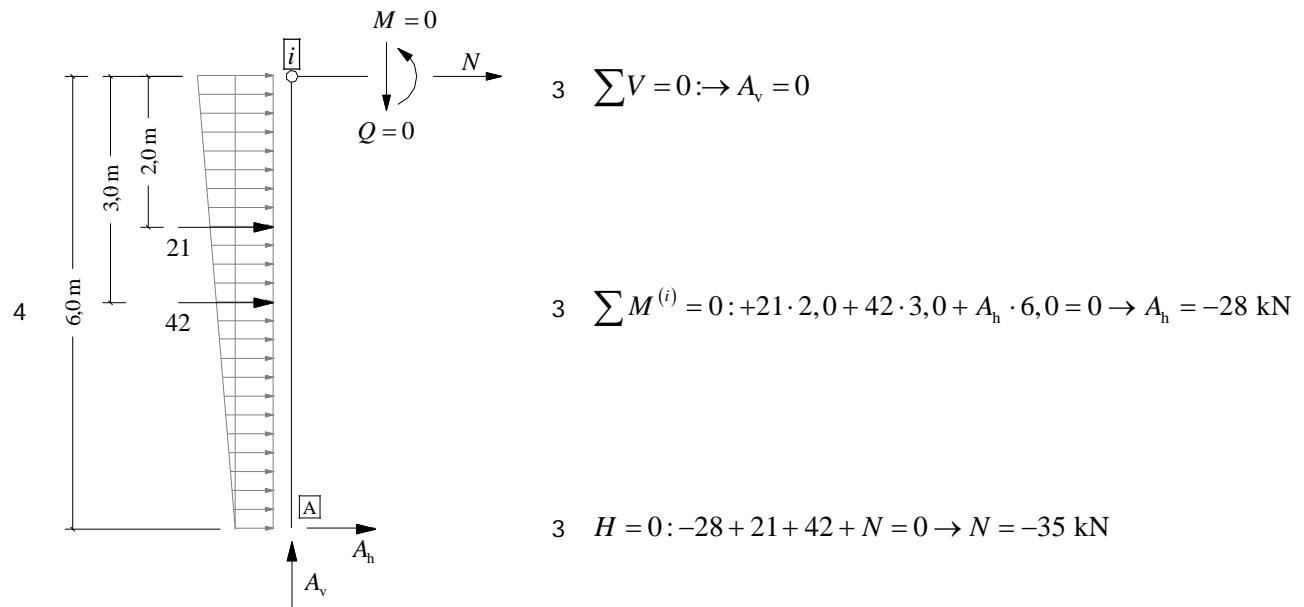
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{64,5}{29,19} = 2,21 \text{ m}$$



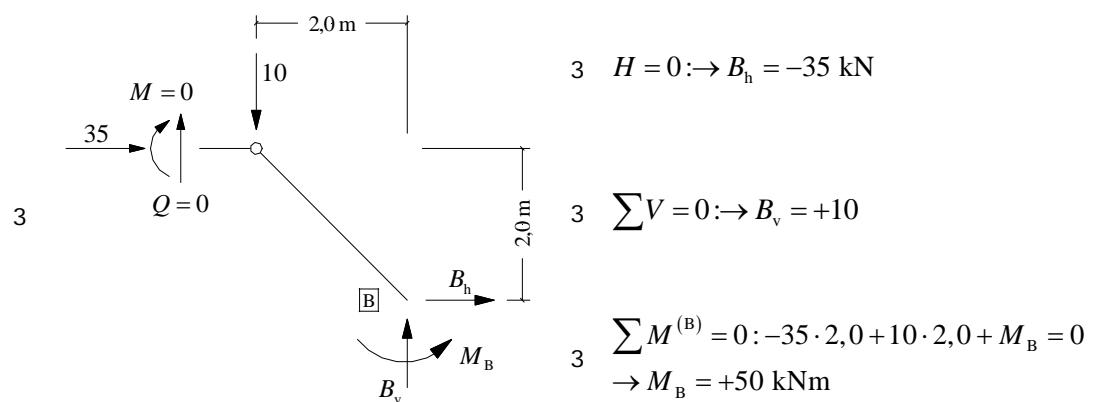
Aufgabe 3  $\sum 25$



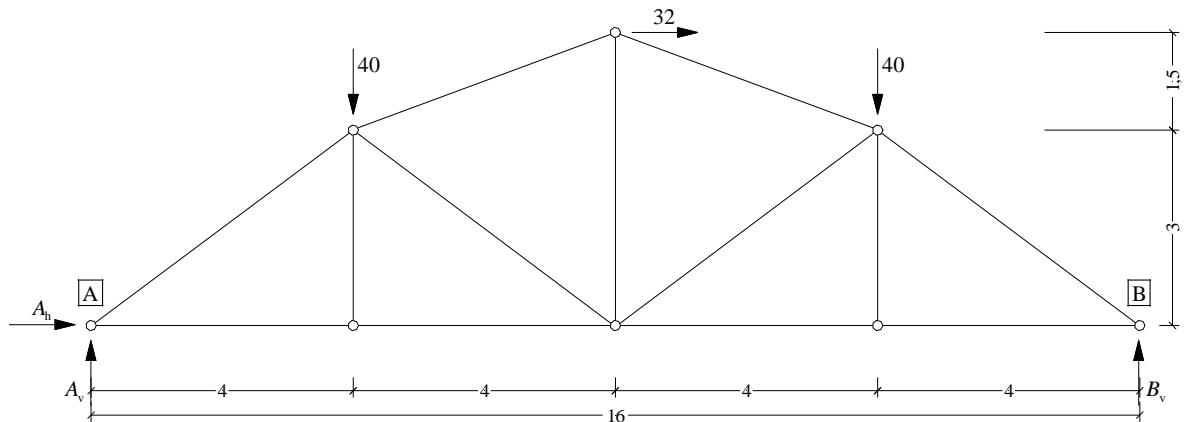
Schnitt I



Schnitt II



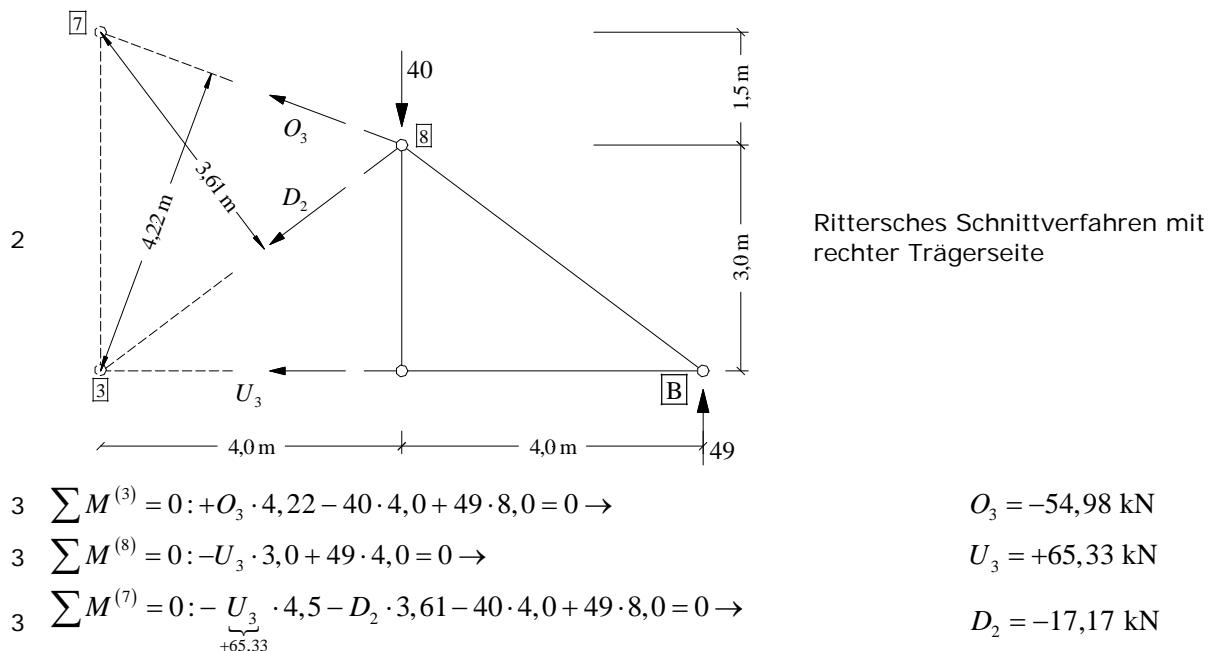
**Aufgabe 4**  $\sum 25$



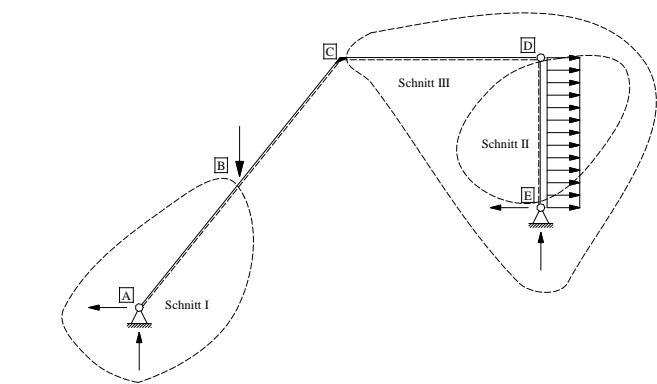
$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum H = 0: & \rightarrow A_h = -32 \\
 2 \quad \sum M^{(B)} = 0: & -A_v \cdot 16 + 40 \cdot 12 - 32 \cdot 4,5 + 40 \cdot 4 = 0 \rightarrow A_v = +31 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum V = 0: & \rightarrow B_v = +49 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{l} \sum V = 0: -31 - O_{1v} = 0 \rightarrow O_{1v} = -31 \text{ kN} \\ \hline 1 \quad \frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{4,0}{3,0} \rightarrow O_{1h} = \frac{4}{3} \cdot O_{1v} \rightarrow O_{1h} = -41,33 \text{ kN} \\ \hline 1 \quad O_1 = -\sqrt{41,33^2 + 31^2} \quad O_1 = -51,67 \text{ kN} \\ \hline 3 \quad \sum V = 0: -32 + \underbrace{O_{1h}}_{-41,33} + U_1 = 0 \rightarrow U_1 = +73,33 \text{ kN} \end{array}
 \end{aligned}$$

$$2 \quad \text{Knotenschnitt um } \boxed{2} \text{ bzw. Erkennung von Nullstäben: } V_1 = 0$$



## Aufgabe 5 $\sum 25$



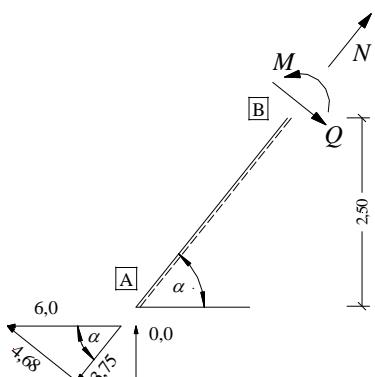
Neigungswinkel Balken A-C

$$\sin \alpha = \frac{2,50}{3,20} \text{ bzw.}$$

$$\cos \alpha = \frac{2,00}{3,20} \text{ bzw.}$$

$$\tan \alpha = \frac{2,50}{2,00} \rightarrow \alpha \approx 51,3^\circ$$

Schnitt I

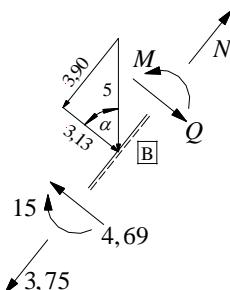


$$F_{\parallel} = 6,0 \cdot \cos \alpha = 6,0 \cdot \frac{2,0}{3,2} = 3,75 \text{ kN} \rightarrow N = +3,75 \text{ kN}$$

$$F_{\perp} = 6,0 \cdot \sin \alpha = 6,0 \cdot \frac{2,5}{3,2} = 4,69 \text{ kN} \rightarrow Q = +4,69 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(B)} = 0: -6,0 \cdot 2,5 + M = 0 \rightarrow M = +15,0 \text{ kNm}$$

Schnitt um  $\square B$



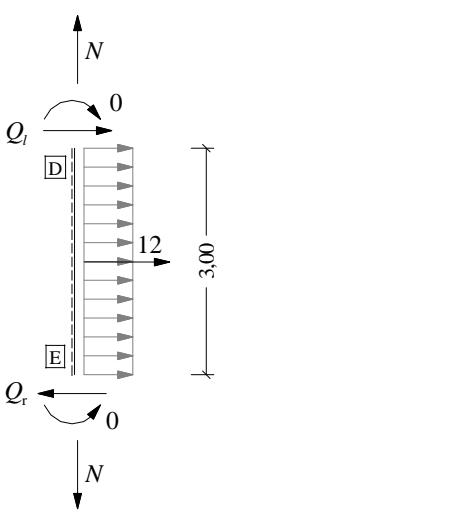
$$\sum \parallel = 0: +3,75 + \underbrace{5 \cdot \sin \alpha}_{3,90} - N = 0 \rightarrow N = +7,65 \text{ kN}$$

$$\sum \perp = 0: -4,69 + \underbrace{5 \cdot \cos \alpha}_{3,13} + Q = 0 \rightarrow Q = +1,56 \text{ kN}$$

Schnitt um  $\square E$

$$\rightarrow N = -5 \text{ kN}$$

Schnitt II

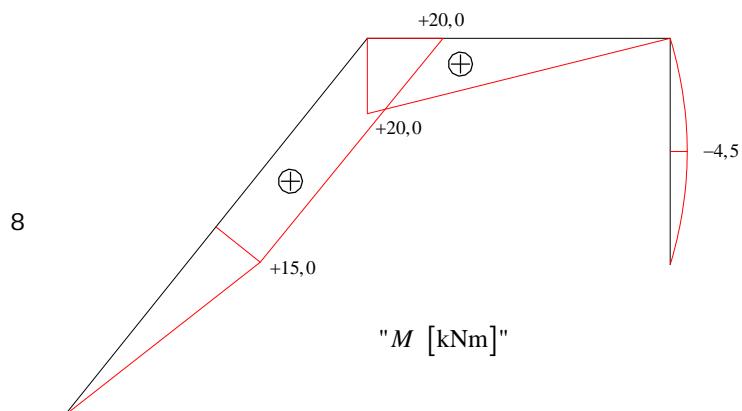
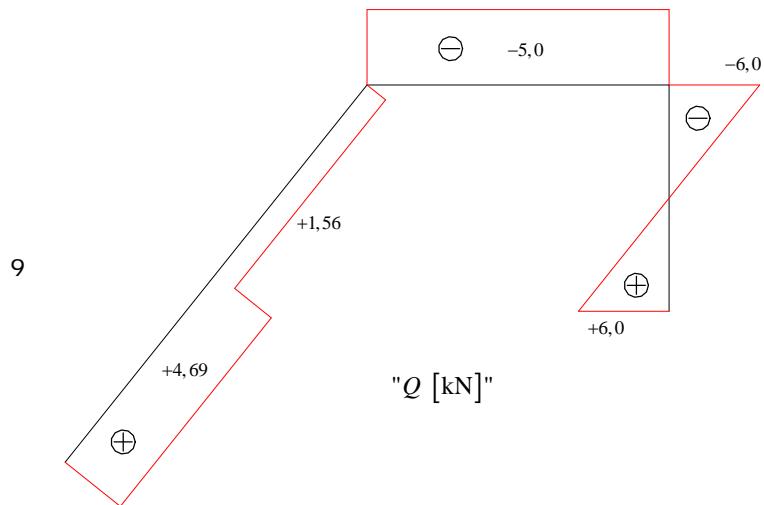
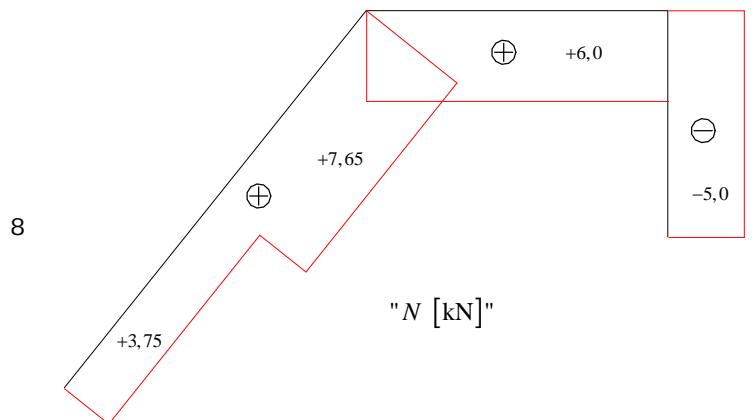
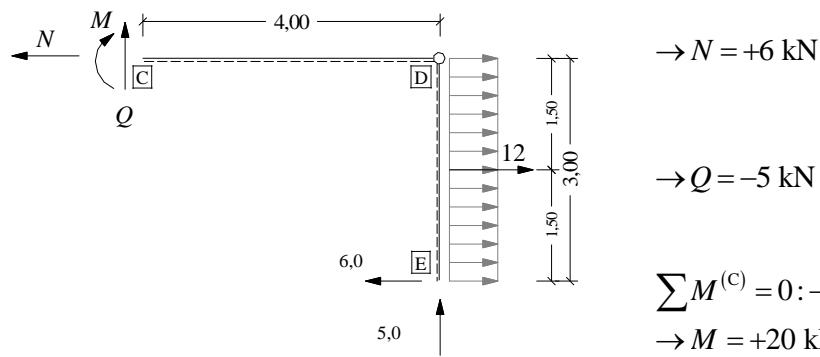


$$\sum M^{(D)} = 0: \rightarrow Q_r = +6 \text{ kN}$$

$$\sum H = 0: \rightarrow Q_l = -6 \text{ kN}$$

$$M_{\text{Mitte}} = -q \cdot \frac{l^2}{8} = -4,5 \text{ kNm}$$

Schnitt III

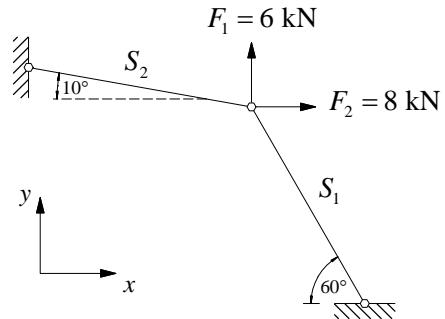


Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

**Aufgabe 1 (15 Punkte)**

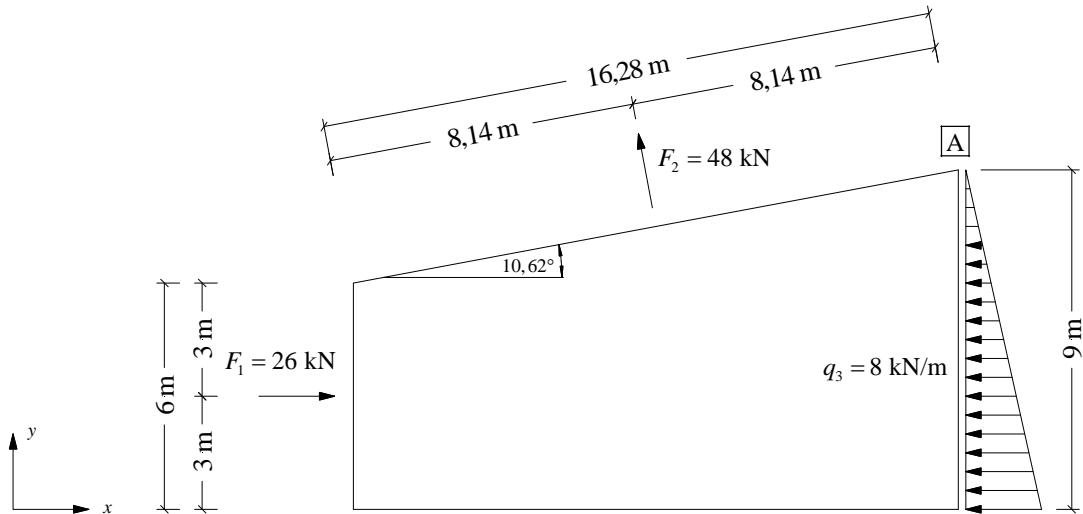
An einem aus zwei Seilen bestehenden Tragwerk greifen die eingezeichneten beiden Kräfte an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Seilkräfte  $S_1$  und  $S_2$  mit Hilfe der Vektorrechnung.



**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Auf einen Baukörper wirken drei Lasten ein, deren Wirkungslinien senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche verlaufen.

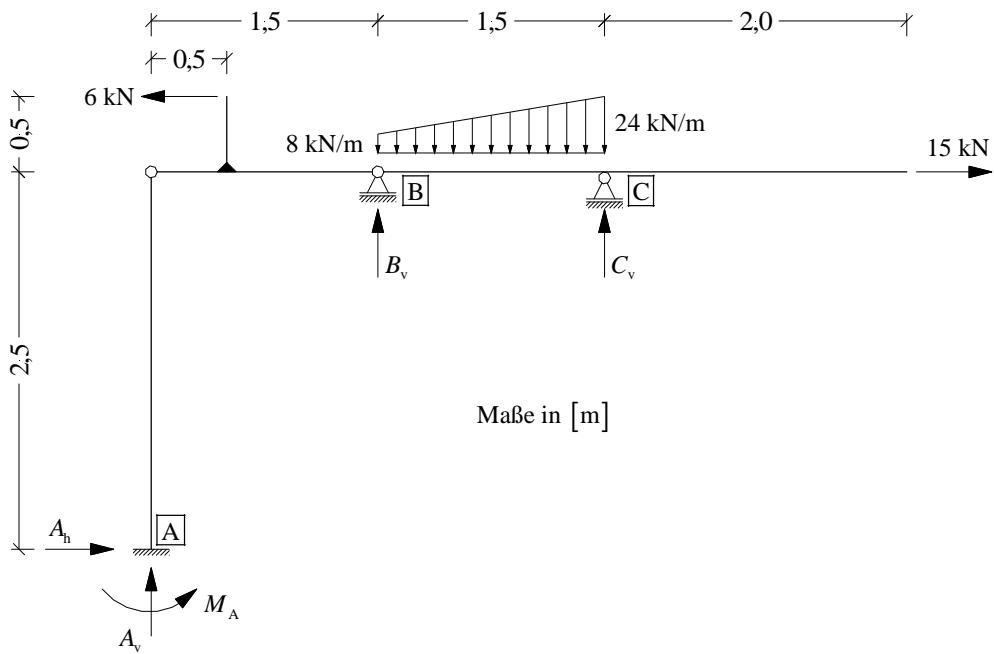


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$
- resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $A$
- Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $A$

### Aufgabe 3 (25 Punkte)

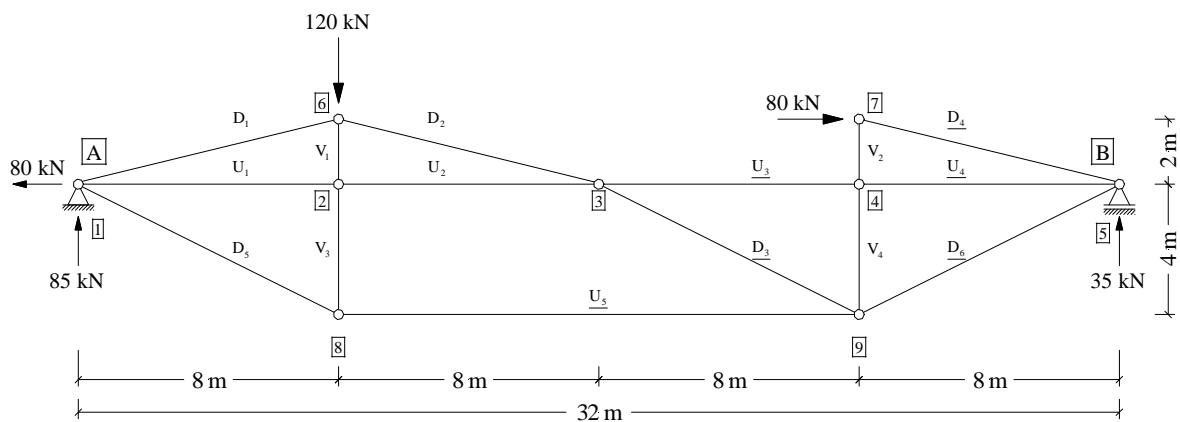
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



### Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk folgende Stabkräfte:

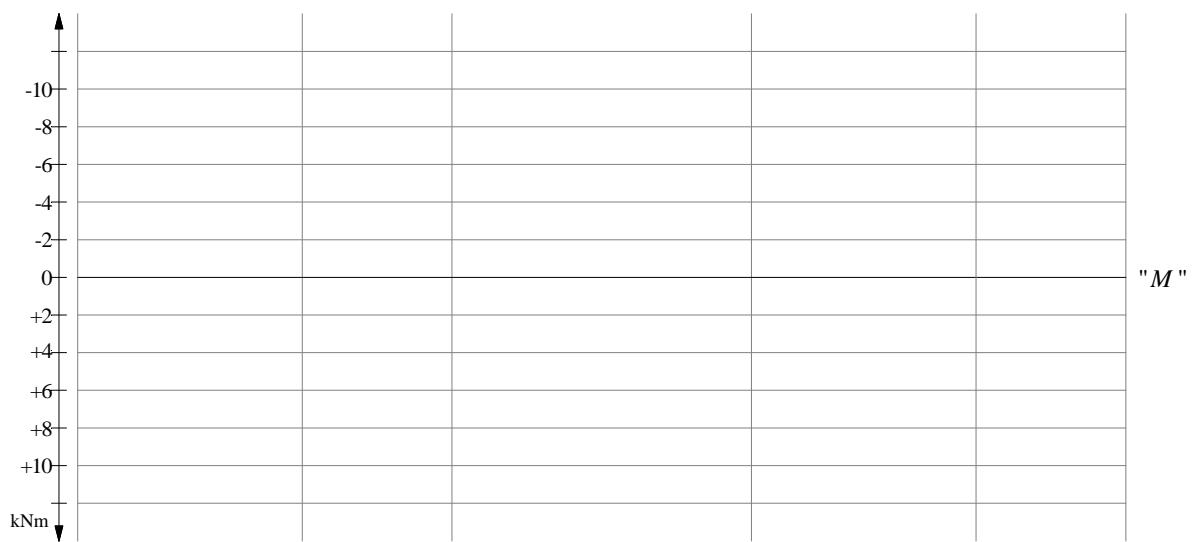
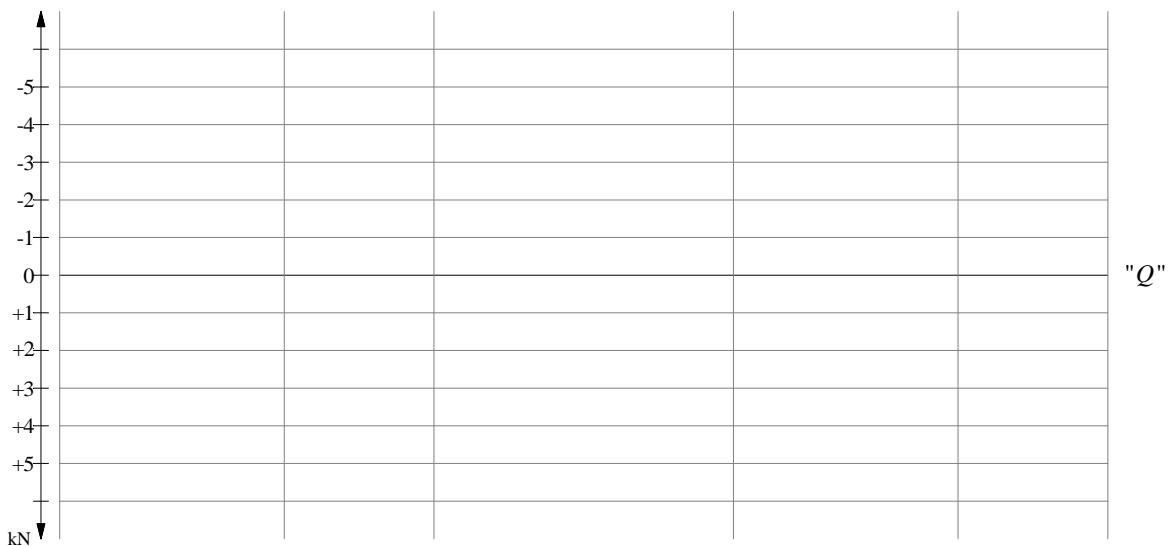
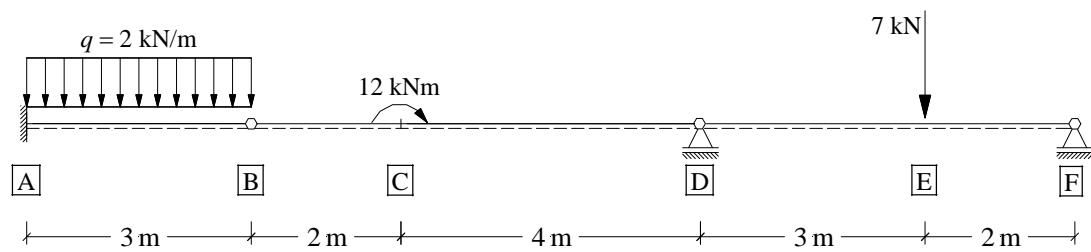
$D_3, U_3, U_5$  und  $D_4, U_4, D_6$



Die Auflagerkräfte sind gegeben!

### Aufgabe 5 (25 Punkte)

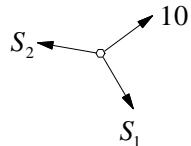
Ermitteln Sie die Zustandslinien  $Q$  und  $M$  am nachfolgend dargestellten statischen System.



**Aufgabe 1**  $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ +6 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 0+8 \\ 6+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +8 \\ +6 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,0 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

Richtungsvektoren  $\underline{A}; \underline{B}$  aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = \cos 60^\circ \cdot (-\sin 10^\circ) - (-\sin 60^\circ) \cdot \cos 10^\circ = +0,766$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{\cos 10^\circ \cdot 6 - (-\sin 10^\circ) \cdot 8}{0,766} = +9,53$$

$$b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{\cos 60^\circ \cdot 6 - (-\sin 60^\circ) \cdot 8}{0,766} = +12,96$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +9,53 \cdot \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix}$$

$$1 \quad S_1 = +9,53 \cdot \sqrt{\underbrace{\cos^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}_{=1}} = +9,53 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +12,96 \cdot \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$S_2 = +12,96 \text{ kN (Zug)}$$

**Aufgabe 2**  $\sum 10$

a) resultierende Kraft  $R$  und Neigungswinkel  $\alpha$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +26 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} -48 \cdot \sin 10,62^\circ \\ +48 \cdot \cos 10,62^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,85 \\ +47,18 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -0,5 \cdot 8 \cdot 9 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 - 8,85 - 36 \\ 0 + 47,18 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18,85 \\ +47,18 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |R| = R = \sqrt{18,85^2 + 47,18^2} = 50,81 \text{ kN}$$

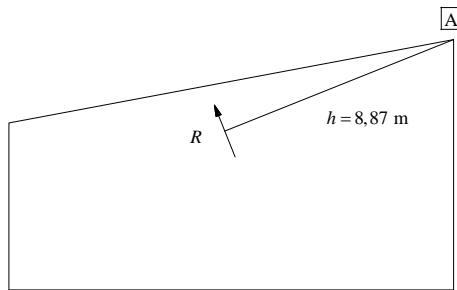
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+47,18}{-18,85} = -2,50 \quad \rightarrow \alpha = -68,22^\circ$$

b) resultierendes Moment  $M_R$  in Bezug auf den Punkt  $\boxed{A}$

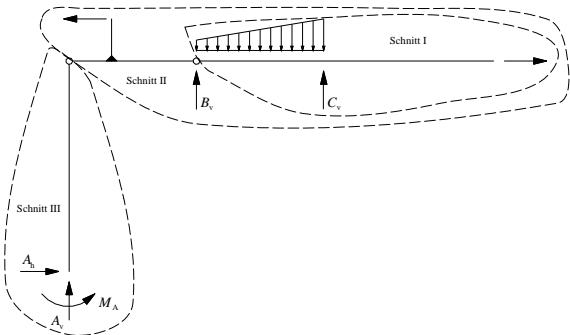
$$3 \quad M_R^{(A)} = 26 \cdot 6,0 - 48 \cdot 8,14 - 36 \cdot 6,0 = -450,72 \text{ kNm}$$

c) Abstand  $h$  der Wirkungslinie von  $R$  vom Punkt  $\boxed{A}$

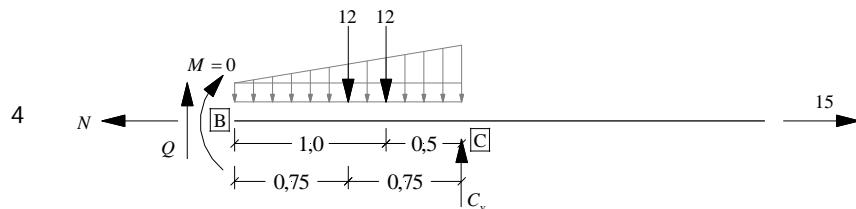
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{450,72}{50,81} = 8,87 \text{ m}$$



### Aufgabe 3 $\sum 25$



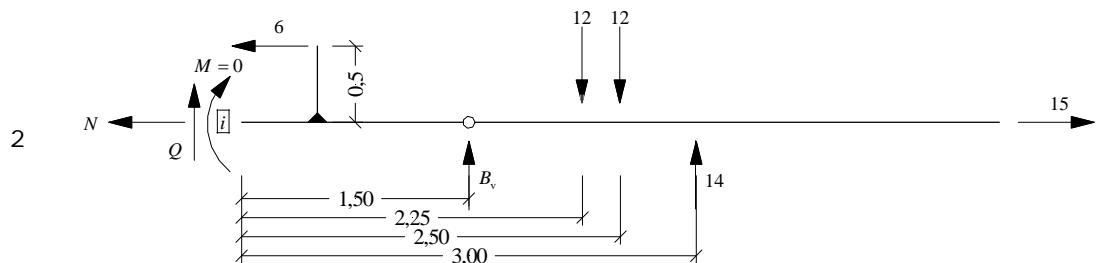
#### Schnitt I



$$1 \quad N = +15 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -12 \cdot 0,75 - 12 \cdot 1 + C_v \cdot 1,5 = 0 \rightarrow C_v = +14 \text{ kN}$$

#### Schnitt II

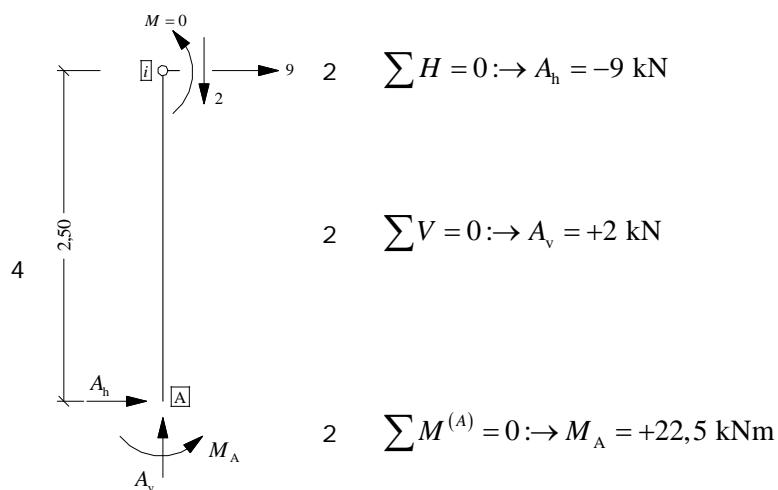


$$2 \quad \sum M^{(i)} = 0 : +6 \cdot 0,5 + B_v \cdot 1,5 - 12 \cdot 2,25 - 12 \cdot 2,50 + 14 \cdot 3,00 = 0 \rightarrow B_v = +8 \text{ kN}$$

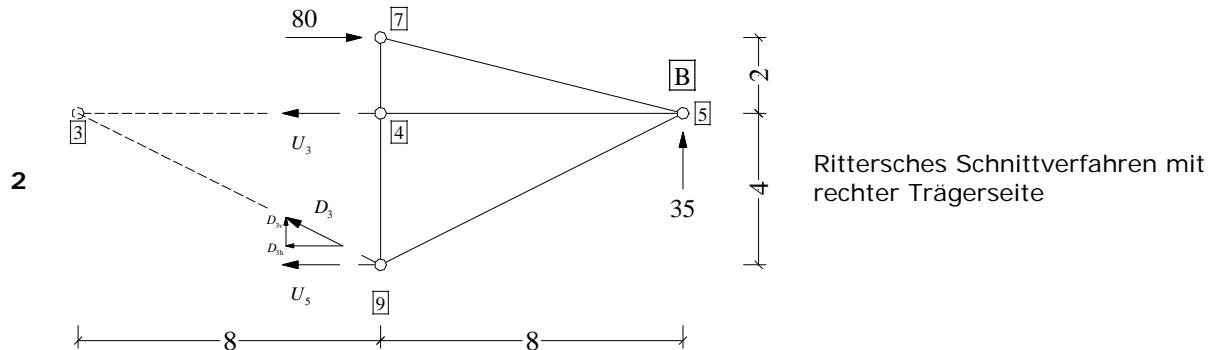
$$2 \quad \sum H = 0 : \rightarrow N = 9 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0 : -Q - 8 + 12 + 12 - 14 = 0 \rightarrow Q = +2 \text{ kN}$$

#### Schnitt III



**Aufgabe 4**  $\sum 25$



$$2 \quad \sum M^{(3)} = 0 : -U_5 \cdot 4 - 80 \cdot 2 + 35 \cdot 16 = 0 \quad U_5 = +100 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(9)} = 0 : +U_3 \cdot 4 - 80 \cdot 6 + 35 \cdot 8 = 0 \quad U_3 = +50 \text{ kN}$$

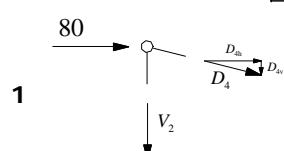
$$2 \sum H = 0 : -D_{3h} + 80 - 50 - 100 = 0 \rightarrow D_{3h} = -70 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{3v}}{D_{3h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow D_{3v} = 0,5 \cdot D_{3h} \quad D_{3v} = -35 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_3 = -\sqrt{70^2 + 35^2} = -78,26 \text{ kN} \quad D_3 = -78,26 \text{ kN}$$

$$2 \quad U_4 = U_3 = +50 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 7

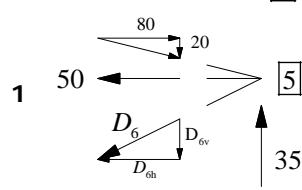


$$1 \quad \sum H = 0 : +80 + D_{4b} = 0 \rightarrow D_{4b} = -80 \text{ kN}$$

$$2 \quad \frac{D_{4v}}{D_a} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h} \quad D_{4v} = -20 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_1 = -\sqrt{80^2 + 20^2} = -82,46 \text{ kN} \quad D_4 = -82,46 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei 5



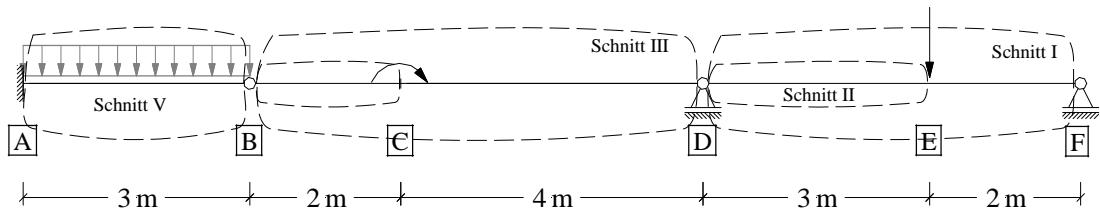
$$1 \quad \sum H = 0 : 80 - 50 - D_{6h} = 0 \rightarrow D_{6h} = +30 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0 : 20 + D_{6v} - 35 = 0 \rightarrow \quad D_{6v} = +15 \text{ kN}$$

$$2 \quad D_6 = +\sqrt{30^2 + 15^2} = +33,54 \text{ kN} \quad D_6 = +33,54 \text{ kN}$$

$$\frac{D_{6v}}{D_{6h}} = 0,5 \quad \frac{15}{30} = 0,5 \rightarrow \text{Kontrolle ok}$$

## Aufgabe 5 $\sum 25$



### Schnitt I

$$1 \quad \sum M^{(D)} = 0: -Q_r \cdot 5 - 7 \cdot 3 = 0 \rightarrow Q_r = -4,2 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 7 - 4,2 = 0 \rightarrow Q_l = +2,8 \text{ kN}$$

### Schnitt II

$$1 \quad \sum M^{(D)} = 0: -2,8 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = +8,4 \text{ kNm}$$

### Schnitt III

$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -Q_r \cdot 6 + 12,0 = 0 \rightarrow Q_r = -2 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} \rightarrow Q_l = Q_r = -2 \text{ kN}$$

### Schnitt IV

$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: +2 \cdot 2 + M = 0 \rightarrow M = -4 \text{ kNm}$$

1 Unstetigkeit in der Momentenlinie: Moment rechts von  $\boxed{C}$ :  $M = -4 + 12 = +8 \text{ kNm}$

### Schnitt V

$$1 \quad \sum M^{(A)} = 0: -M + 2 \cdot 3 - 6 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow M = -3 \text{ kNm}$$

$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 6 - 2 = 0 \rightarrow Q_l = 4 \text{ kN}$$

$\max M$  im Abschnitt  $\boxed{A} - \boxed{B}$

$1 \quad Q(x) = 0$  bei  $x = 4,0 \text{ m}$  von Punkt  $\boxed{A}$

$$1 \quad \sum M^{(A)} = 0: +3 - 2 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + \max M = 0$$

$$\rightarrow \max M = +1,0 \text{ kNm}$$

