

Prüfung Technische Mechanik I vom 27.1.2005

Name, Vorname : _____

Matr.-Nr. : _____

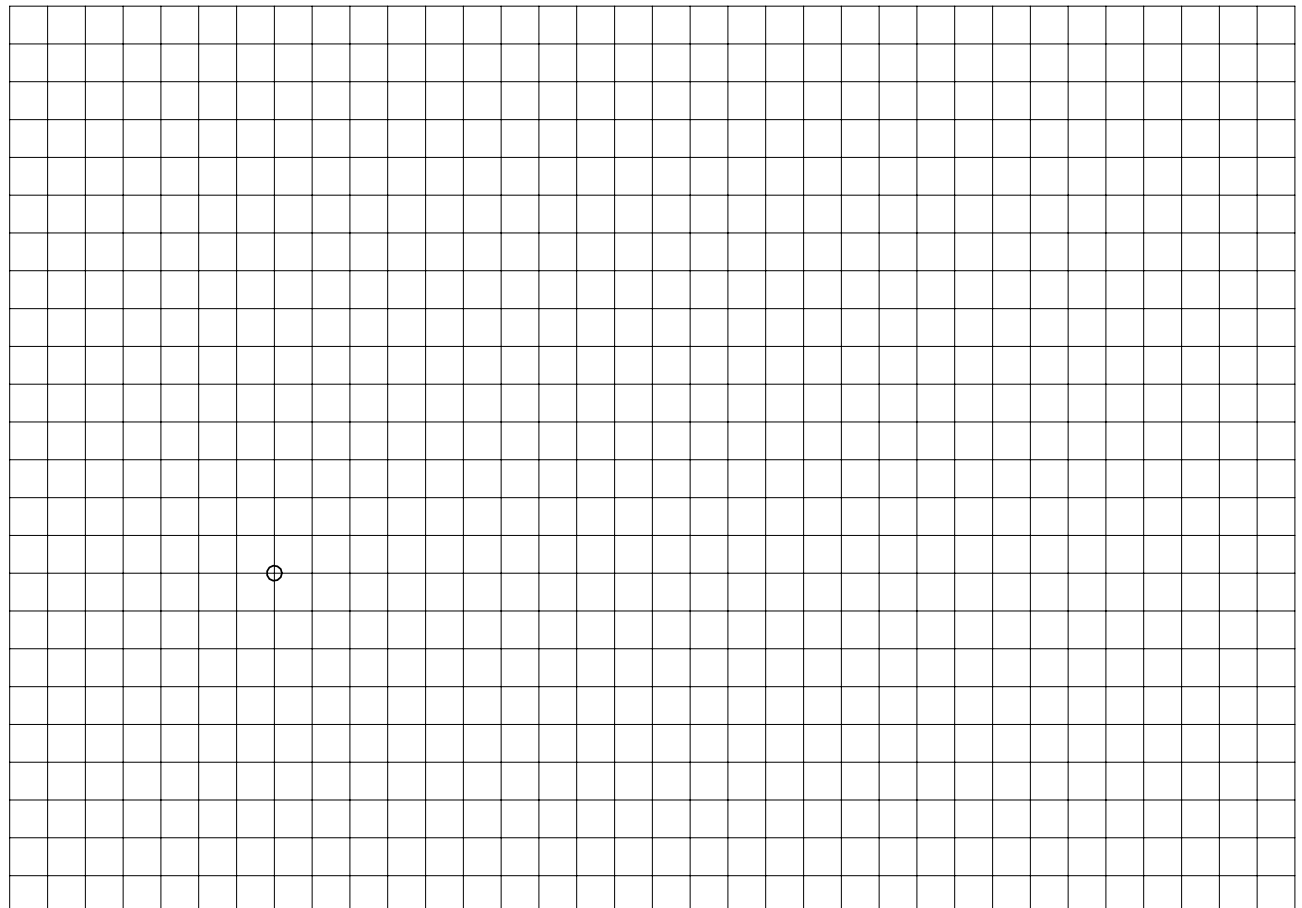
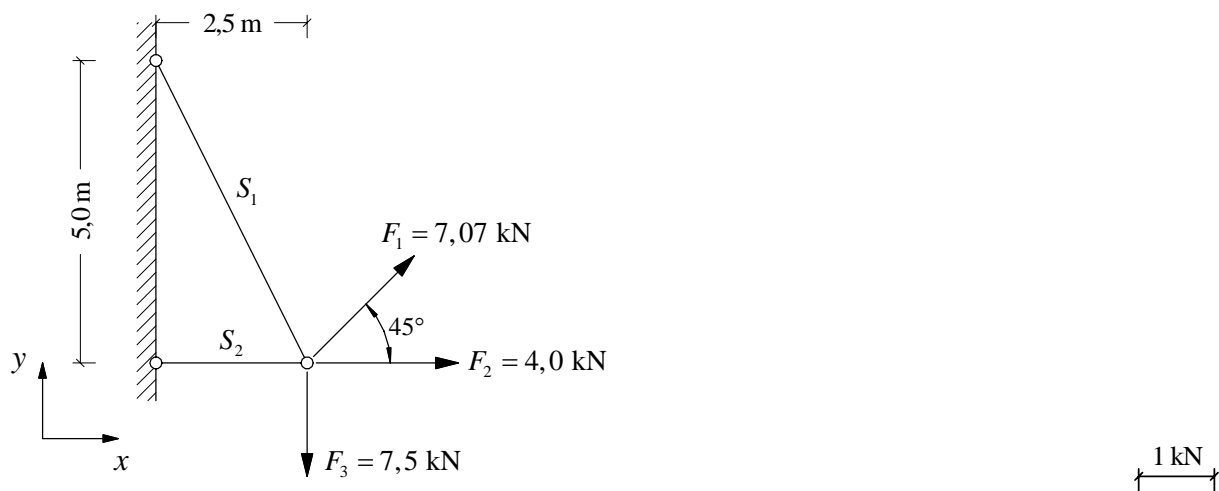
Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

1. Aufgabe (25Punkte)

Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2

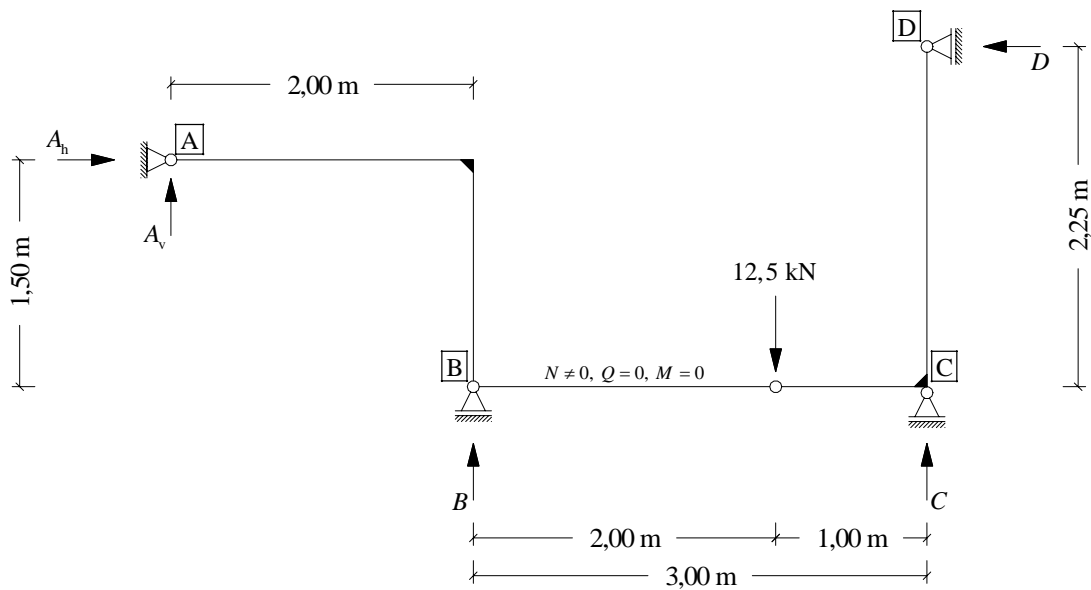
a) durch grafische Lösung

b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x- und y-Komponenten der Kräfte.



2. Aufgabe (25Punkte)

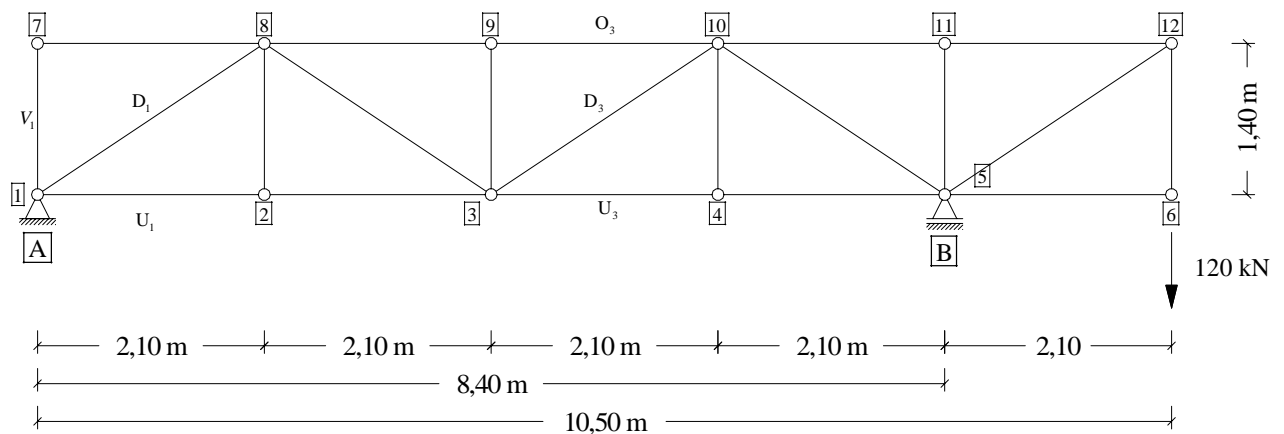
Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System



3. Aufgabe (25Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Stabkräfte des nachfolgend dargestellten Fachwerks :

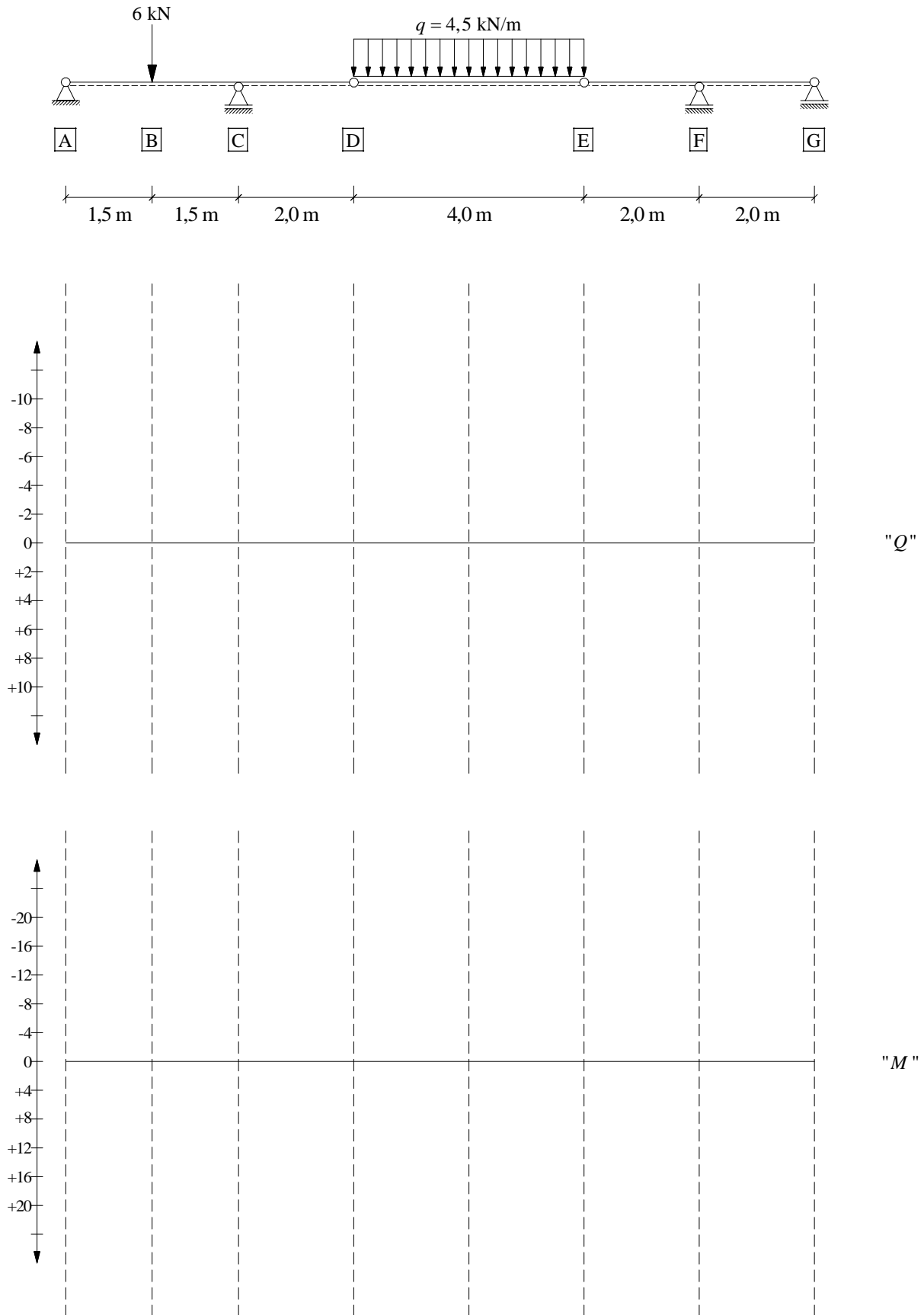
V_1, D_1, U_1 und O_3, D_3, U_3



4. Aufgabe (25 Punkte)

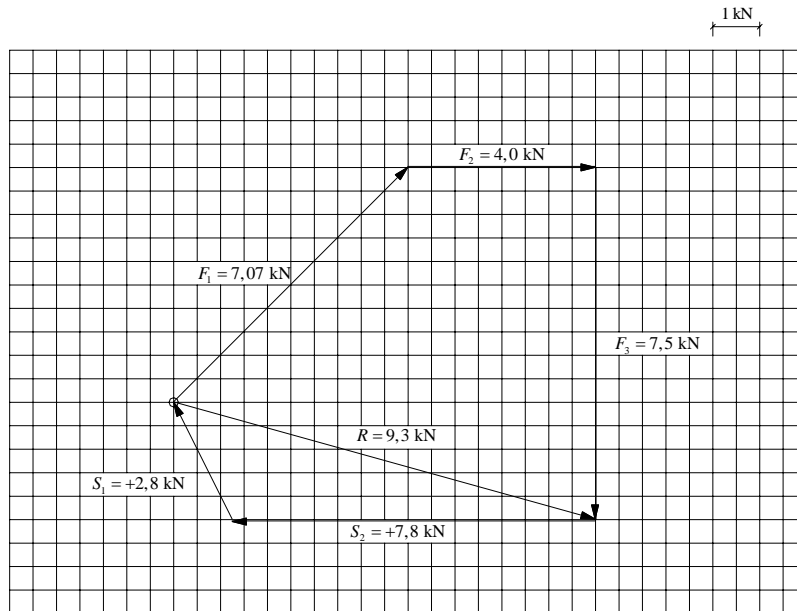
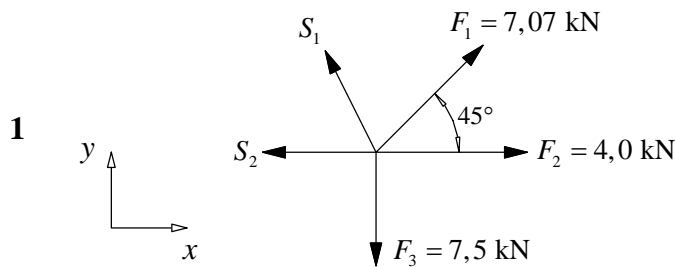
Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Hinweis : die Anwendung der Maßstäbe für M und Q ist nicht bindend.

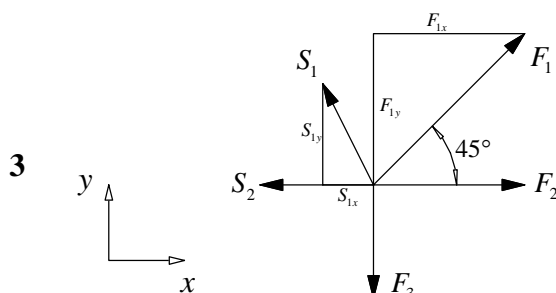


Musterlösungen Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2005**1. Aufgabe $\sum 25$**

a) durch grafische Lösung

**1** F_1 **1** F_2 **1** F_3 **2** $R = 9,3 \text{ kN}$ **2** $S_1 = +2,8 \text{ kN}$ **2** $S_2 = +7,8 \text{ kN}$

b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x- und y-Komponenten



$$\mathbf{1} \quad F_{1x} = +\frac{7,07}{\sqrt{2}} = +5;$$

$$F_{1y} = +\frac{7,07}{\sqrt{2}} = +5$$

$$\mathbf{1} \quad F_{2x} = 4; \quad F_{2y} = 0$$

$$\mathbf{1} \quad F_{3x} = 0; \quad F_{3y} = -7,5$$

$$\mathbf{2} \quad R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 5 + 4 = 9 \text{ kN}; \quad R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 5 + 0 - 7,5 = -2,5 \text{ kN}$$

$$\mathbf{1} \quad |R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{9^2 + 2,5^2} = 9,34 \text{ kN}$$

$$\mathbf{1} \quad (1) \quad R_x + S_{1x} + S_{2x} = 0 \rightarrow 9 + S_{1x} + S_{2x} = 0$$

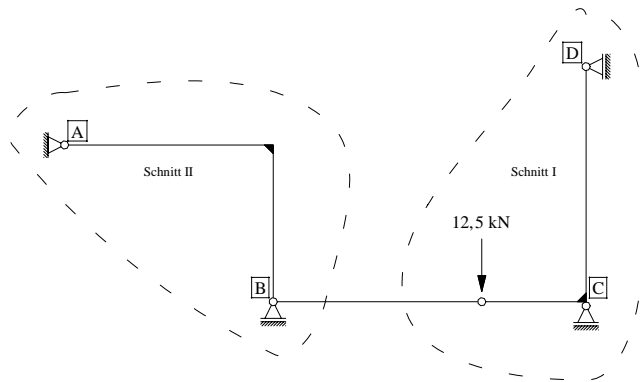
$$\mathbf{1} \quad (2) \quad R_y + S_{1y} + \underbrace{S_{2y}}_{=0} = 0 \rightarrow -2,5 + S_{1y} = 0 \rightarrow S_{1y} = +2,5$$

$$\mathbf{1} \quad (3) \quad \frac{S_{1x}}{S_{1y}} = \frac{-2,5}{+5,0} = -0,5 \rightarrow S_{1x} = -0,5 S_{1y} \rightarrow S_{1x} = -1,25$$

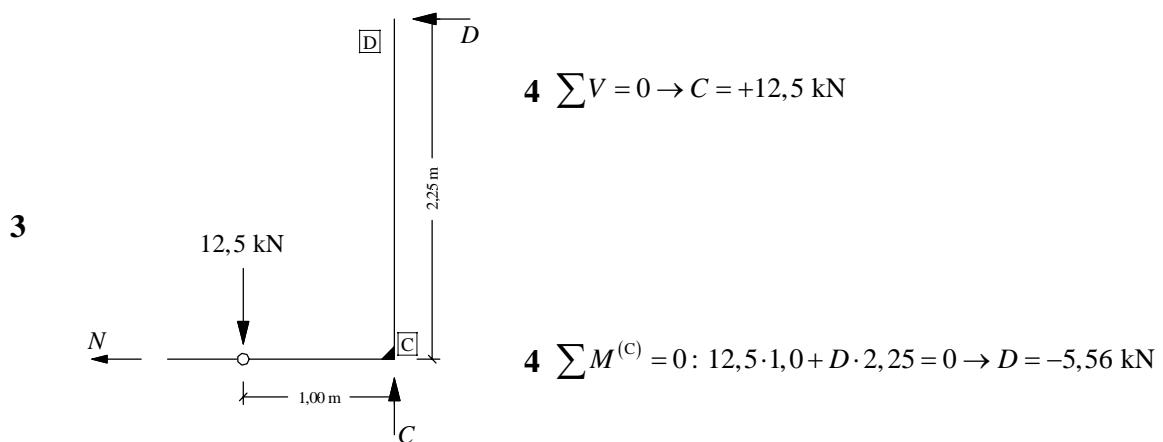
$$\mathbf{1} \quad S_1 = +\sqrt{S_{1x}^2 + S_{1y}^2} = +\sqrt{1,25^2 + 2,5^2} = +2,795 \approx +2,8 \text{ kN}$$

$$\mathbf{1} \quad (1) \quad 9 - 1,25 + S_{2x} = 0 \rightarrow S_{2x} = -7,75 \approx -7,8 \text{ kN}$$

$$\mathbf{1} \quad S_2 = +7,75 \approx +7,8 \text{ kN}$$

Aufgabe 2) $\Sigma 25$ 

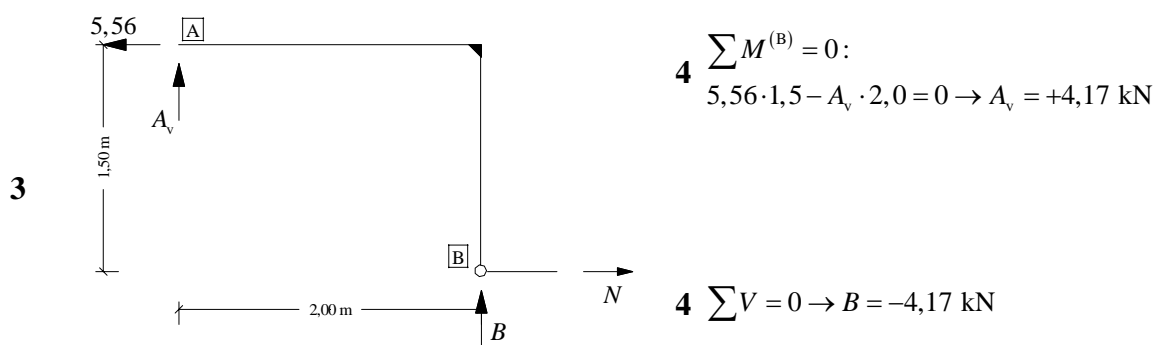
Schnitt I



Schnitt um das Gesamtsystem

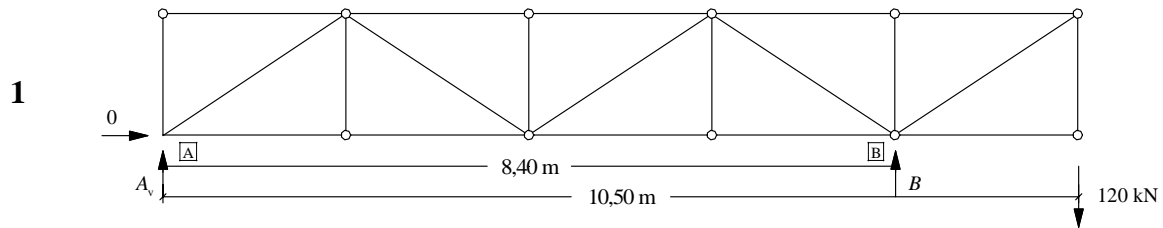
3 $\sum H = 0: A_h - D = 0 \rightarrow A_h = -5,56 \text{ kN}$

Schnitt II



Aufgabe 3) $\sum 25$

Auflagerkräfte



1 $\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8,4 - 120 \cdot 2,1 = 0 \rightarrow A_v = -30 \text{ kN}$

1 $\sum V = 0: +30 - B_v + 120 = 0 \rightarrow B_v = +150 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [1]

1 $V_1 = 0$

1

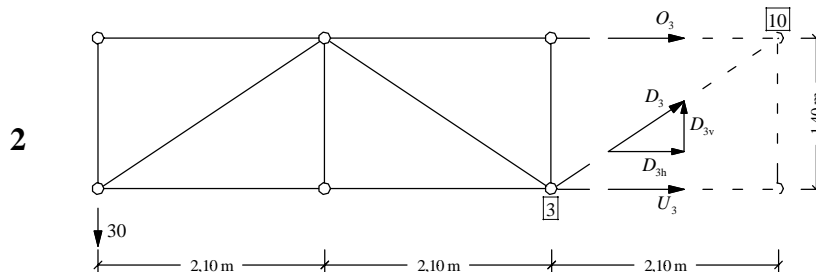
2 $\sum V = 0: \rightarrow D_{1v} = +30 \text{ kN}$

2 $\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,10}{1,40} \rightarrow D_{1h} = 1,5 \cdot D_{1v} = +45 \text{ kN}$

2 $D_1 = \sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = \sqrt{30^2 + 45^2} = 54,08 \approx 54,1 \text{ kN}$

2 $\sum H = 0: \rightarrow U_1 = -D_{1h} = -45 \text{ kN}$

Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



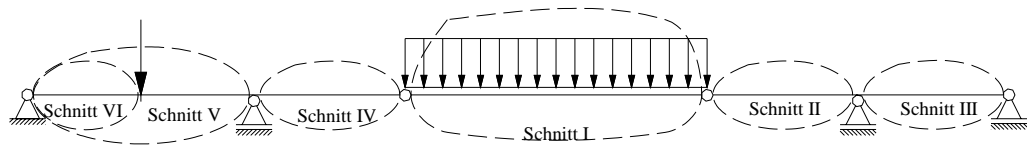
2 $\sum M^{(10)} = 0: 30 \cdot 6,3 + U_3 \cdot 1,4 = 0 \rightarrow U_3 = -135 \text{ kN}$

2 $\sum M^{(3)} = 0: 30 \cdot 4,2 - O_3 \cdot 1,4 = 0 \rightarrow O_3 = +90 \text{ kN}$

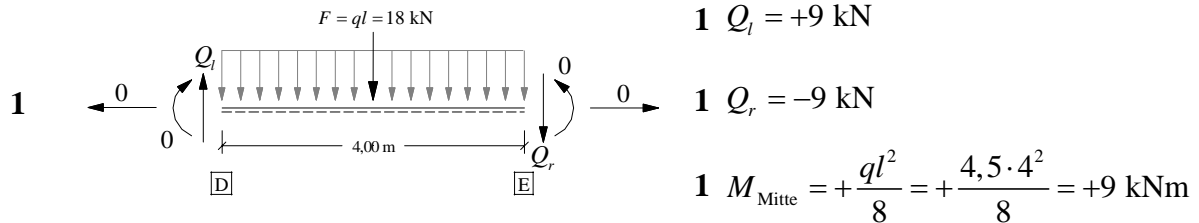
2 $\sum V = 0: \rightarrow D_{3v} = +30 \text{ kN}$

2 $\frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,10}{1,40} \rightarrow D_{3h} = 1,5 \cdot D_{3v} = +45 \text{ kN}$

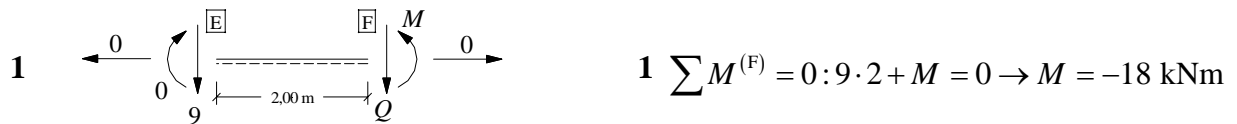
2 $D_3 = \sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = \sqrt{30^2 + 45^2} = 54,08 \approx 54,1 \text{ kN}$

Aufgabe 4) $\Sigma 25$ 

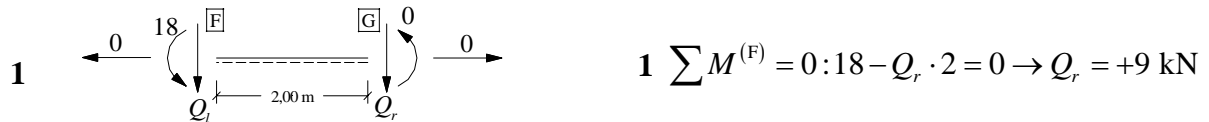
Schnitt I



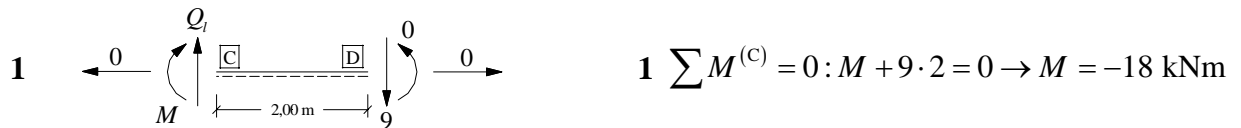
Schnitt II



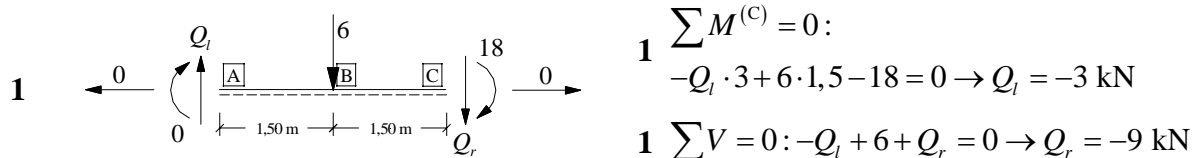
Schnitt III



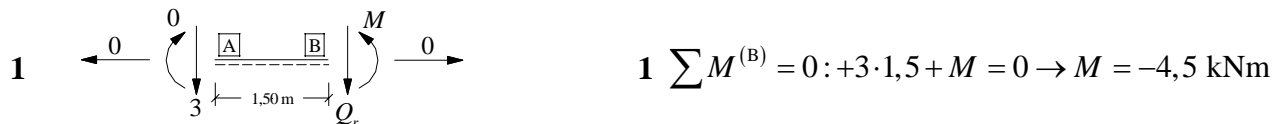
Schnitt IV



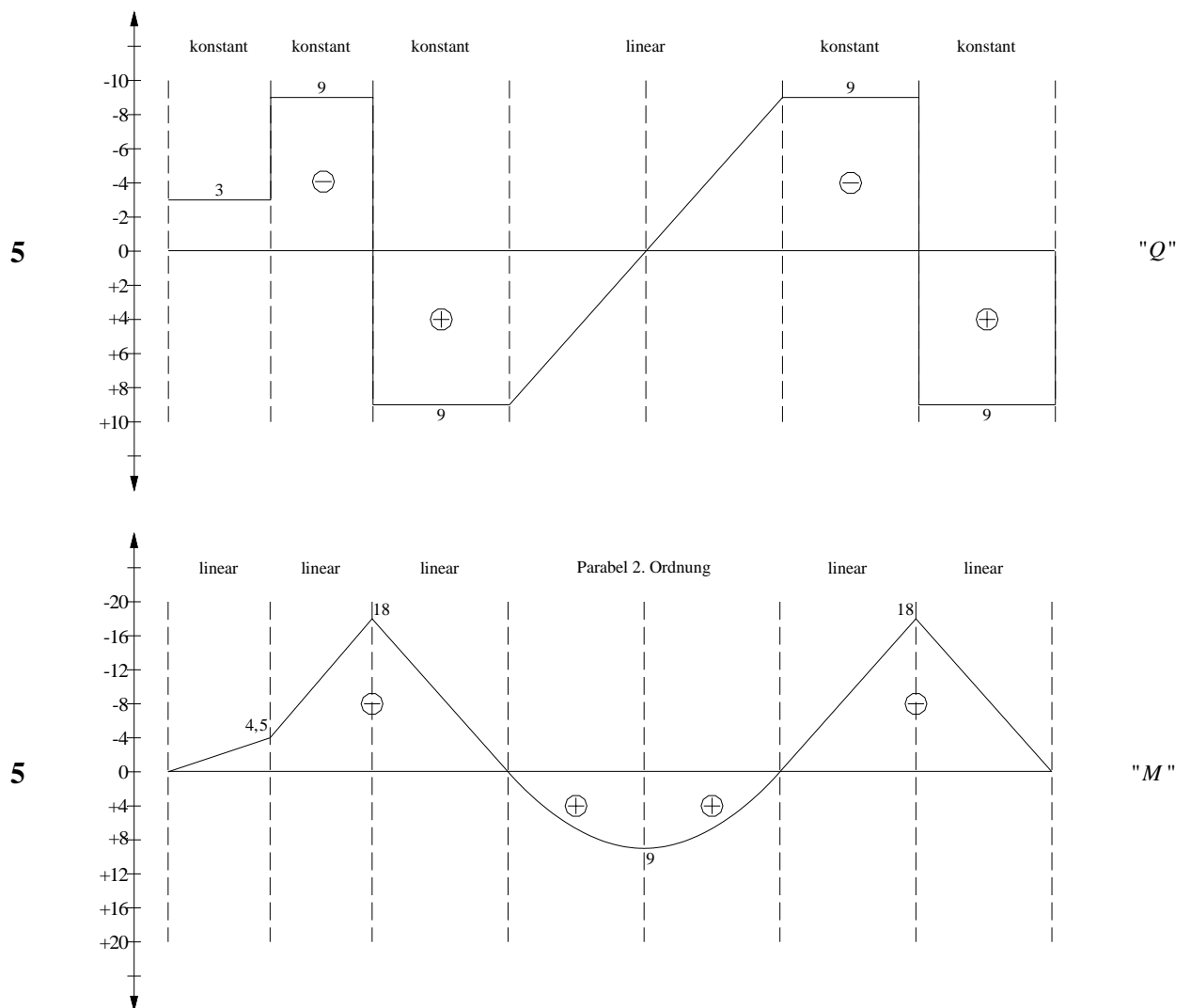
Schnitt V



Schnitt VI



Aufgabe 4) Fortsetzung



Prüfung Technische Mechanik I vom 5.10.2005

Name, Vorname : _____

Matr.-Nr. : _____

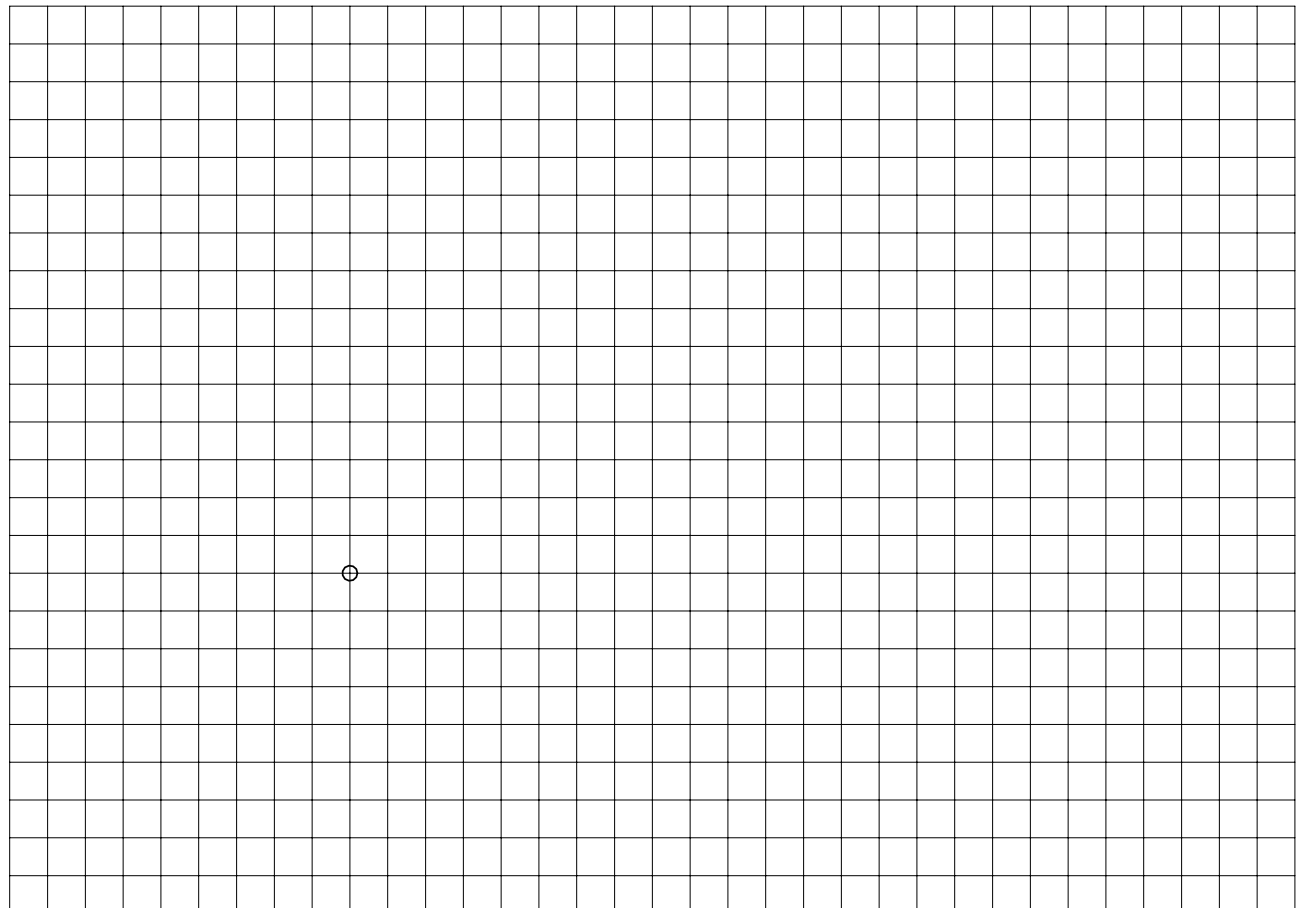
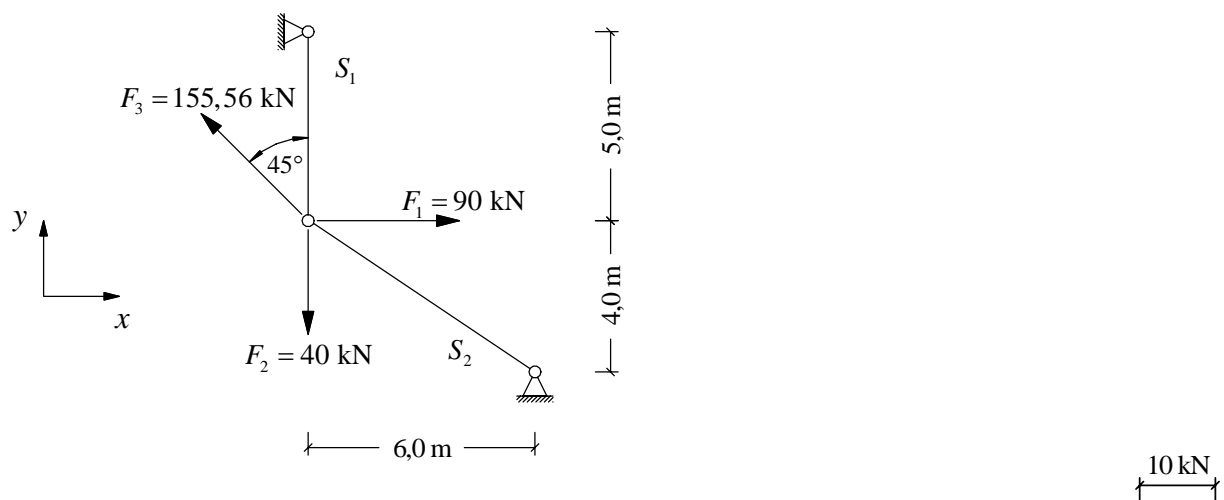
Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

1. Aufgabe (25 Punkte)

Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2

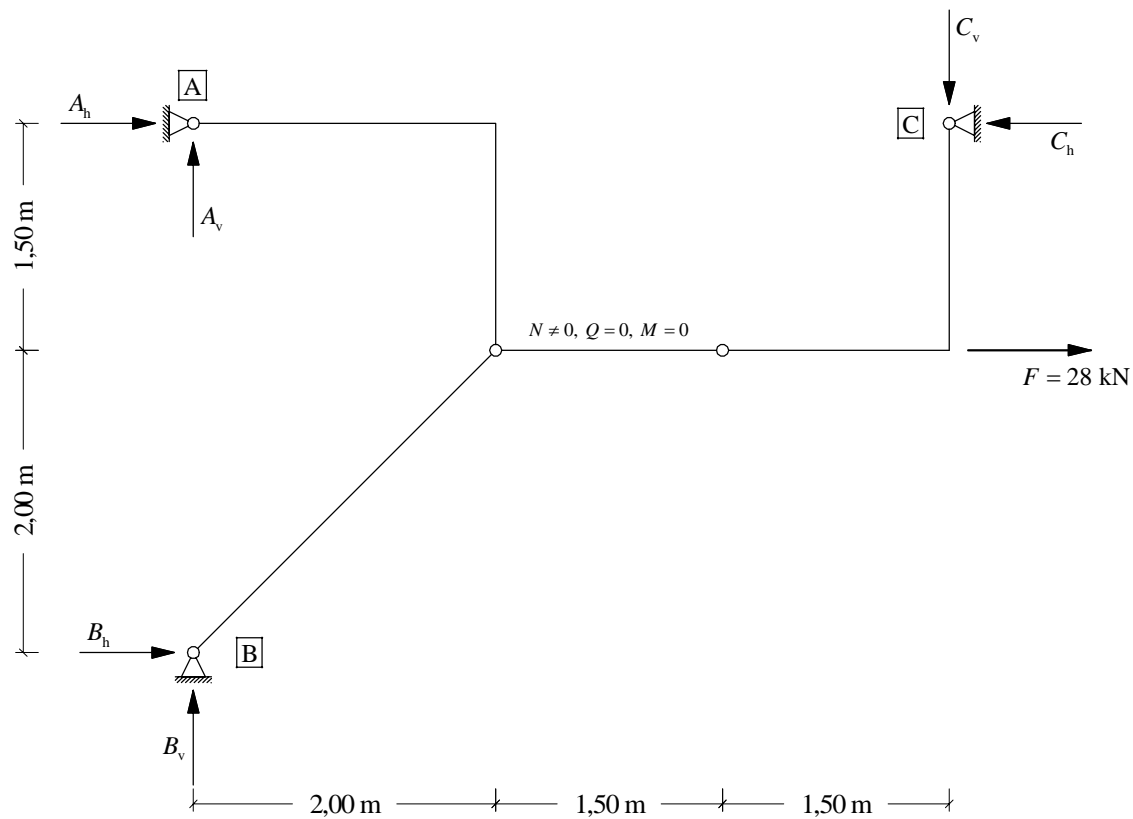
a) durch grafische Lösung

b) mit Hilfe der Vektorrechnung.

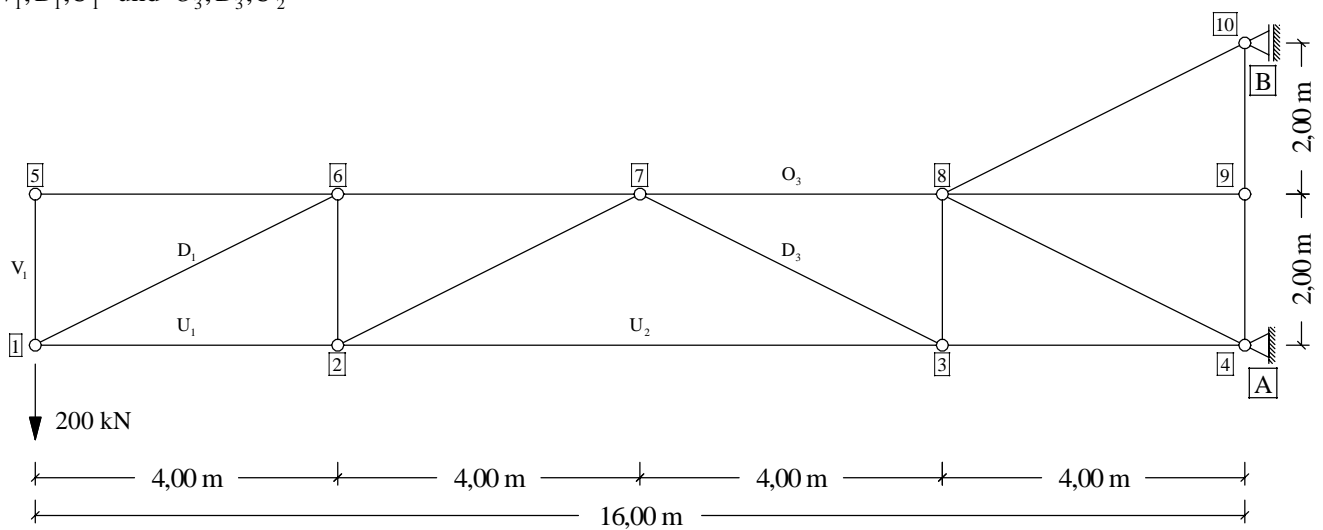


2. Aufgabe (25Punkte)

Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System

**3. Aufgabe (25Punkte)**

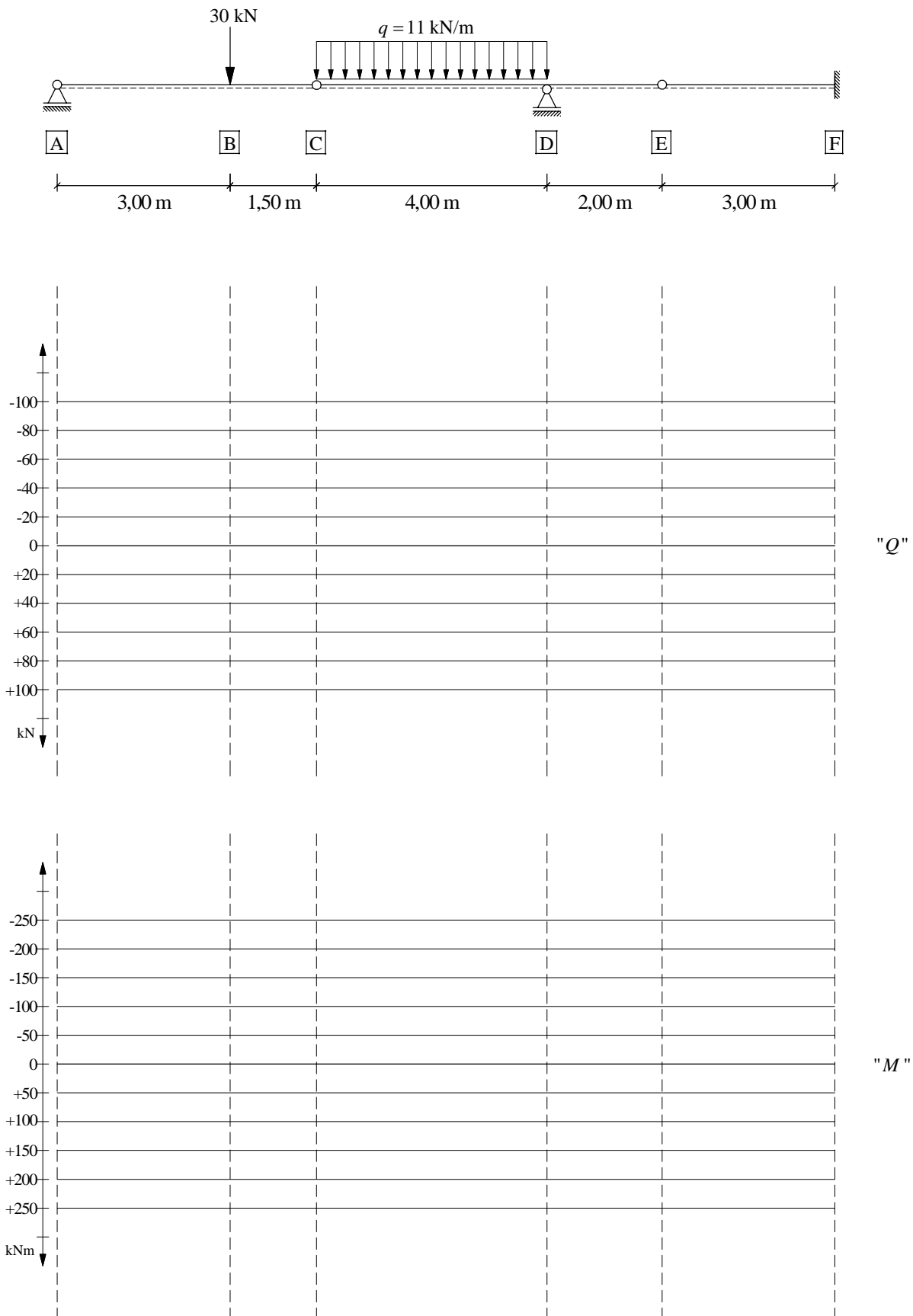
Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die folgenden Stabkräfte:

 V_1, D_1, U_1 und O_3, D_3, U_2 

4. Aufgabe (25Punkte)

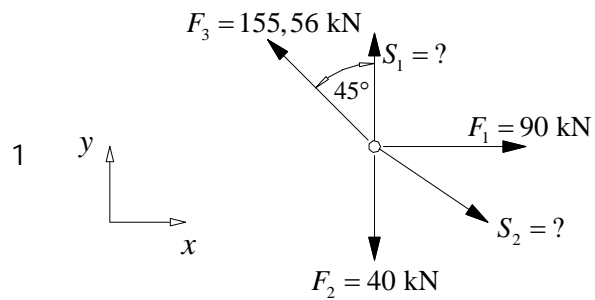
Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Hinweis : die Anwendung der Maßstäbe für M und Q ist nicht bindend.

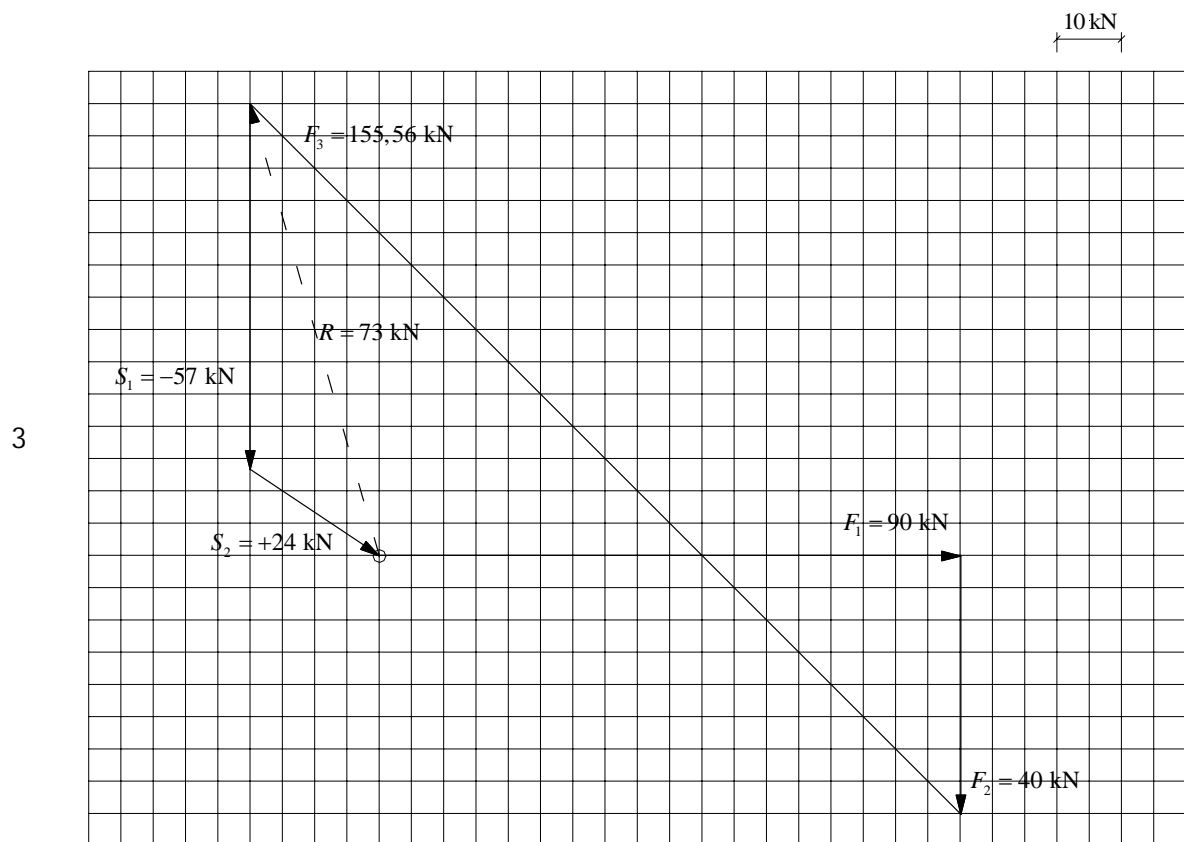


Lösungen der Prüfung Technische Mechanik I vom 5. 10. 2005

1. Aufgabe $\sum 25$



a) durch grafische Lösung



2 $R = 73 \text{ kN}$

2 $S_1 = 57 \text{ kN}$ (Druck)

2 $S_2 = 24 \text{ kN}$ (Zug)

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

2 $\underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 90 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -40 \end{bmatrix};$

1 $\underline{F}_3 = \frac{155,56}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -110 \\ +110 \end{bmatrix}$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 90 + 0 - 110 \\ 0 - 40 + 110 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ +70 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{(-20)^2 + 70^2} = 72,8 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren \underline{A} ; \underline{B} in Richtung der Stabkräfte \underline{S}_1 ; \underline{S}_2 :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \underline{B} = \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

Lösung:

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 \\ +70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

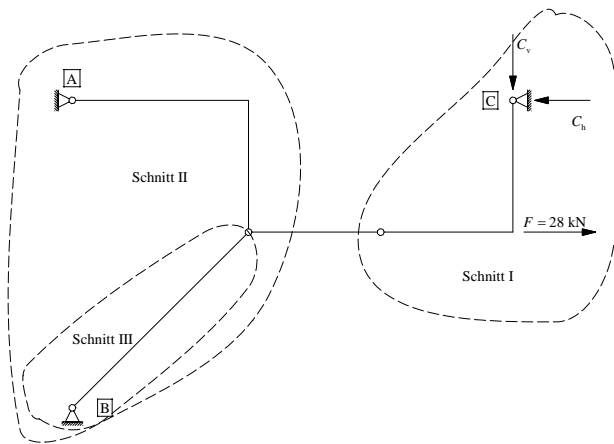
$$1 \quad (1): 6b = +20 \rightarrow b = \frac{20}{6} = 3,333$$

$$1 \quad (2): a - 4b = -70 \rightarrow a - \underbrace{4 \cdot 3,333}_{13,333} = -70 \rightarrow a = -70 + 13,333 = -56,67$$

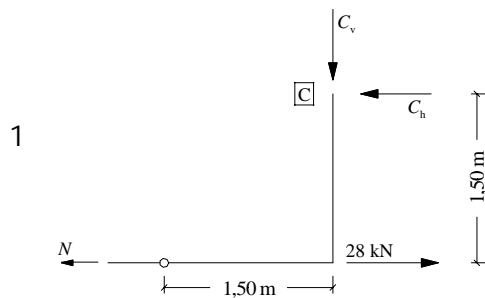
$$2 \quad \underline{S}_1 = -56,67 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -56,67 \cdot \sqrt{0^2 + 1^2} = -56,67 \text{ kN (Druck)}$$

$$2 \quad \underline{S}_2 = 3,33 \cdot \begin{bmatrix} +6 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = |\underline{S}_2| = 3,33 \cdot \sqrt{6^2 + (-4)^2} = 3,33 \cdot 7,21 = +24,04 \text{ kN (Zug)}$$

2. Aufgabe $\Sigma 25$



Schnitt I



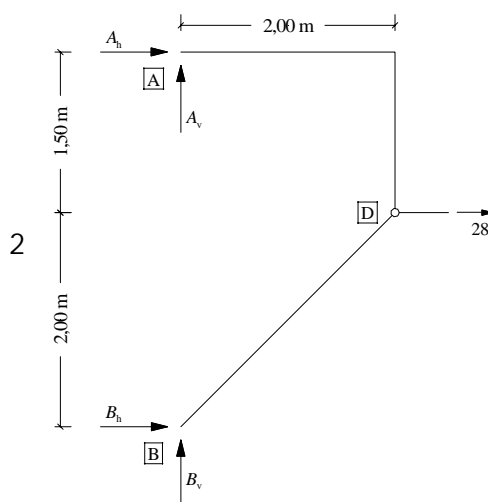
$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -N \cdot 1,5 + 28 \cdot 1,5 = 0$$

$$\rightarrow N = +28 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum H = -28 + 28 + C_h = 0 \rightarrow C_h = 0$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow C_v = 0$$

Schnitt II

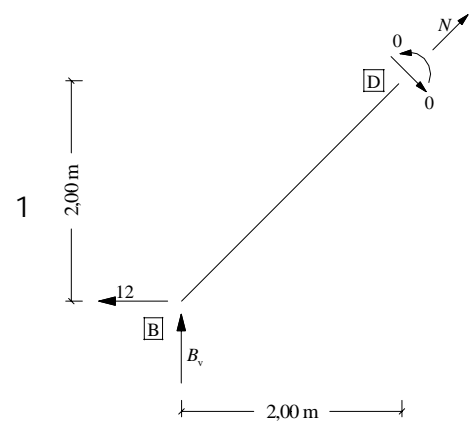


$$3 \quad 1) \sum M^{(B)} = 0 : -A_h \cdot 3,5 - 28 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow A_h = -16,0 \text{ kN}$$

$$3 \quad 2) \sum H = 0 : -16 + B_h + 28 = 0 \rightarrow B_h = -12,0 \text{ kN}$$

$$3 \quad 4) \sum V = 0 : -A_v - B_v = 0 \rightarrow A_v = +12,0 \text{ kN}$$

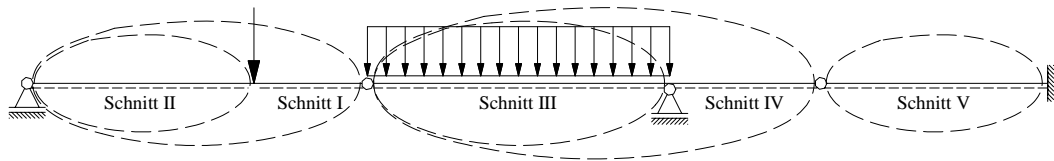
Schnitt III



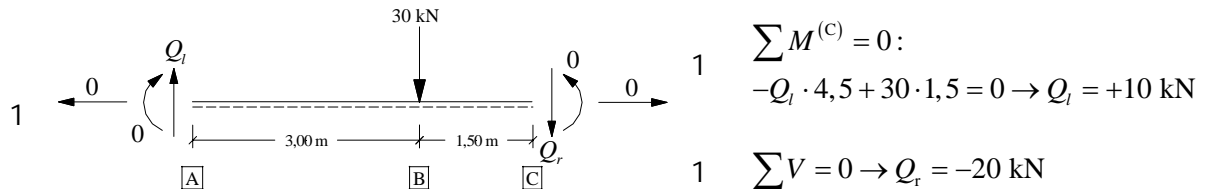
$$3 \quad 3) \sum M^{(D)} = 0 :$$

$$12 \cdot 2,0 + B_v \cdot 2,0 = 0 \rightarrow B_v = -12,0 \text{ kN}$$

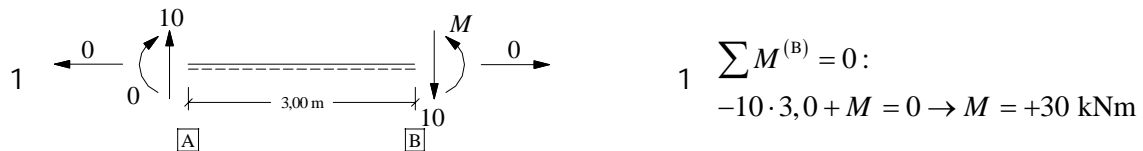
4. Aufgabe $\Sigma 25$



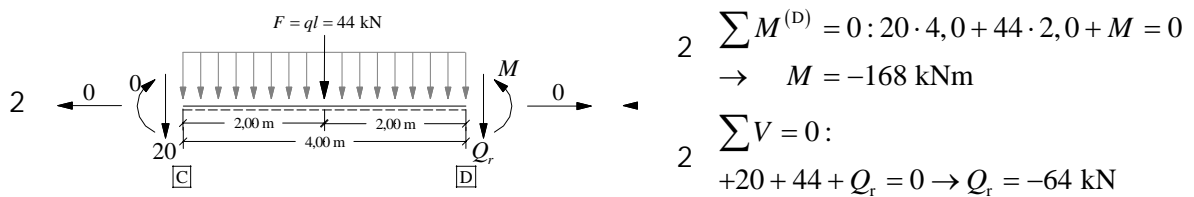
Schnitt I



Schnitt II



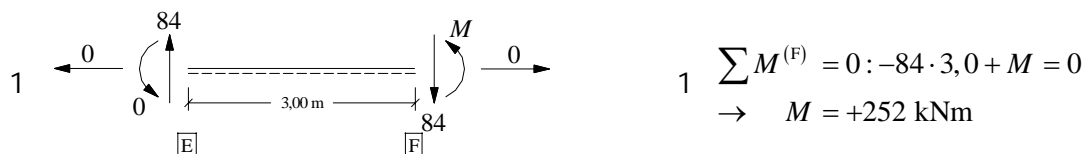
Schnitt III



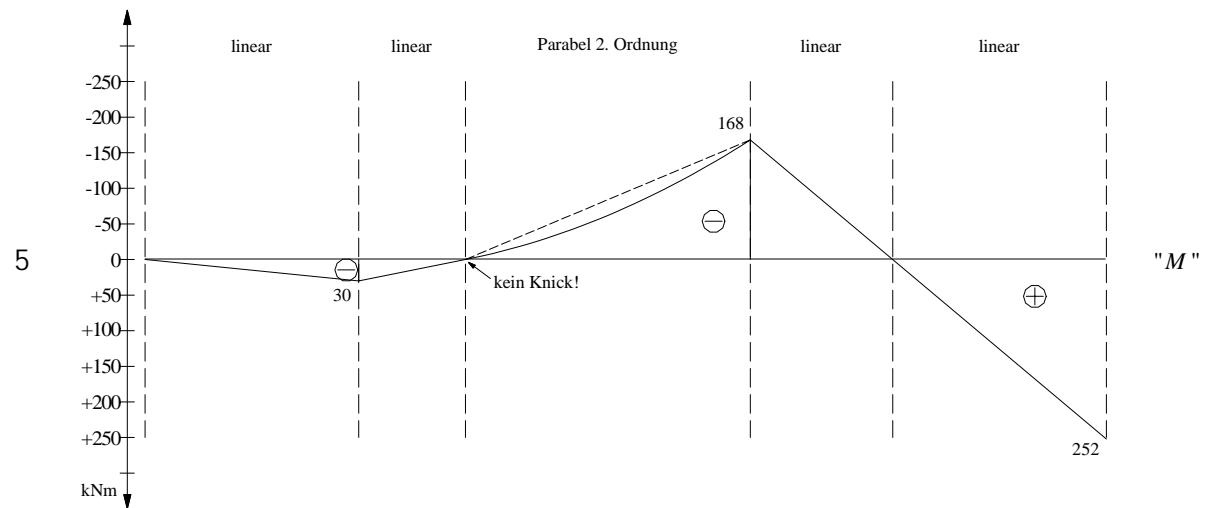
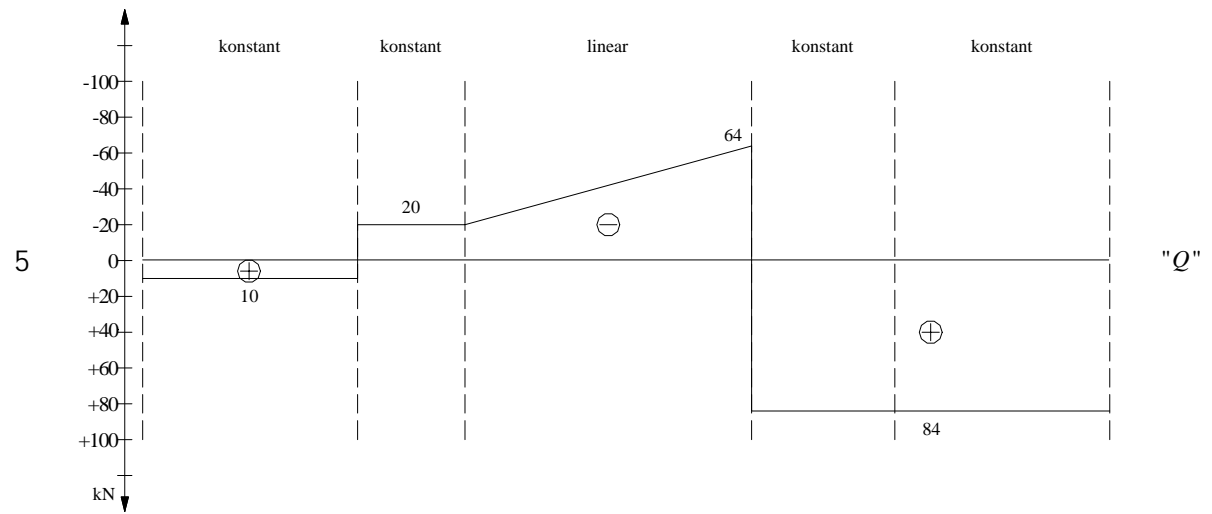
Schnitt IV



Schnitt V



4. Aufgabe (Fortsetzung)



Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2006

Name, Vorname : _____

Matr. -Nr. : _____

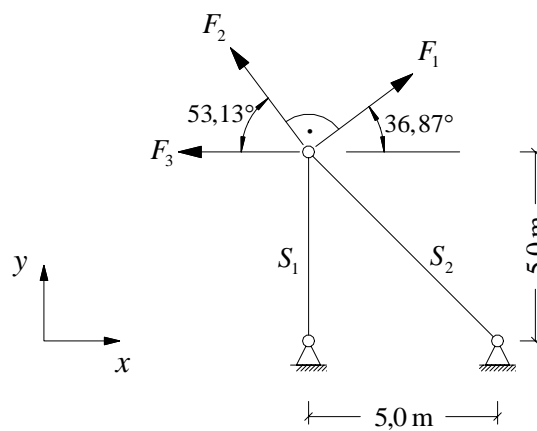
Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

1. Aufgabe (25Punkte)

Das dargestellte statische System aus zwei Stäben wird durch eine Kräftegruppe belastet. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2

a) durch grafische Lösung

b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x - und y -Komponenten der Kräfte.

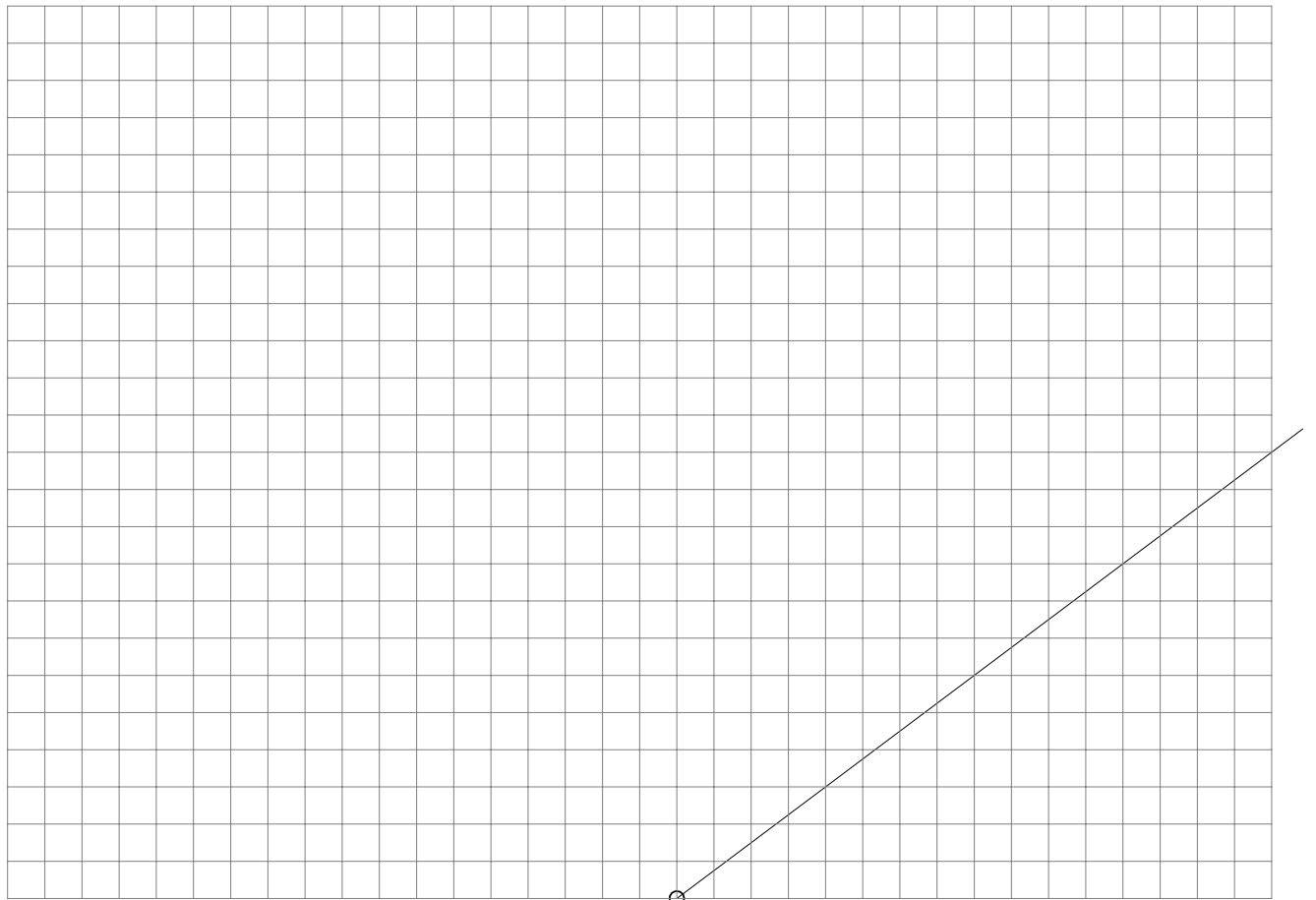


$$F_1 = 5 \text{ kN}$$

$$F_2 = 10 \text{ kN}$$

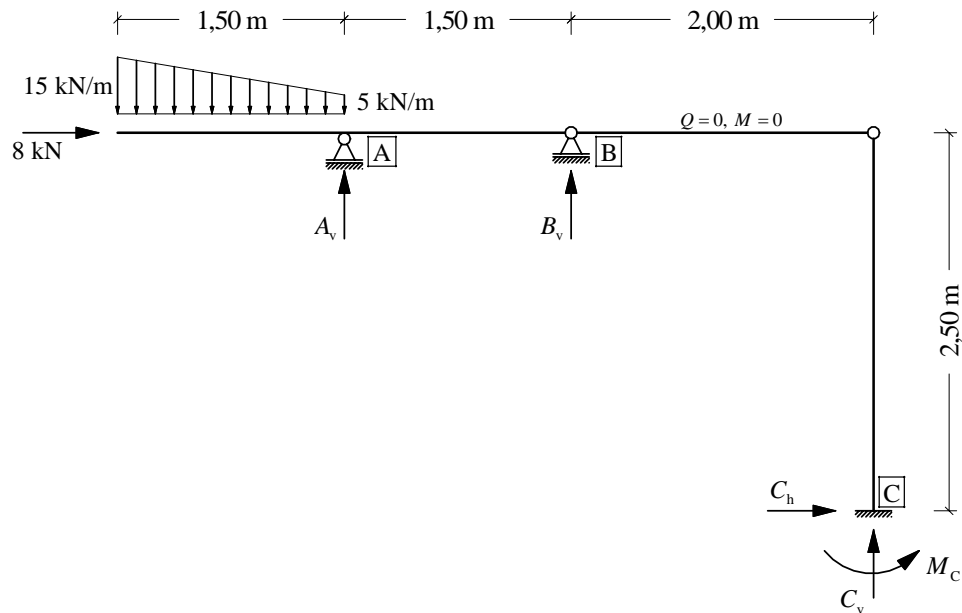
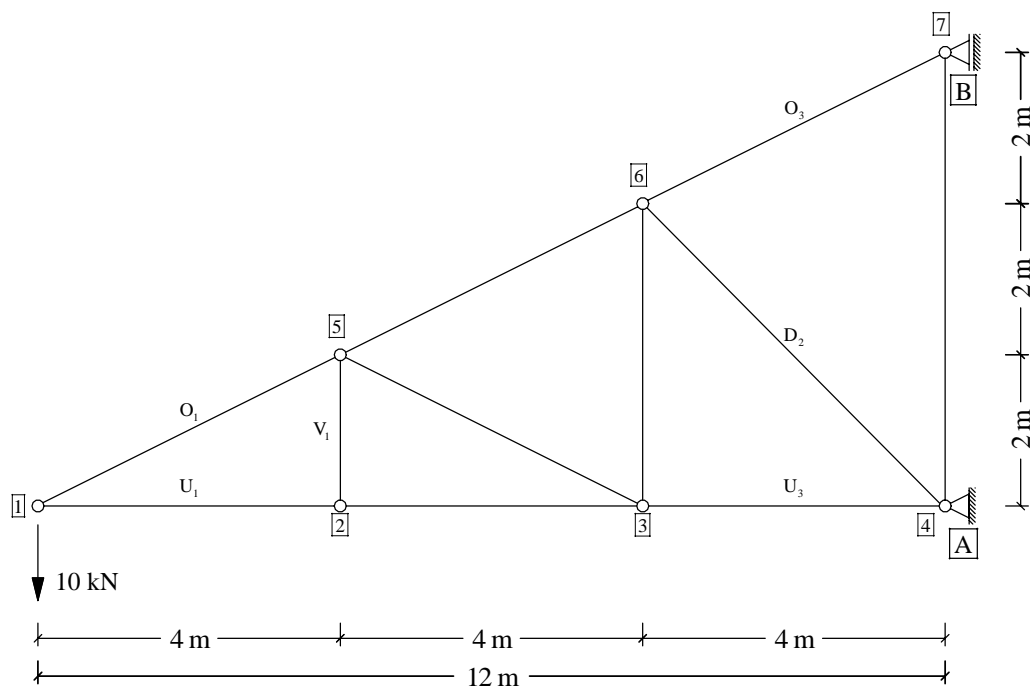
$$F_3 = 3 \text{ kN}$$

1 kN



2. Aufgabe (25 Punkte)

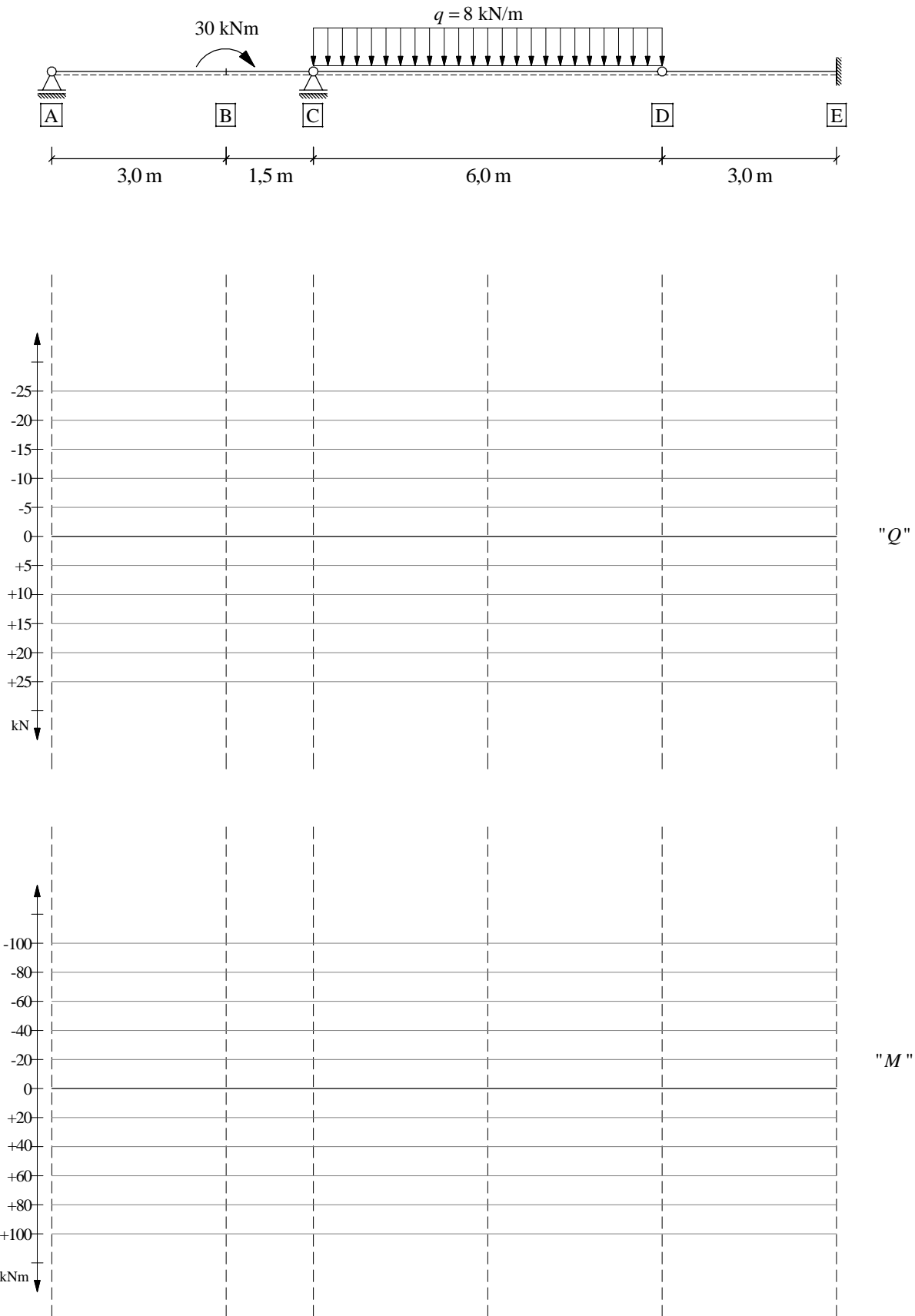
Berechnen Sie die Auflagerkräfte am nachfolgend dargestellten statischen System

3. Aufgabe (25 Punkte)Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und die folgenden Stabkräfte: O_1, U_1, V_1 und O_3, U_3, D_2 

4. Aufgabe (25Punkte)

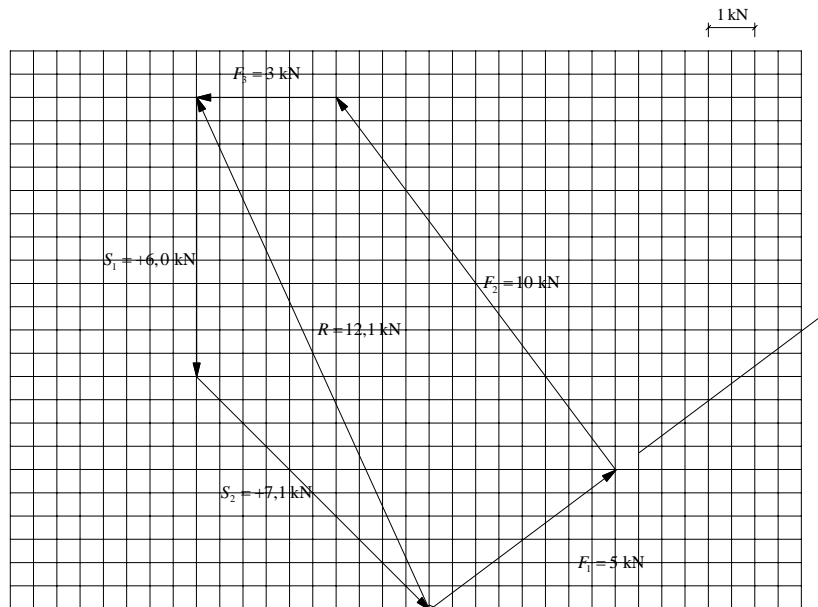
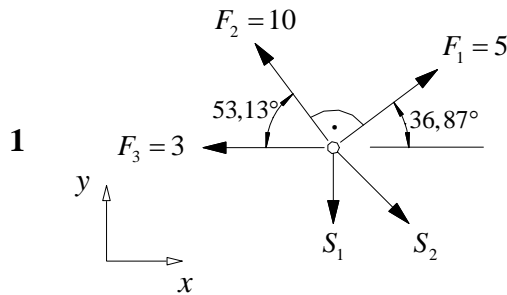
Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Hinweis : die Anwendung der Maßstäbe für M und Q ist nicht bindend.

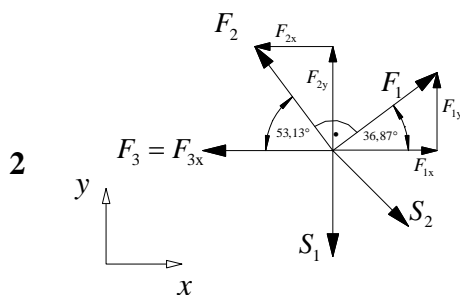


Musterlösungen Prüfung Technische Mechanik I vom 27. 1. 2006**1. Aufgabe $\sum 25$**

a) durch grafische Lösung

**1** F_1 **1** F_2 **1** F_3 **2** $R = 12,1 \text{ kN}$ **2** $S_1 = +6,0 \text{ kN}$ **2** $S_2 = +7,1 \text{ kN}$

b) durch Gleichgewichtsbetrachtung der x- und y-Komponenten



1 $F_{1x} = +5,0 \cdot \cos 36,87^\circ = +4,0$

1 $F_{1y} = +5,0 \cdot \sin 36,87^\circ = +3,0$

1 $F_{2x} = -10,0 \cdot \cos 53,13^\circ = -6,0$

1 $F_{2y} = +10,0 \cdot \sin 53,13^\circ = +8,0$

1 $F_{3x} = -3,0; \quad F_{3y} = 0$

1 $R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 4 - 6 - 3 = -5 \text{ kN}$

1 $R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 3 + 8 + 0 = +11 \text{ kN}$

1 $|R| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{5^2 + 11^2} = 12,08 \text{ kN}$

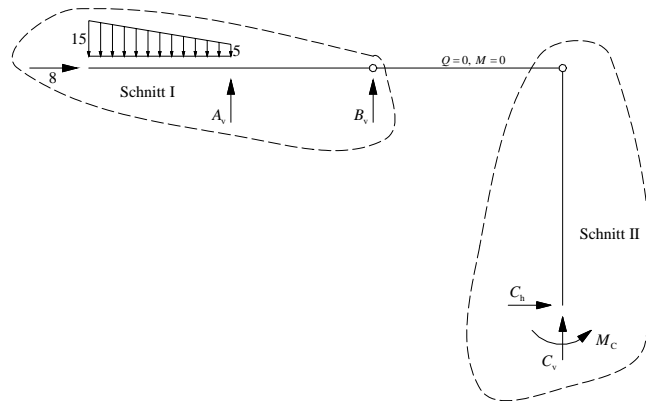
1 $R_x + \underbrace{S_{1x}}_{=0} + S_{2x} = 0 \rightarrow -5 + S_{2x} = 0 \rightarrow S_{2x} = +5$

1 $S_{2y} = -S_{2x} = -5 \text{ (aus Geometrie)}$

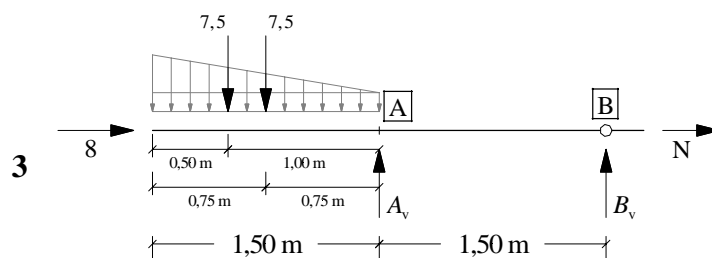
1 $R_y + S_{1y} + S_{2y} = 0 \rightarrow 11 + S_{1y} - 5 = 0 \rightarrow S_{1y} = -6$

1 $S_1 = +6 \text{ kN (Zug)}$

1 $S_2 = +\sqrt{S_{2x}^2 + S_{2y}^2} = +\sqrt{5^2 + 5^2} = +7,07 \text{ kN (Zug)}$

Aufgabe 2) $\sum 25$ 

Schnitt I:

Äquivalente Einzellast zum konstanten Anteil an q

$$2 \quad F_1 = 5 \cdot 1,5 = 7,5 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum linear veränderlichen Anteil an q

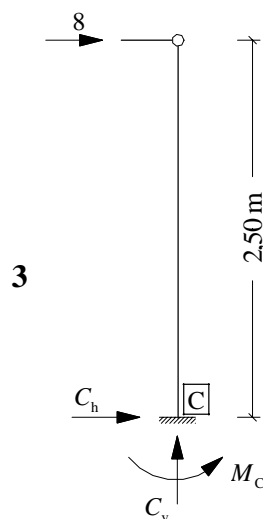
$$2 \quad F_2 = \frac{10 \cdot 1,5}{2} = 7,5 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum H = 0: \rightarrow N = -8 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: 7,5 \cdot 2,5 + 7,5 \cdot 2,25 - A_v \cdot 1,5 = 0 \rightarrow A_v = 23,75 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum V = 0: 7,5 + 7,5 - \underbrace{A_v}_{23,75} - B_v = 0 \rightarrow B_v = -8,75 \text{ kN}$$

Schnitt II



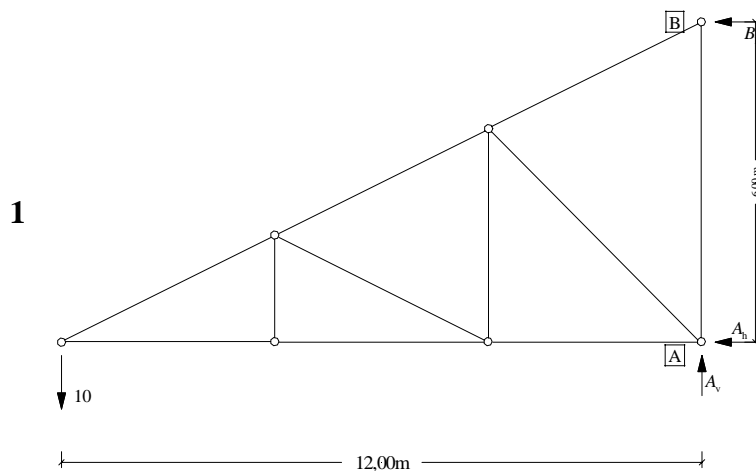
$$3 \quad \sum H = 0: \rightarrow C_h = -8 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0: \rightarrow C_v = 0$$

$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0: -8 \cdot 2,5 + M_c = 0 \rightarrow M_c = +20 \text{ kNm}$$

Aufgabe 3) $\Sigma 25$

Auflagerkräfte

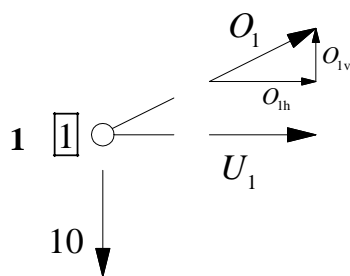


2 $\sum V = 0 \rightarrow A_v = +10 \text{ kN}$

2 $\sum M^{(A)} = 0: B_h \cdot 6 + 10 \cdot 12 = 0 \rightarrow B_h = -20 \text{ kN}$

2 $\sum H = 0 \rightarrow A_h = +20 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [1]



1 $\sum V = 0 \rightarrow O_{1v} = +10 \text{ kN}$

1 $\frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{4,00}{2,00} \rightarrow O_{1h} = 2 \cdot O_{1v} = +20 \text{ kN}$

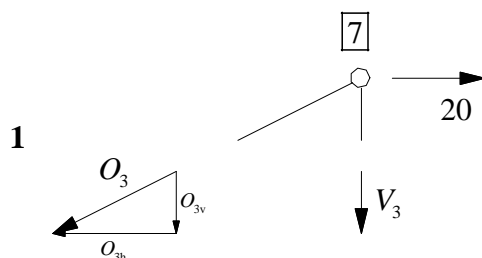
1 $O_1 = \sqrt{O_{1v}^2 + O_{1h}^2} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22,36 \text{ kN}$

1 $\sum H = 0 \rightarrow U_1 = -O_{1h} = -20 \text{ kN}$

1 $V_1 = 0$

Knotenschnitt bei [2]:

Knotenschnitt bei [7]



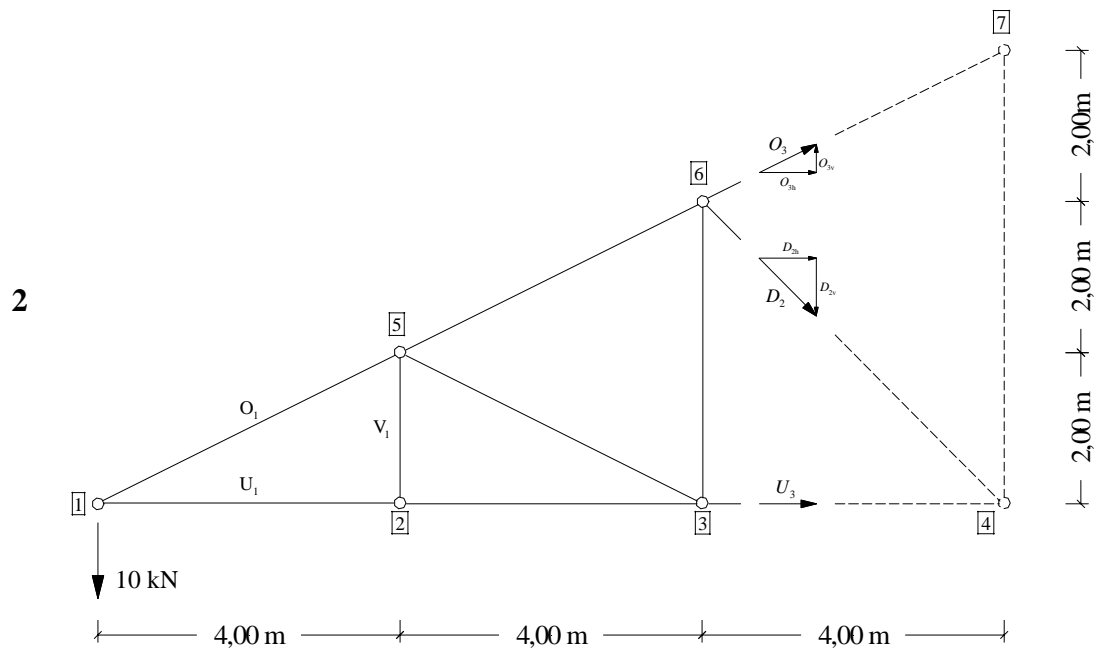
1 $\sum H = 0 \rightarrow O_{3h} = +20 \text{ kN}$

1 $\frac{O_{3v}}{O_{3h}} = \frac{2,00}{4,00} \rightarrow O_{3v} = 0,5 \cdot O_{3h} = +10 \text{ kN}$

1 $O_3 = \sqrt{O_{3v}^2 + O_{3h}^2} = \sqrt{20^2 + 10^2} = 22,36 \text{ kN}$

1 $\sum V = 0 \rightarrow V_3 = -10 \text{ kN}$

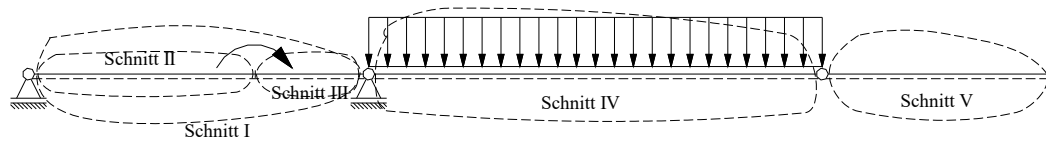
Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



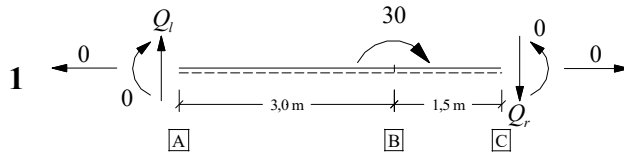
$$2 \sum V = 0: 10 - \underbrace{O_{3v}}_{+10} + D_{2v} = 0 \rightarrow D_{2v} = 0$$

$$1 \ D_{2h} = D_{2v} = 0$$

$$2 \sum H = 0: \underbrace{O_{3h}}_{+20} + D_{2h} + U_3 = 0 \rightarrow U_3 = -20$$

Aufgabe 4) $\Sigma 25$ 

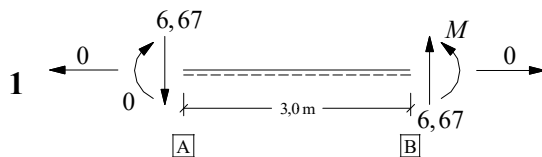
Schnitt I



$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -Q_l \cdot 4,5 - 30 = 0 \rightarrow Q_l = -6,67 \text{ kN}$$

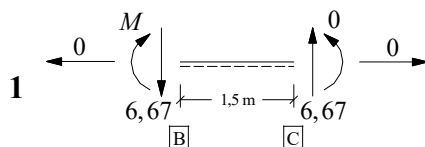
$$1 \quad Q_r = -6,67 \text{ kN}$$

Schnitt II



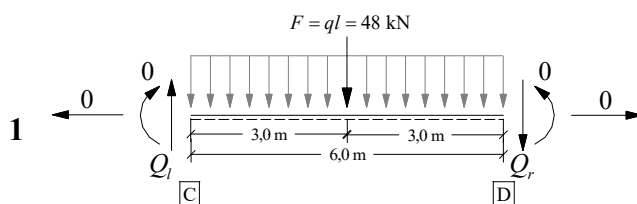
$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0 : 6,67 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = -20 \text{ kNm}$$

Schnitt III



$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0 : 6,67 \cdot 1,5 - M = 0 \rightarrow M = +10 \text{ kNm}$$

Schnitt IV

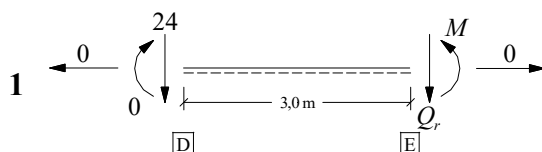


$$1 \quad \sum M^{(D)} = 0 : -Q_l \cdot 6 + 48 \cdot 3 = 0 \rightarrow Q_l = +24 \text{ kNm}$$

$$2 \quad \sum M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = +36 \text{ kNm}$$

$$1 \quad \sum V = 0 : -\underbrace{Q_l}_{24} + 48 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -24 \text{ kNm}$$

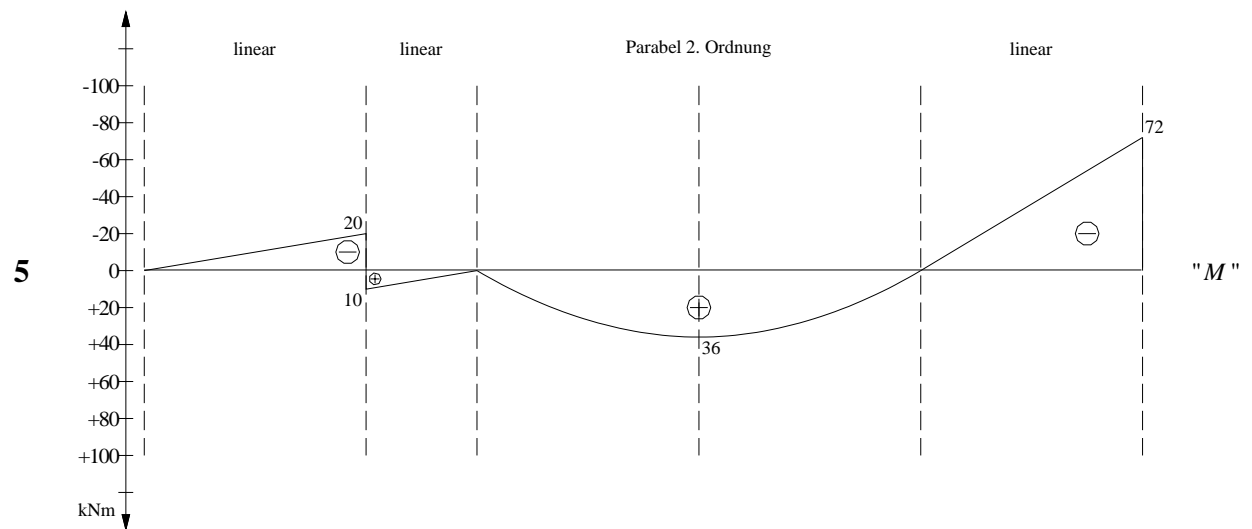
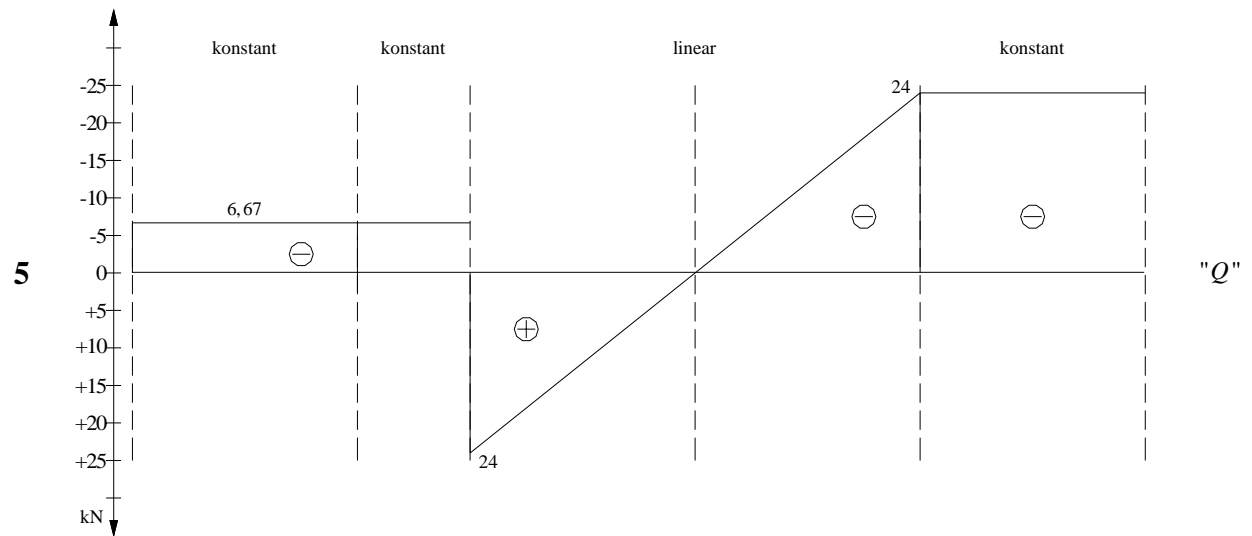
Schnitt V



$$1 \quad \sum M^{(E)} = 0 : 24 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = -72 \text{ kNm}$$

$$1 \quad \sum V = 0 : \rightarrow Q_r = -24 \text{ kN}$$

Aufgabe 4) Fortsetzung



Prüfung Technische Mechanik I vom 12. 7. 2006

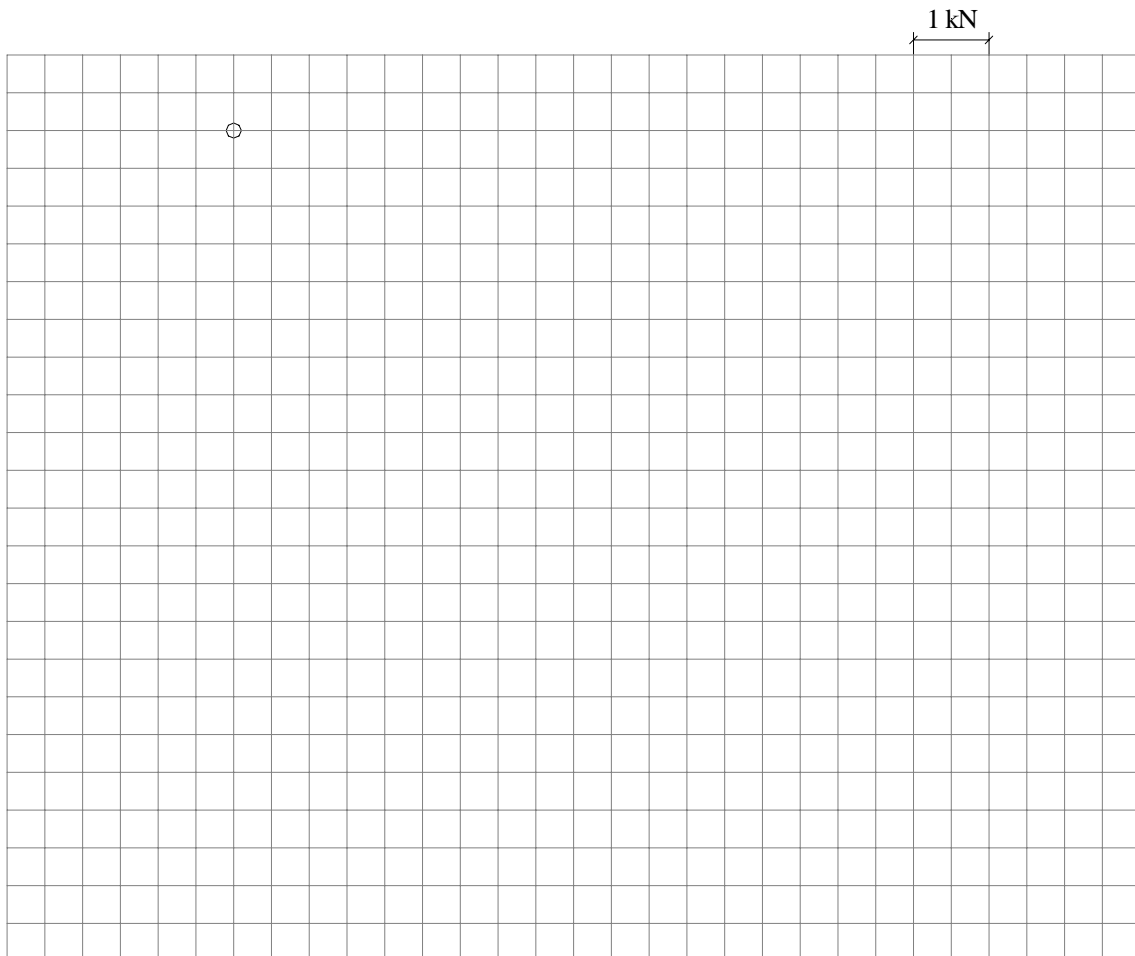
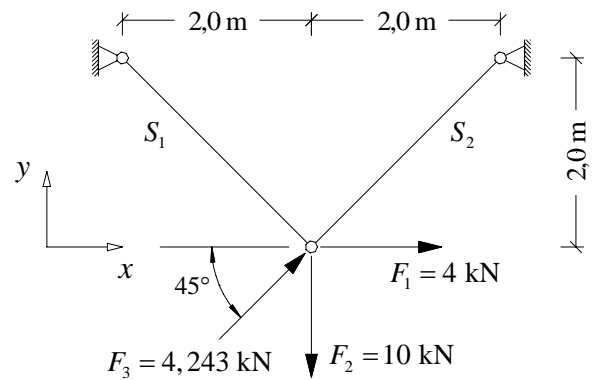
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

Aufgabe 1 (25 Punkte)

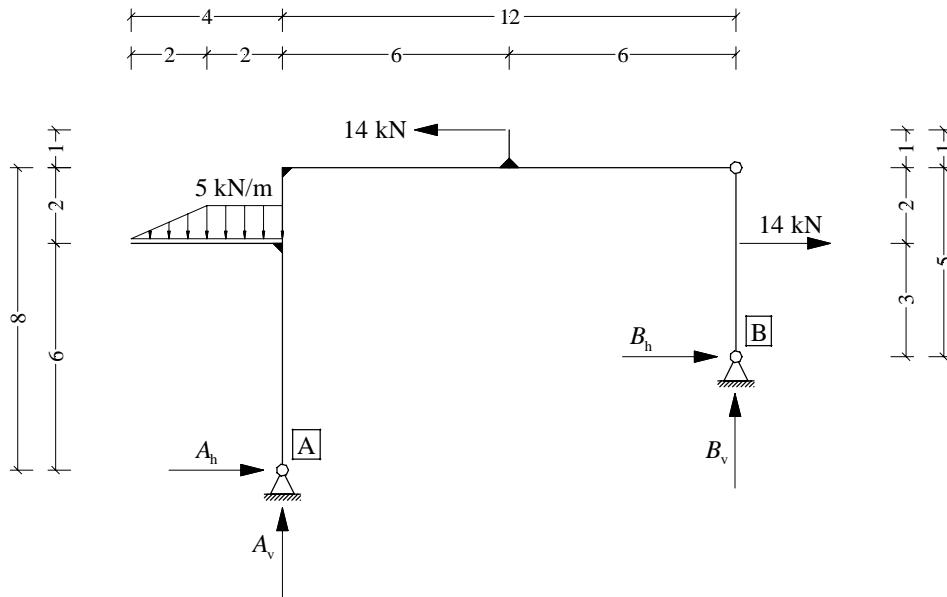
Am Schnittpunkt von zwei Seilen greifen drei Kräfte F_1 , F_2 und F_3 an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen sie die Seilkräfte S_1 und S_2

- a) durch grafische Lösung,
 b) mit Hilfe der Vektorrechnung.



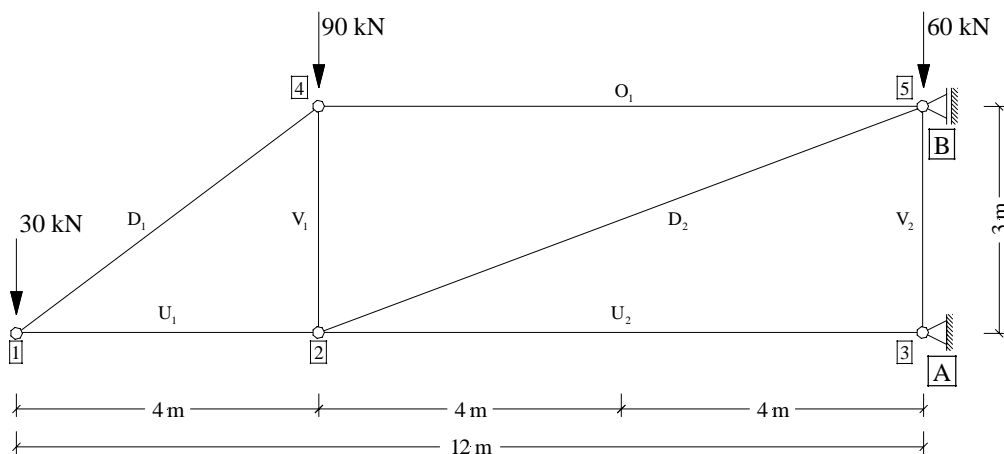
Aufgabe 2 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System. Maße in m.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und alle Stabkräfte.

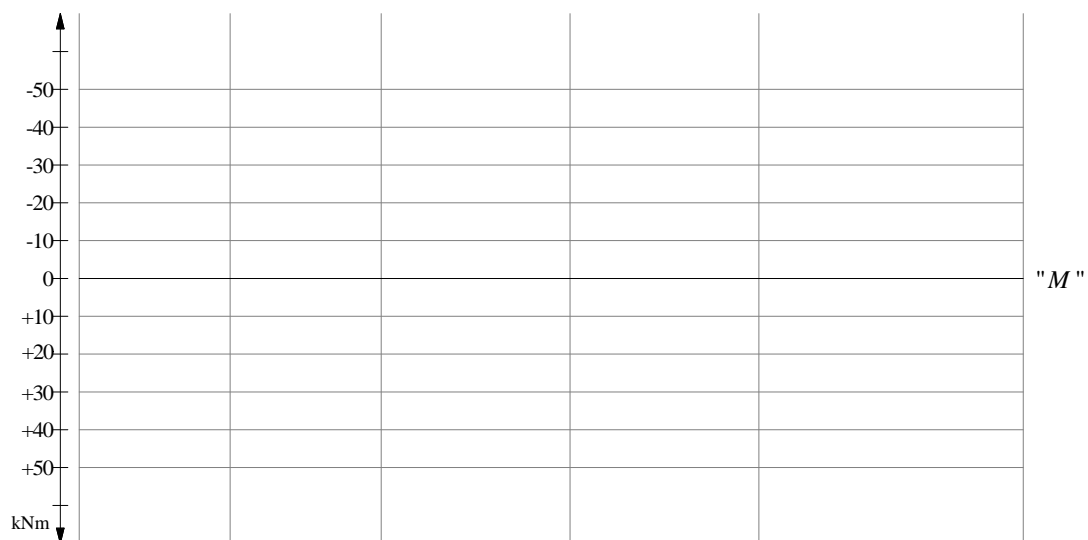
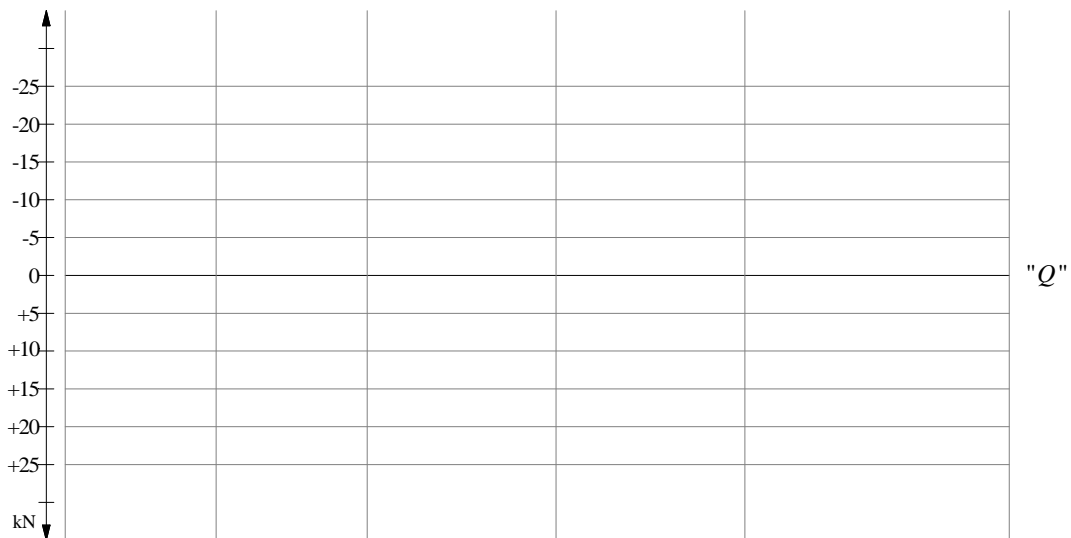
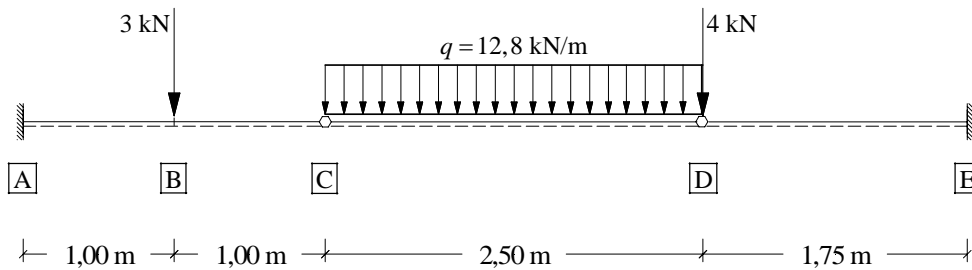


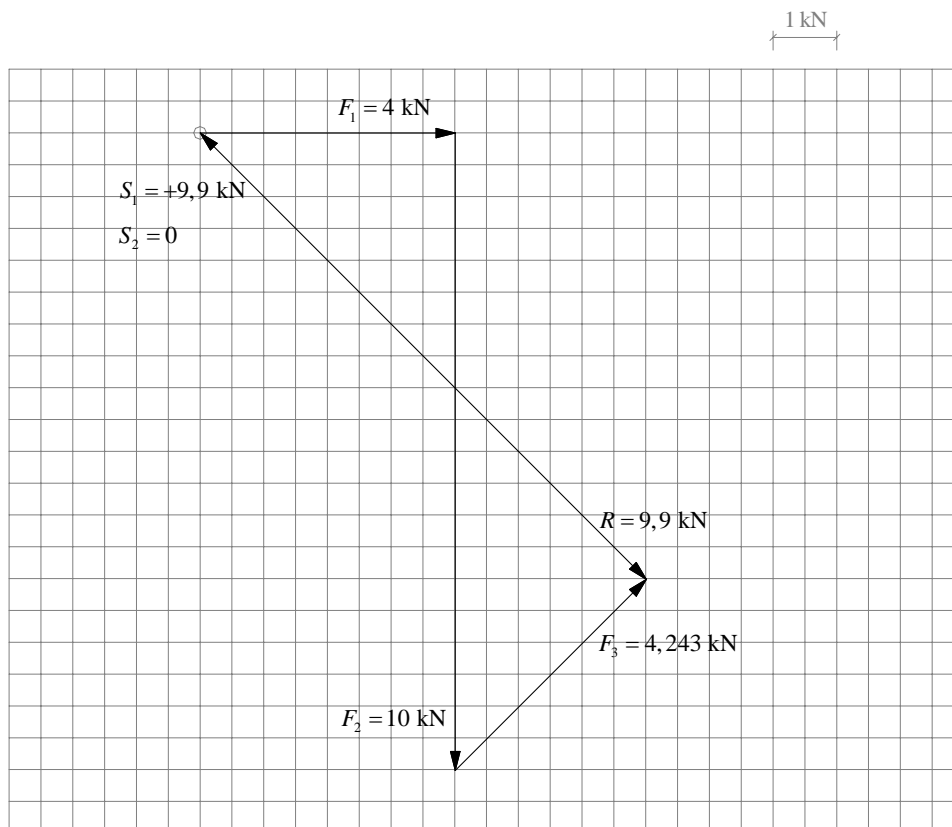
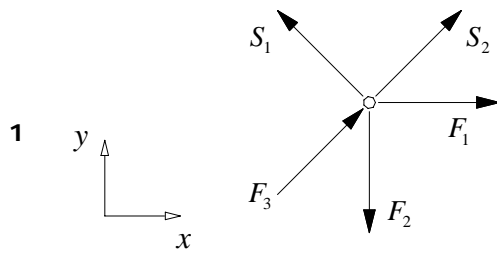
Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.



Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 12. 7. 2006
Aufgabe 1 $\sum 25$
1 F_1 1 F_2 1 F_3 2 $R = 9,9 \text{ kN}$ 2 $S_1 = +9,9 \text{ kN}$ 2 $S_2 = 0$

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$2 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix};$$

$$1 \quad \underline{F}_3 = \frac{4,243}{\sqrt{2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 4+0+3 \\ 0-10+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7 \\ -7 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{2} \cdot 7 = 9,9 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren \underline{A} ; \underline{B} in Richtung der Stabkräfte \underline{S}_1 ; \underline{S}_2 :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}; \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$\begin{aligned} 1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} &= \underline{0} \\ a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} &= \underline{0} \end{aligned}$$

Lösung:

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +7 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad (1): -a + b = -7$$

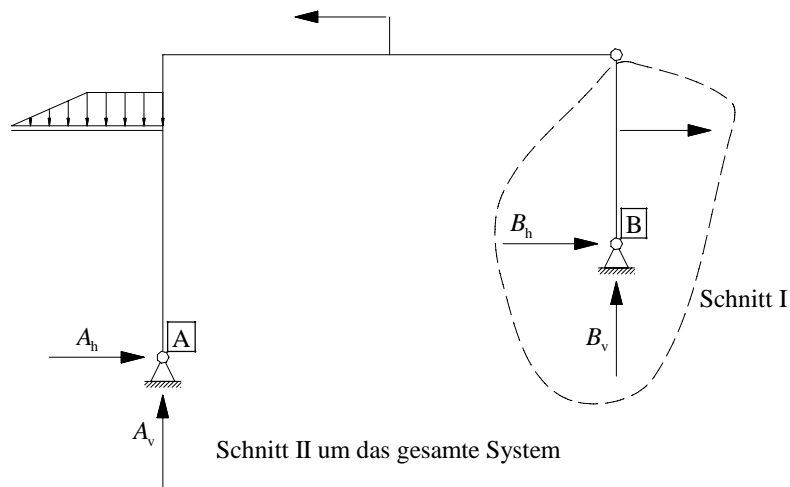
$$1 \quad (2): a + b = +7$$

$$1 \quad (1) + (2) \rightarrow b = 0$$

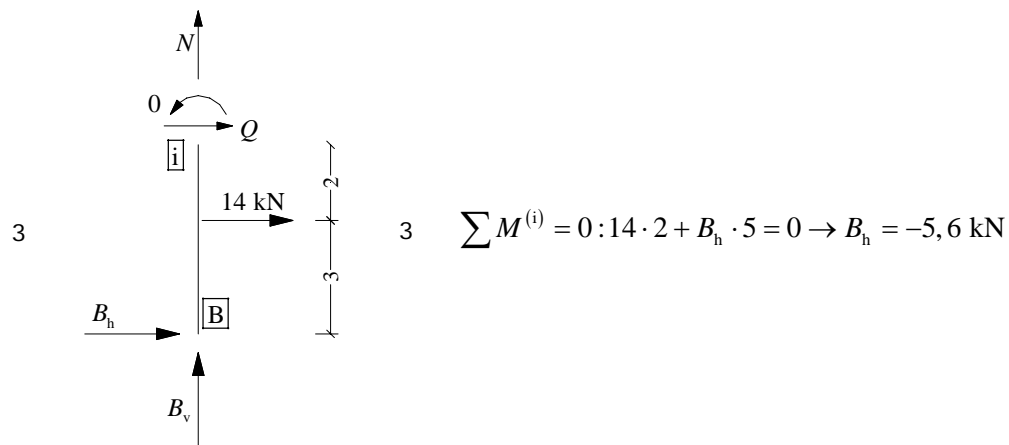
$$1 \quad \text{in } (1) \rightarrow a = +7$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = 7 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = 7 \cdot \sqrt{2} = +9,9 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = 0$$

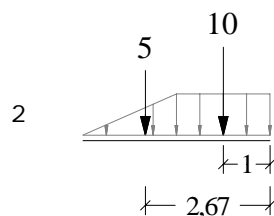
Aufgabe 2 $\Sigma 25$ 

Schnitt I



Schnitt II (gesamtes System)

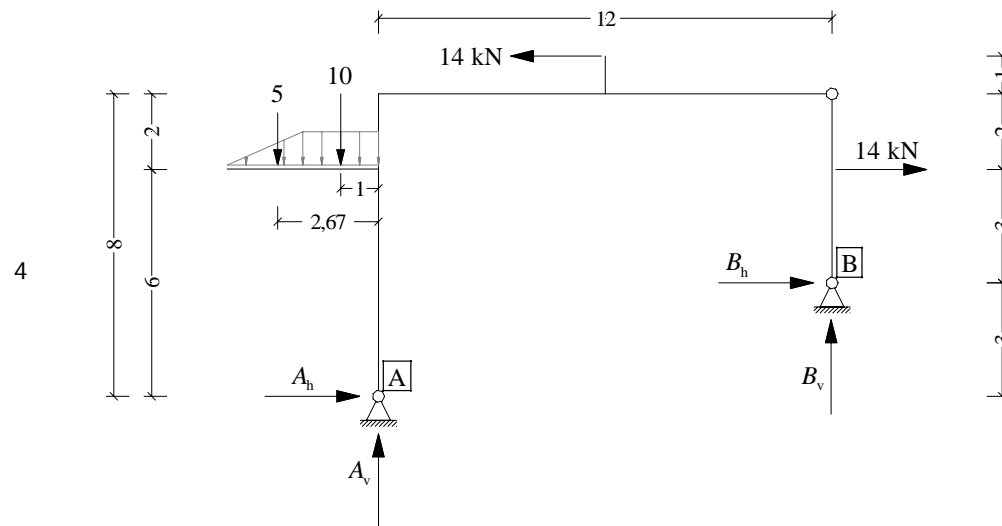
$$\sum H = 0 : A_h - 14 + 14 + B_h = 0 \rightarrow A_h = -B_h = +5,6 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum konstanten Anteil an q

$$F_1 = 2 \cdot 5 = 10 \text{ kN}$$

Äquivalente Einzellast zum linear veränderlichen Anteil an q

$$F_2 = 0,5 \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ kN}$$



$$\sum M^{(A)} = 0: 10 \cdot 1 + 5 \cdot 2,67 + 14 \cdot 9 - 14 \cdot 6 - B_h \cdot 3 + B_v \cdot 12 = 0$$

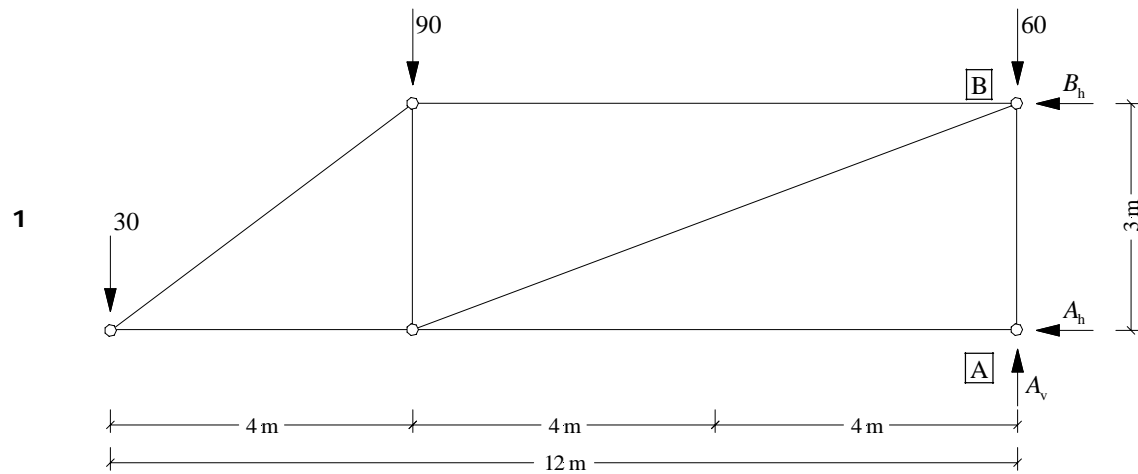
$$3 \quad B_v = -\frac{1}{12} \cdot (10 \cdot 1 + 5 \cdot 2,67 + 14 \cdot 9 - 14 \cdot 6 + 5,6 \cdot 3)$$

$$\rightarrow B_v = -6,84 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0: -A_v + 5 + 10 - B_v = 0 \rightarrow A_v = 21,84 \text{ kN}$$

Aufgabe 3 $\Sigma 25$

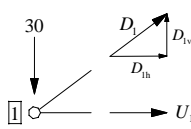
Auflagerkräfte



1	$\sum V = 0 \rightarrow$	$A_v = +180 \text{ kN}$
1	$\sum M^{(B)} = 0: -A_h \cdot 3 + 90 \cdot 8 + 30 \cdot 12 = 0 \rightarrow$	$A_h = +360 \text{ kN}$
1	$\sum H = 0 \rightarrow$	$B_h = -360 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [1]

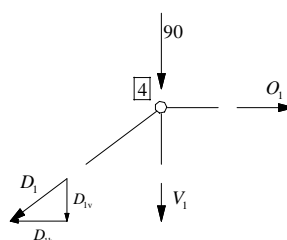
1



1	$\sum V = 0 \rightarrow D_{1v} = +30 \text{ kN}$	
2	$\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{4}{3} \rightarrow D_{1h} = +40 \text{ kN}$	
2	$D_1 = \sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = \sqrt{30^2 + 40^2}$	$D_1 = +50 \text{ kN}$
1	$\sum H = 0 \rightarrow U_1 = -D_{1h}$	$U_1 = -40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [4]

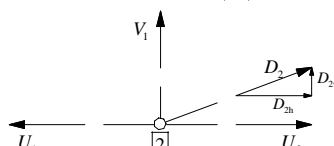
1



2	$\sum V = 0: D_{1v} + V_1 + 90 = 0$	$V_1 = -120 \text{ kN}$
1	$\sum H = 0 \rightarrow O_1 = D_{1h}$	$O_1 = +40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [2]

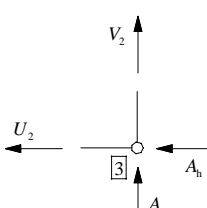
1



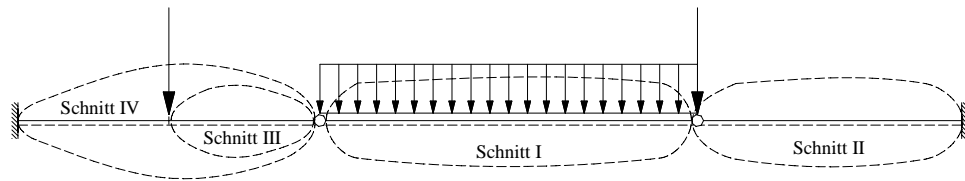
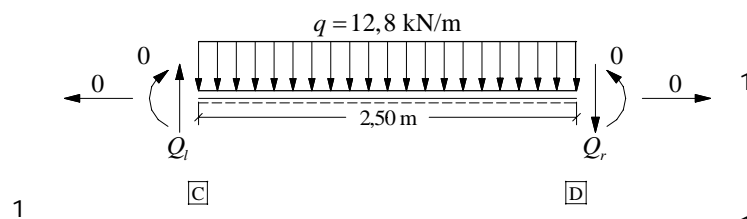
1	$\sum V = 0 \rightarrow D_{2v} = -V_1 = +120 \text{ kN}$	
2	$\frac{D_{2h}}{D_{2v}} = \frac{8}{3} \rightarrow D_{2h} = +320 \text{ kN}$	
2	$D_2 = \sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} = \sqrt{120^2 + 320^2}$	$D_2 = 341,8 \text{ kN}$
2	$\sum H = 0: -U_1 + U_2 + D_{2h} = 0$	$U_2 = -360 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [3]

1



1	$\sum V = 0 \rightarrow V_2 = -A_v$	$V_2 = -180 \text{ kN}$
---	-------------------------------------	-------------------------

Aufgabe 4 $\sum 25$ **Schnitt I**

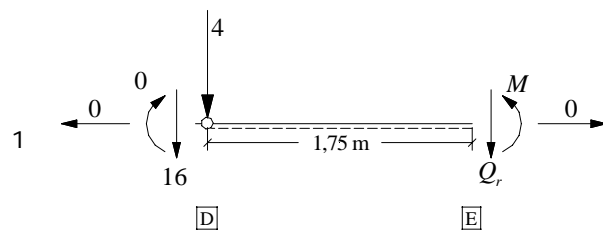
$$\sum M^{(D)} = 0: -Q_l \cdot 2,5 + 12,8 \cdot \frac{2,5^2}{2} = 0$$

$$\rightarrow Q_l = 12,8 \cdot \frac{2,5}{2} = +16,0 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: -Q_l + 12,8 \cdot 2,5 + Q_r = 0$$

$$\rightarrow Q_r = -16,0 \text{ kN}$$

$$M_{\text{Mitte}} = q \cdot \frac{l^2}{8} = 12,8 \cdot \frac{2,5^2}{8} = 10,0 \text{ kNm}$$

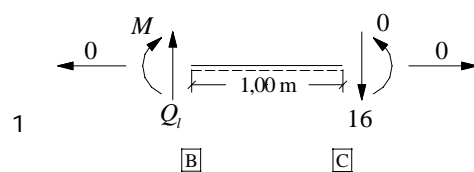
Schnitt II

$$\sum V = 0: 16 + 4 + Q_r = 0$$

$$\rightarrow Q_r = -20,0 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(E)} = 0: (16 + 4) \cdot 1,75 + M = 0$$

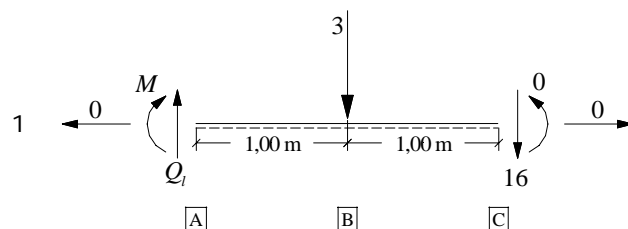
$$\rightarrow M = -35,0 \text{ kNm}$$

Schnitt III

$$\sum V = 0: \rightarrow Q_l = +16,0 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(B)} = 0: -M - 16 \cdot 1,0 = 0$$

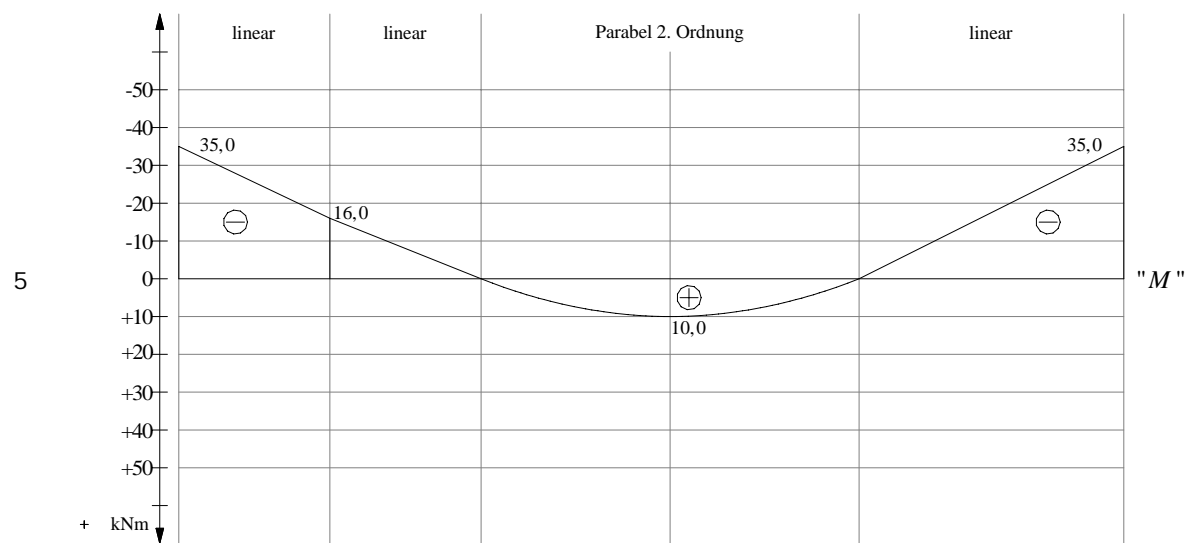
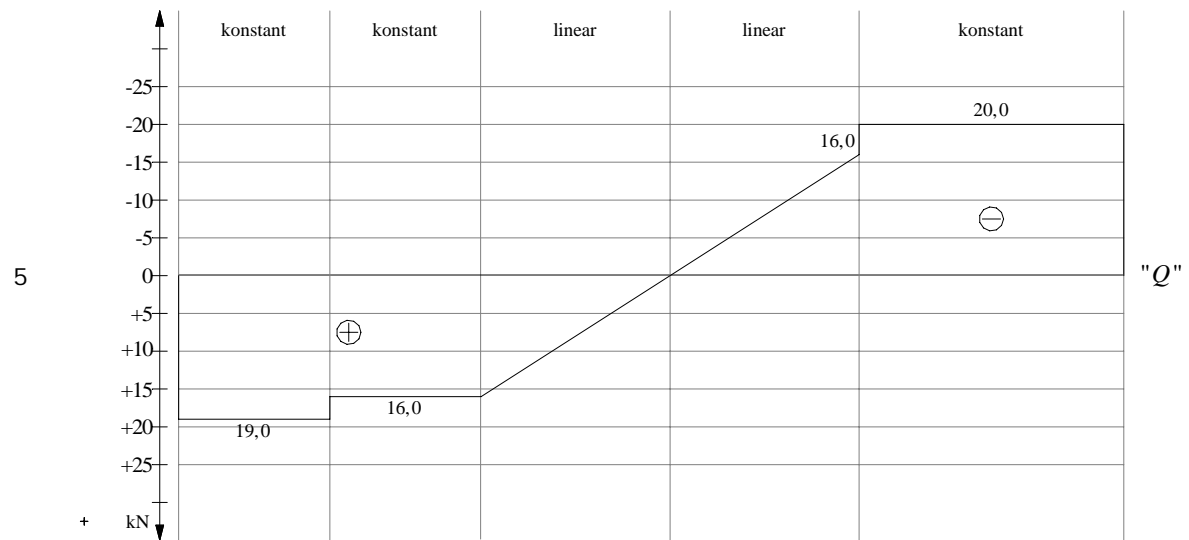
$$\rightarrow M = -16,0 \text{ kNm}$$

Schnitt IV

$$\sum V = 0: \rightarrow Q_l = +19,0 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(A)} = 0: -M - 3 \cdot 1,0 - 16 \cdot 2,0 = 0$$

$$\rightarrow M = -35,0 \text{ kNm}$$



Prüfung Technische Mechanik I vom 1. 2. 2007

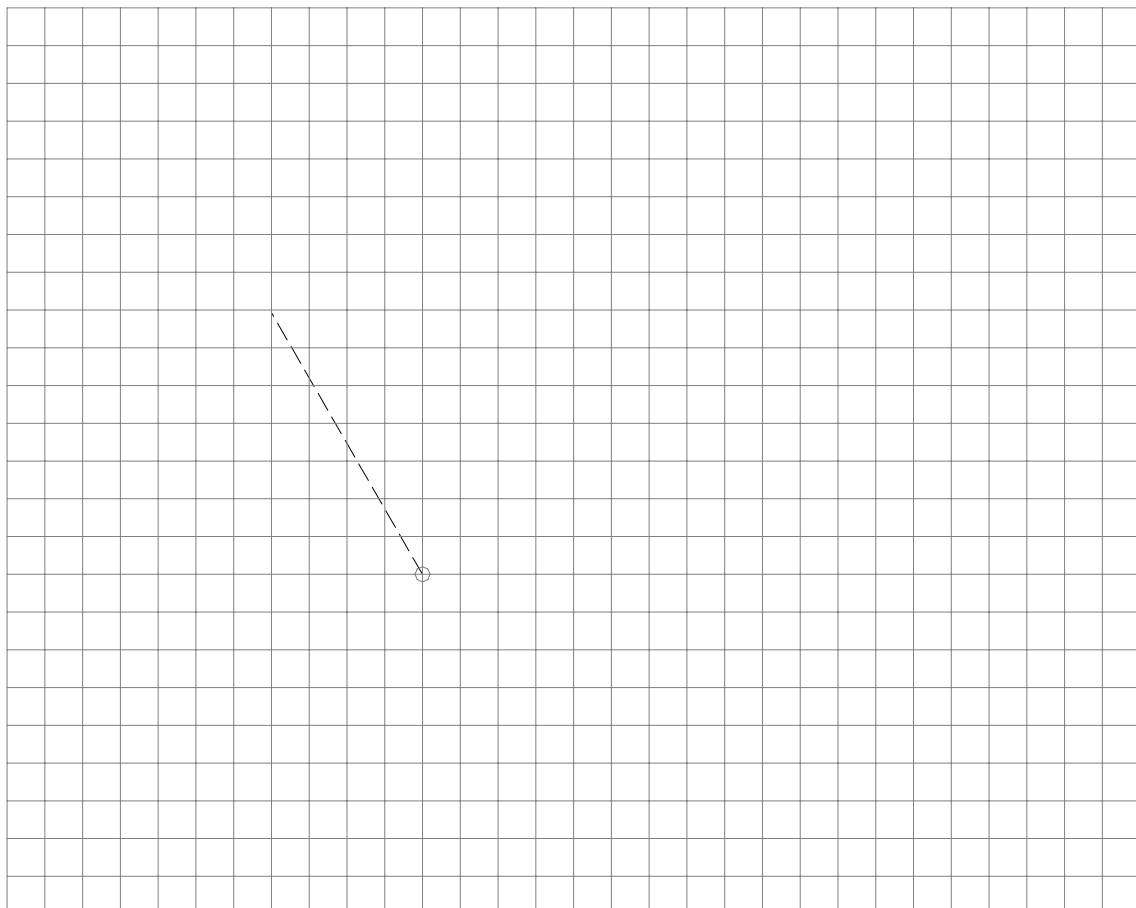
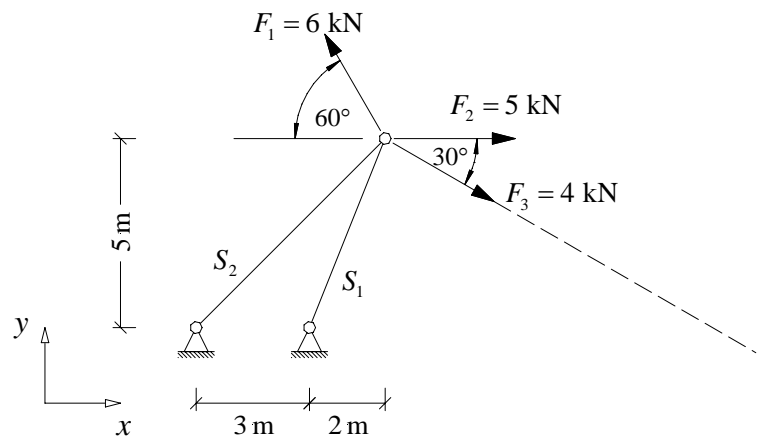
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

Aufgabe 1 (25 Punkte)

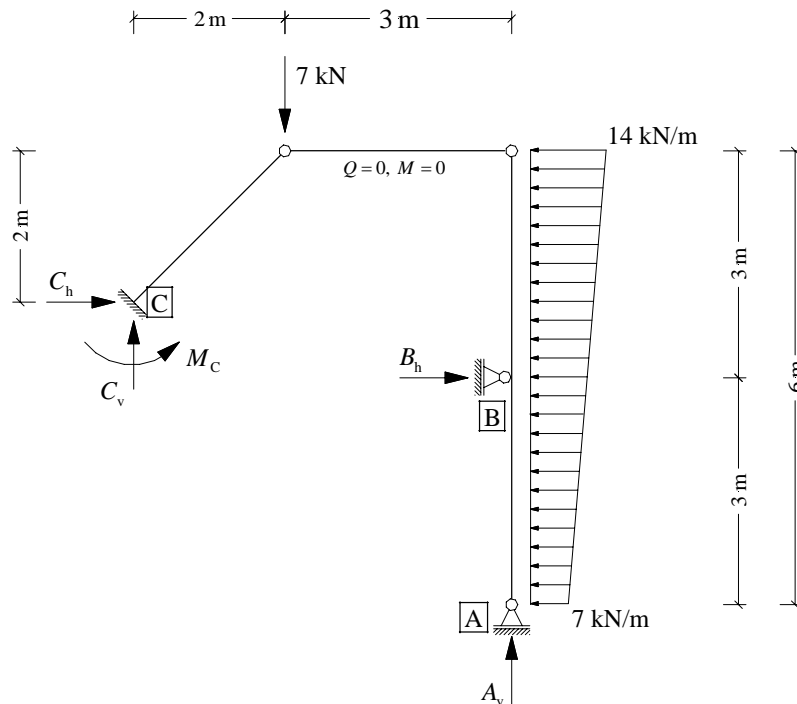
Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte F_1 , F_2 und F_3 an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen sie die Stabkräfte S_1 und S_2 .

- a) durch grafische Lösung,
 b) mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (25 Punkte)

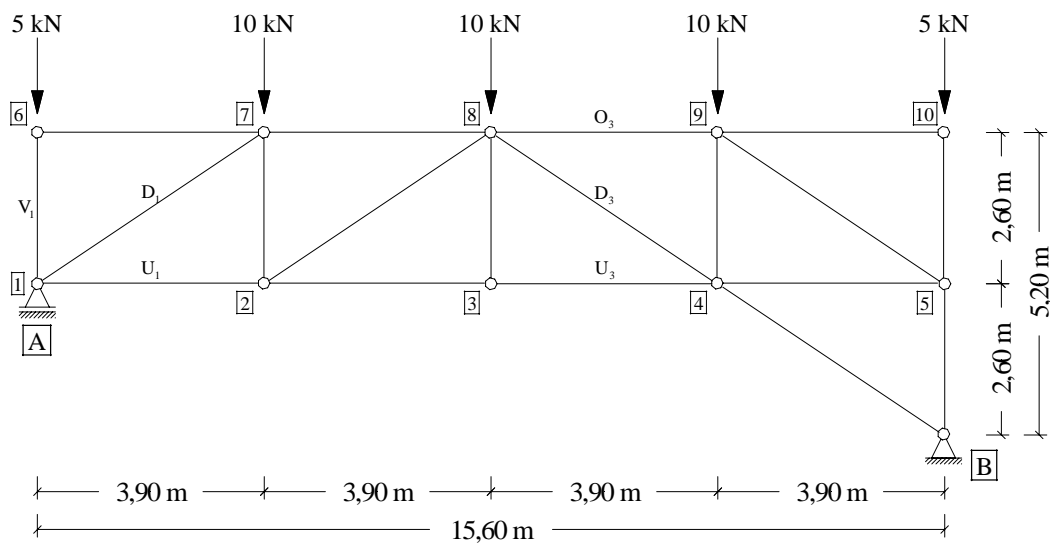
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

V_1, D_1, U_1 und O_3, D_3, U_3

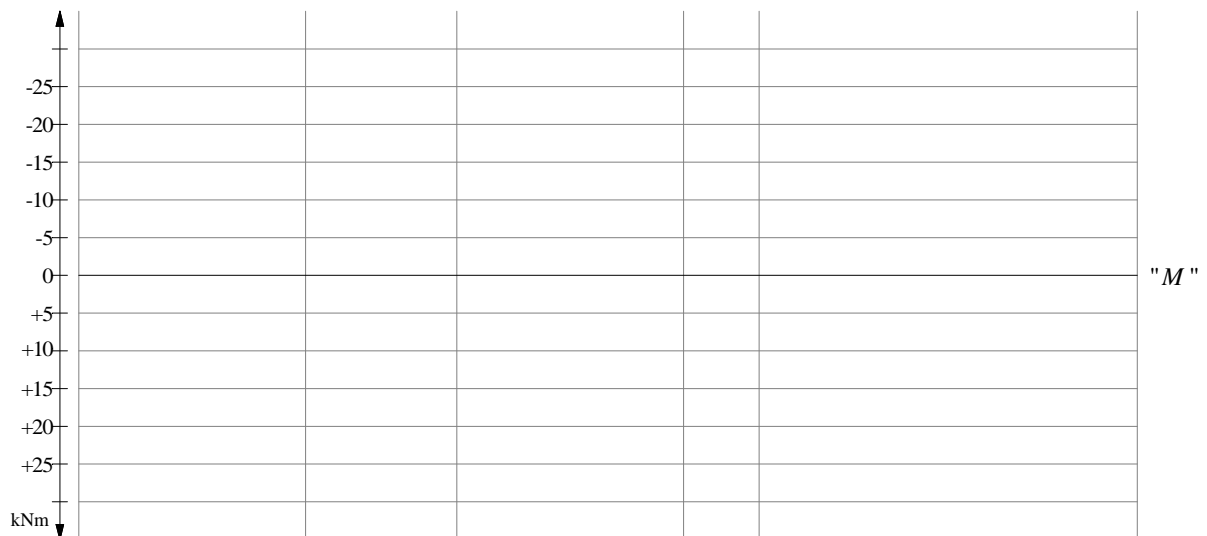
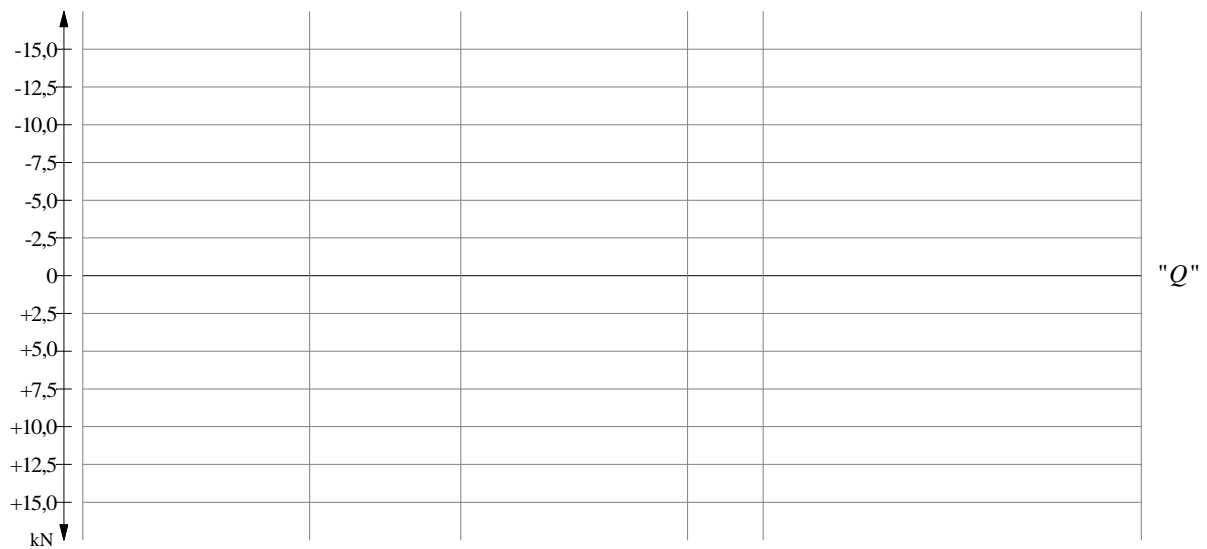
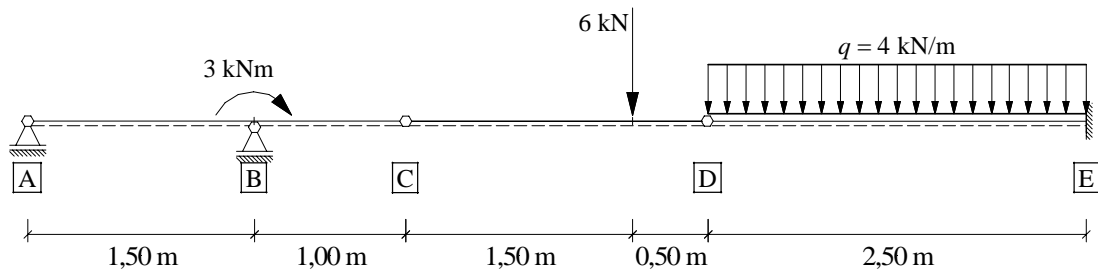


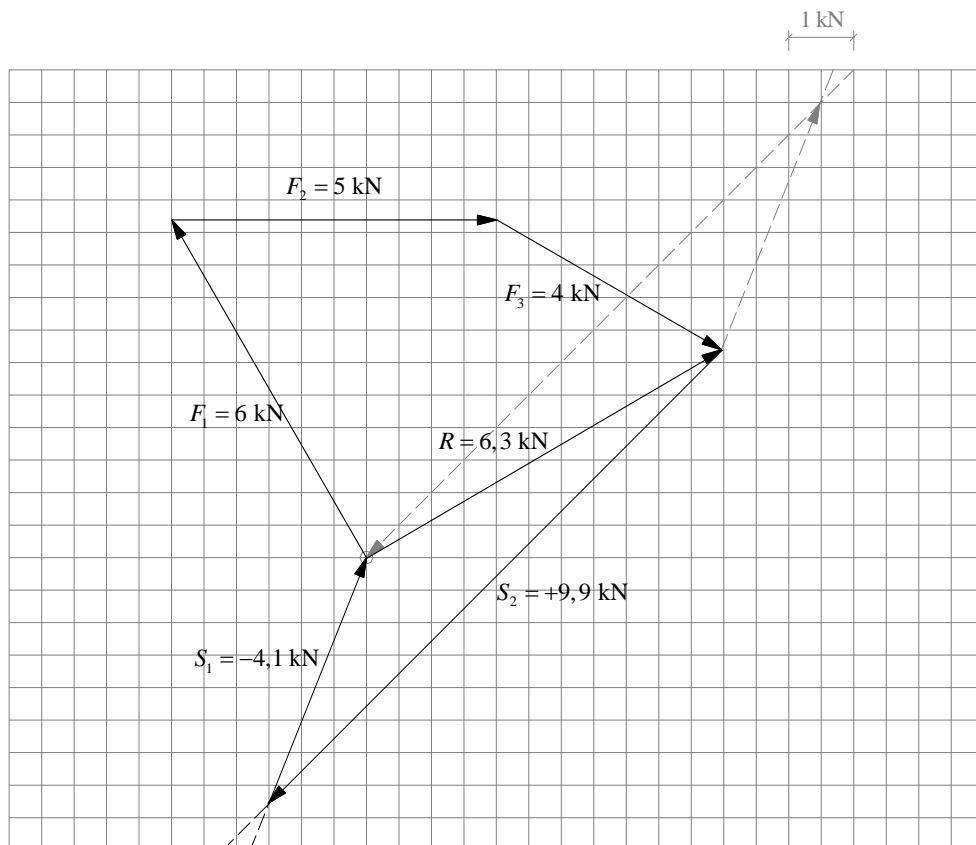
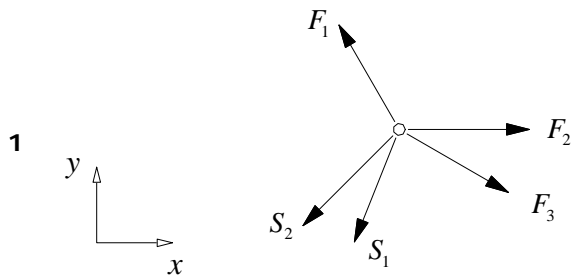
Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.



Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 1. 2. 2007
Aufgabe 1 $\sum 25$
1 F_1 1 F_2 1 F_3 2 $R = 6,3 \text{ kN}$ 2 $S_1 = -4,1 \text{ kN}$ 2 $S_2 = +9,9 \text{ kN}$

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -6 \cdot \cos 60^\circ \\ +6 \cdot \sin 60^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ +5,20 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +5 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +4 \cdot \cos 30^\circ \\ +4 \cdot \sin 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,46 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 + 5 + 3,46 \\ 5,20 + 0 - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5,46 \\ +3,20 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{5,46^2 + 3,20^2} = 6,33 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren \underline{A} ; \underline{B} in Richtung der Stabkräfte \underline{S}_1 ; \underline{S}_2 :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = 0$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = 0$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +5,46 \\ +3,20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,46 \\ -3,20 \end{bmatrix}$$

Lösung:

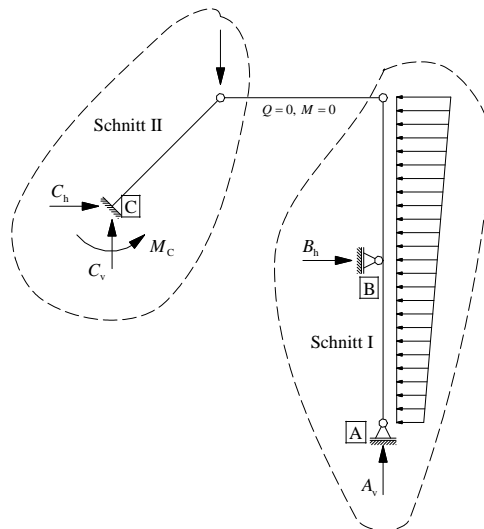
$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-2) \cdot (-1) - (-5) \cdot (-1) = -3$$

$$4 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(-1) \cdot (-3,20) - (-1) \cdot (-5,46)}{-3} = -0,753$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-2) \cdot (-3,20) - (-5) \cdot (-5,46)}{-3} = +6,97$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -0,753 \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -0,753 \cdot \sqrt{2^2 + 5^2} = -4,06 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +6,97 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = -|\underline{S}_2| = +6,97 \cdot \sqrt{2} = +9,86 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\Sigma 25$ **Schnitt I**

Äquivalente Einzellast zum konstanten Anteil an q

2 $F_1 = 7 \cdot 6 = 42 \text{ kN}$

Äquivalente Einzellast zum linear veränderlichen Anteil an q

2 $F_2 = 0,5 \cdot 7 \cdot 6 = 21 \text{ kN}$

3 $\sum V = 0 \rightarrow A_v = 0$

3 $\sum M^{(i)} = 0: B_h \cdot 3 - 21 \cdot 2 - 42 \cdot 3 = 0 \rightarrow B_h = +56 \text{ kN}$

3 $\sum H = 0: -N + \underbrace{B_h}_{+56} - 21 - 42 = 0 \rightarrow N = -7$

Schnitt II

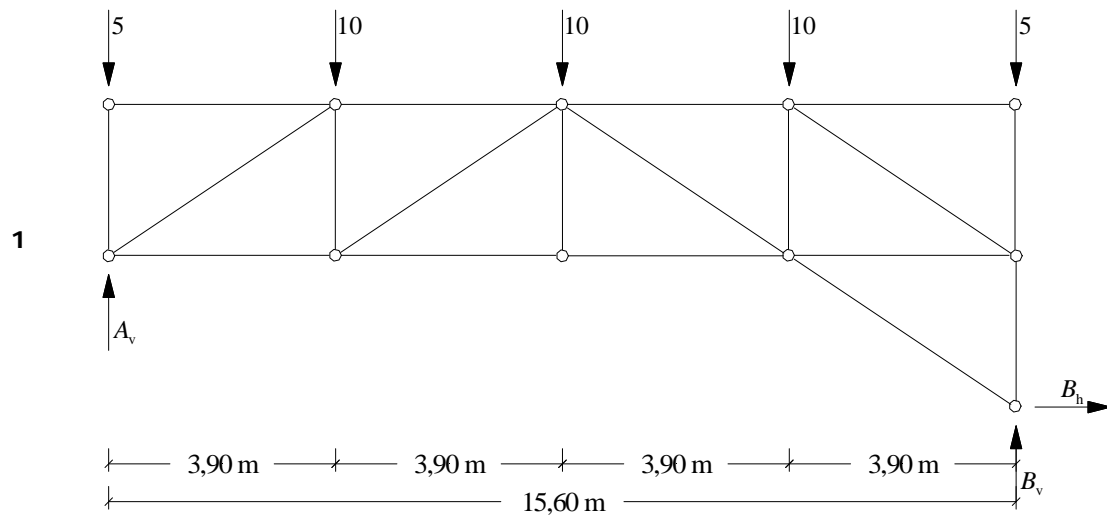
2 $\sum H = 0 \rightarrow C_h = +7 \text{ kN}$

2 $\sum V = 0 \rightarrow C_v = +7 \text{ kN}$

2 $\sum M^{(c)} = 0: -7 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + M_c = 0 \rightarrow M_c = 0$

Aufgabe 3 $\sum 25$

Auflagerkräfte



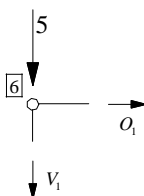
1 $\sum H = 0 \rightarrow B_h = 0$

1 $\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 4 \cdot 3,9 + 5 \cdot 4 \cdot 3,9 + 10 \cdot (3 + 2 + 1) \cdot 3,9 = 0 \rightarrow A_v = +20 \text{ kN}$

1 $\sum V = 0 \rightarrow B_v = +20 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 6

1

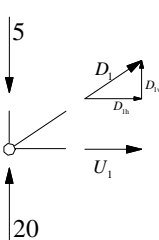


1 $\sum V = 0: V_1 = -5 \text{ kN}$

2 $\sum V = 0: +5 - 20 - D_{1v} = 0 \quad D_{1v} = -15 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei 1

1

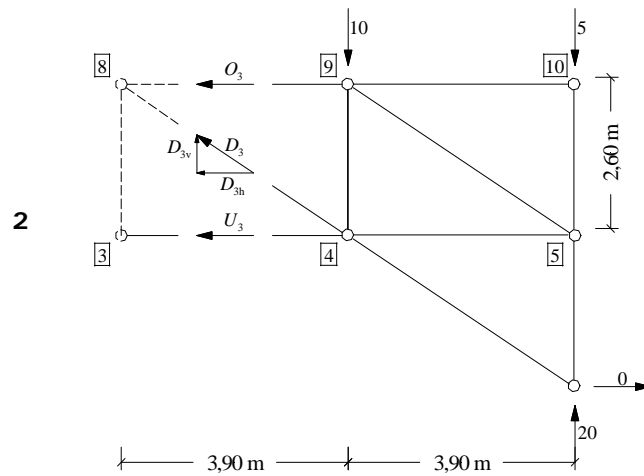


2 $\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{3,90}{2,60} = 1,5 \rightarrow D_{1h} = 1,5 \cdot D_{1v} \quad D_{1h} = -22,5 \text{ kN}$

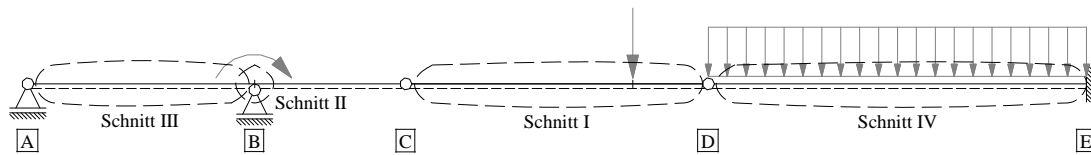
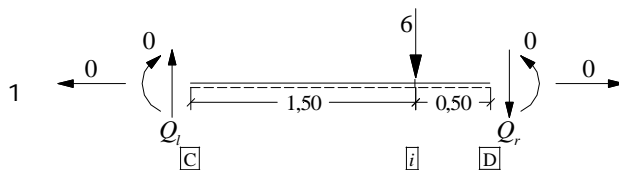
2 $D_1 = -\sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = -\sqrt{15^2 + 22,5^2} \quad D_1 = -27,04 \text{ kN}$

1 $\sum H = 0 \rightarrow U_1 + D_{1h} = 0 \quad U_1 = +22,5 \text{ kN}$

Rittersches Schnittverfahren mit linker Trägerseite



2	$\sum M^{(4)} = 0: +O_3 \cdot 2,6 + (-5 + 20) \cdot 3,9 = 0$	$O_3 = -22,5 \text{ kN}$
2	$\sum M^{(8)} = 0: -U_3 \cdot 2,6 - 10 \cdot 3,9 + (-5 + 20) \cdot 2 \cdot 3,9 = 0$	$U_3 = +30 \text{ kN}$
2	$\sum V = 0: -D_{3v} + 10 + 5 - 20 = 0$	$D_{3v} = -5 \text{ kN}$
2	$D_{3h} = 1,5 \cdot D_{3v}$	$D_{3h} = -7,5 \text{ kN}$
1	$D_3 = -\sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = -\sqrt{5^2 + 7,5^2}$	$D_3 = -9,01 \text{ kN}$

Aufgabe 4 $\Sigma 25$ **Schnitt I**

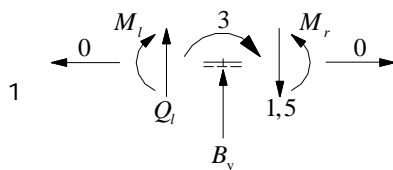
$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: -Q_r \cdot 2,0 - 6 \cdot 1,5 = 0$$

$$\rightarrow Q_r = -4,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow Q_l = +1,5 \text{ kN}$$

aus Differentialbeziehung $M(x) = \int Q(x):$

$$2 \quad M_i = Q_l \cdot 1,5 = +1,5 \cdot 1,5 = +2,25 \text{ kNm}$$

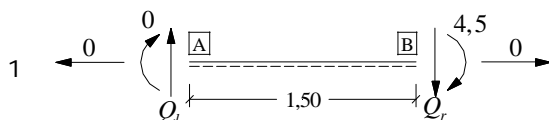
Schnitt II

aus Differentialbeziehung $M(x) = \int Q(x)$

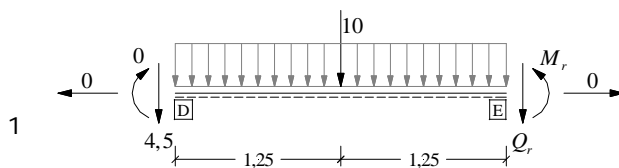
$$1 \quad \text{bzw. Strahlensatz:}$$

$$M_r = -1,5 \text{ kNm}$$

$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: -M_l - 3 + \underbrace{M_r}_{-1,5} = 0 \rightarrow M_l = -4,5 \text{ kNm}$$

Schnitt III

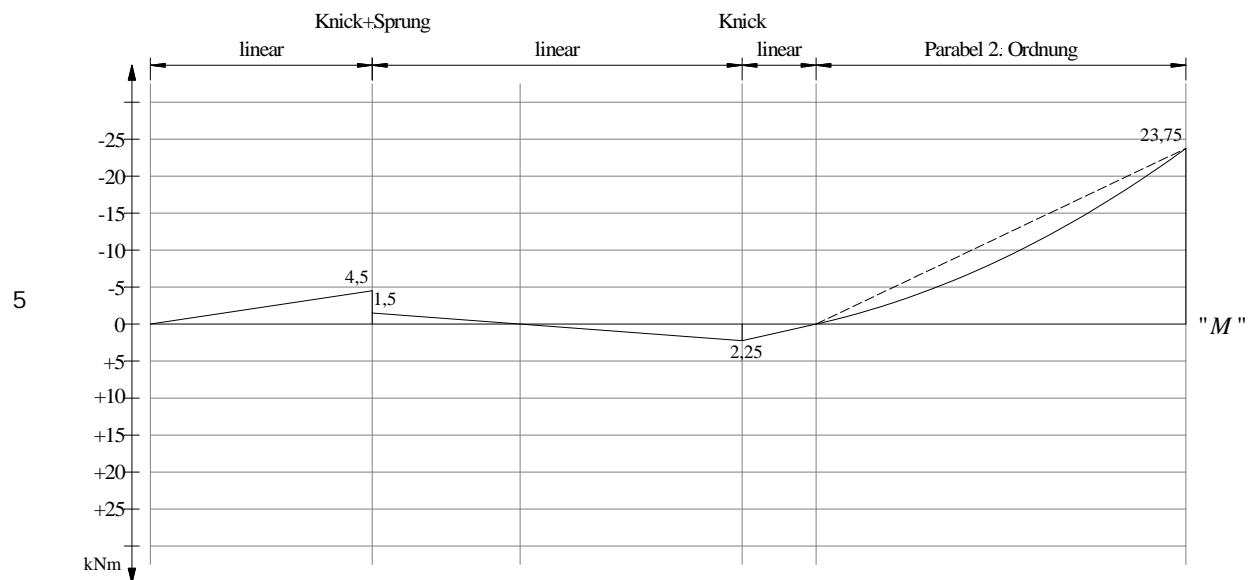
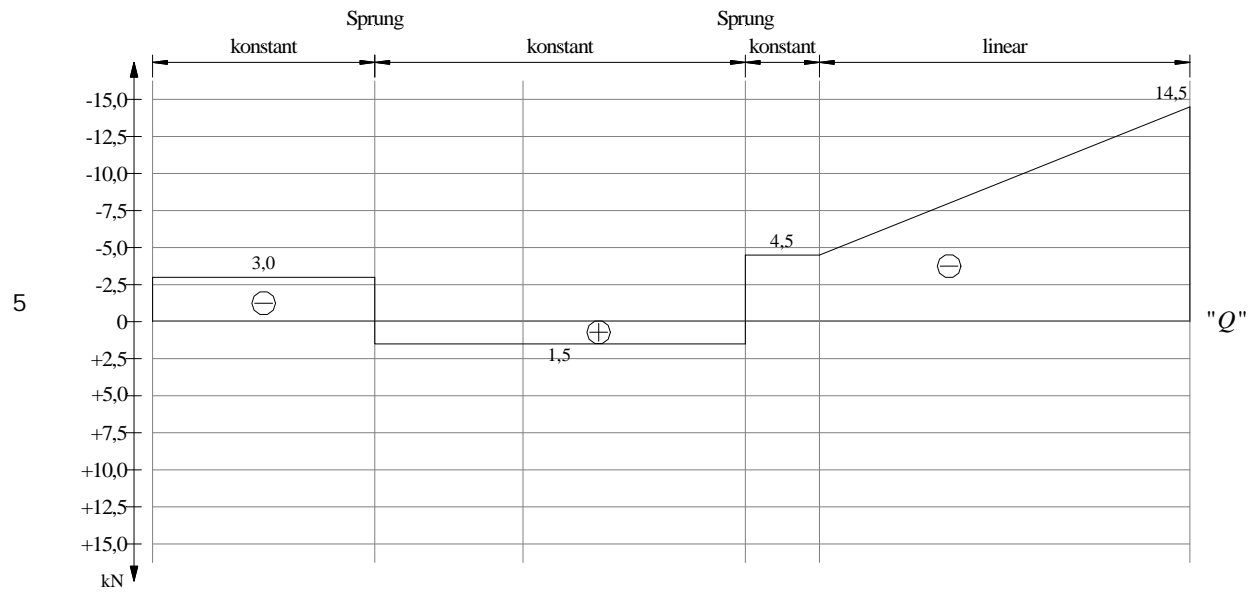
$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -Q_l \cdot 1,5 - 4,5 = 0 \rightarrow Q_l = -3,0 \text{ kN}$$

Schnitt IV

$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow Q_r = -14,5 \text{ kN}$$

$$2 \quad \sum M^{(E)} = 0: +4,5 \cdot 2,5 + 10 \cdot 1,25 + M_r = 0$$

$$\rightarrow M_r = -23,75 \text{ kNm}$$



Prüfung Technische Mechanik I vom 16. 7. 2007

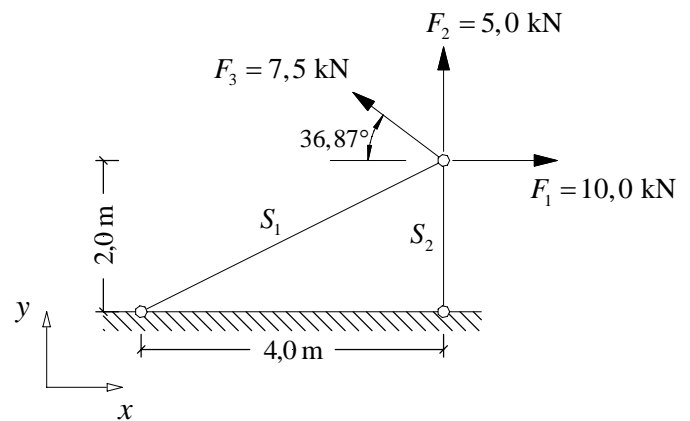
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

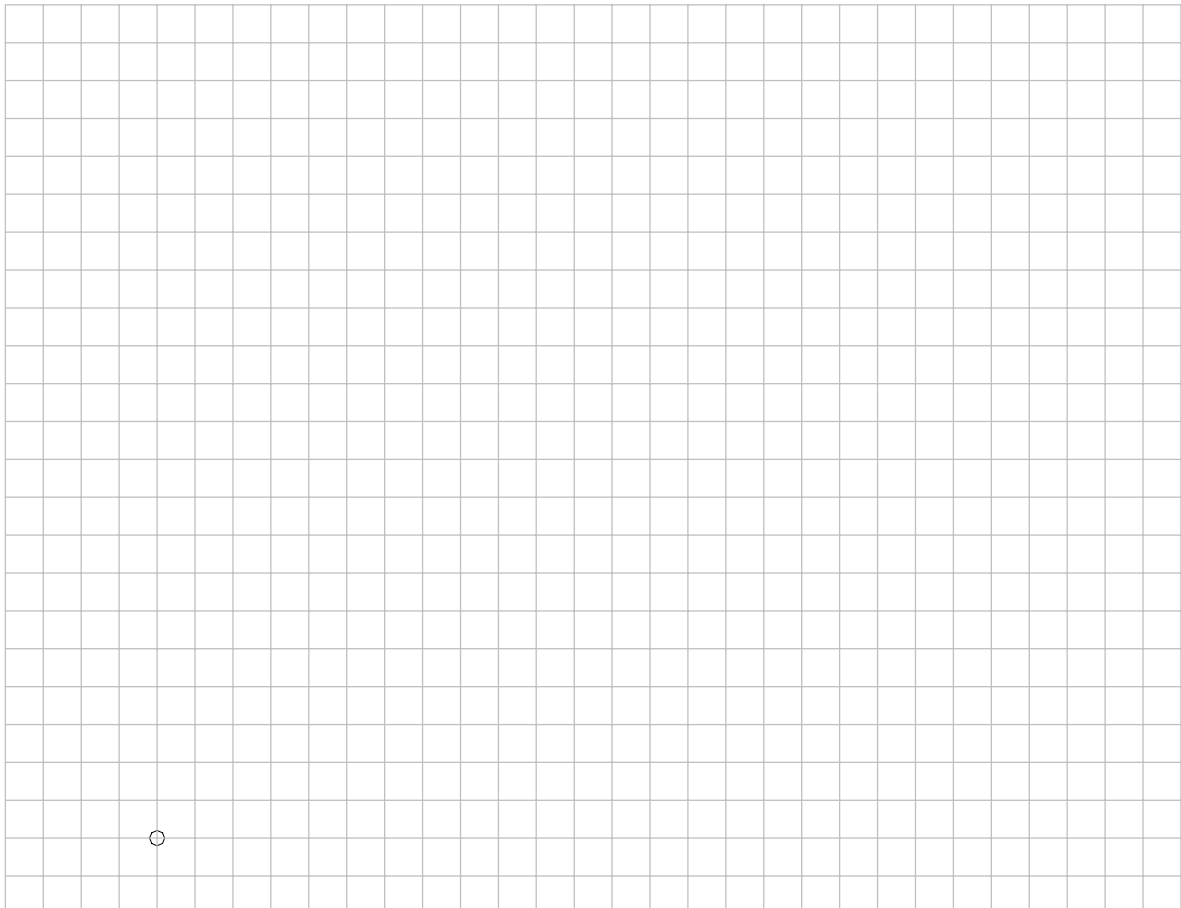
Aufgabe 1 (25 Punkte)

Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte F_1 , F_2 und F_3 an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen sie die Stabkräfte S_1 und S_2

- a) durch grafische Lösung,
 b) mit Hilfe der Vektorrechnung.

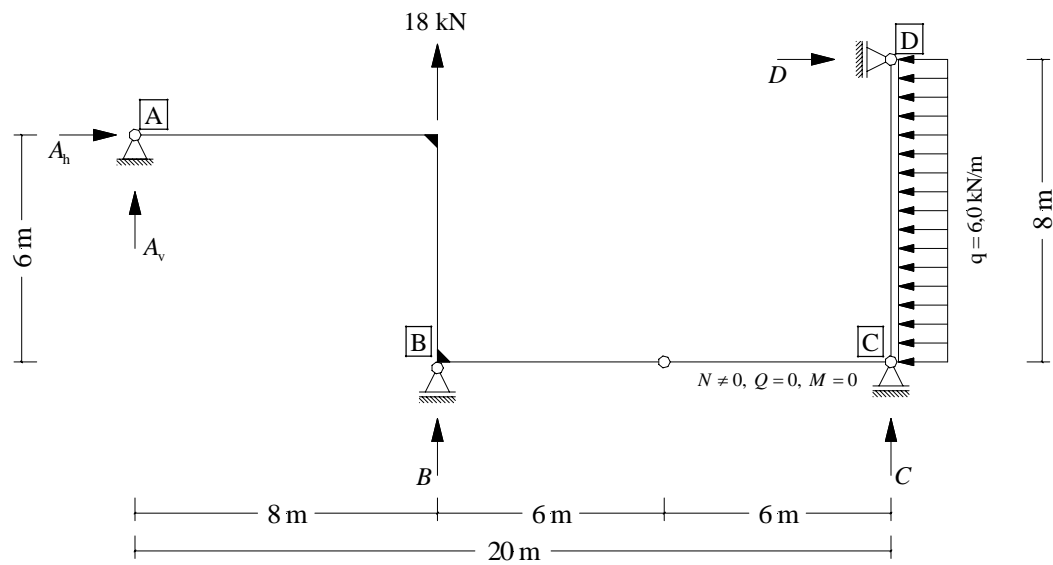


1 kN

Aufgabe 2 (25 Punkte)

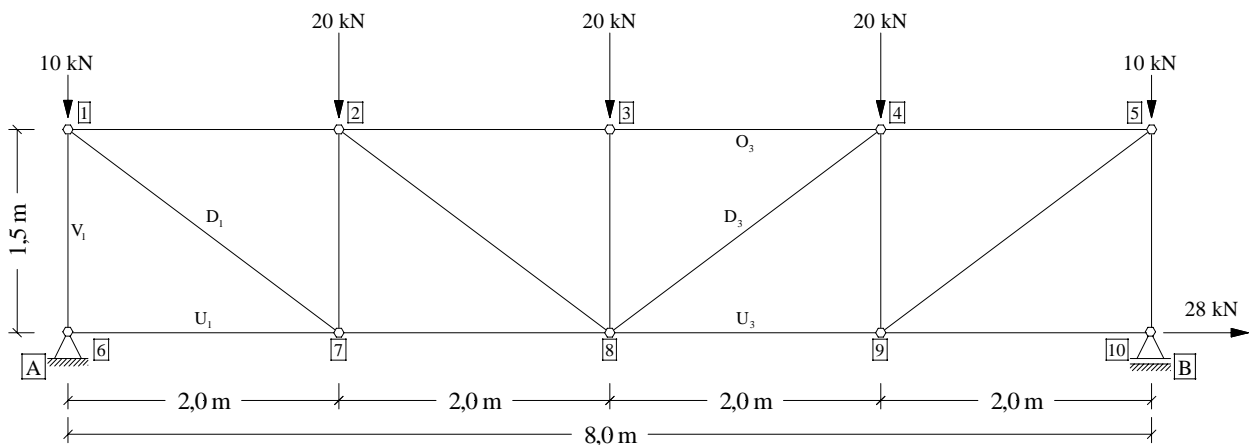
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

V_1, D_1, U_1 und O_3, D_3, U_3

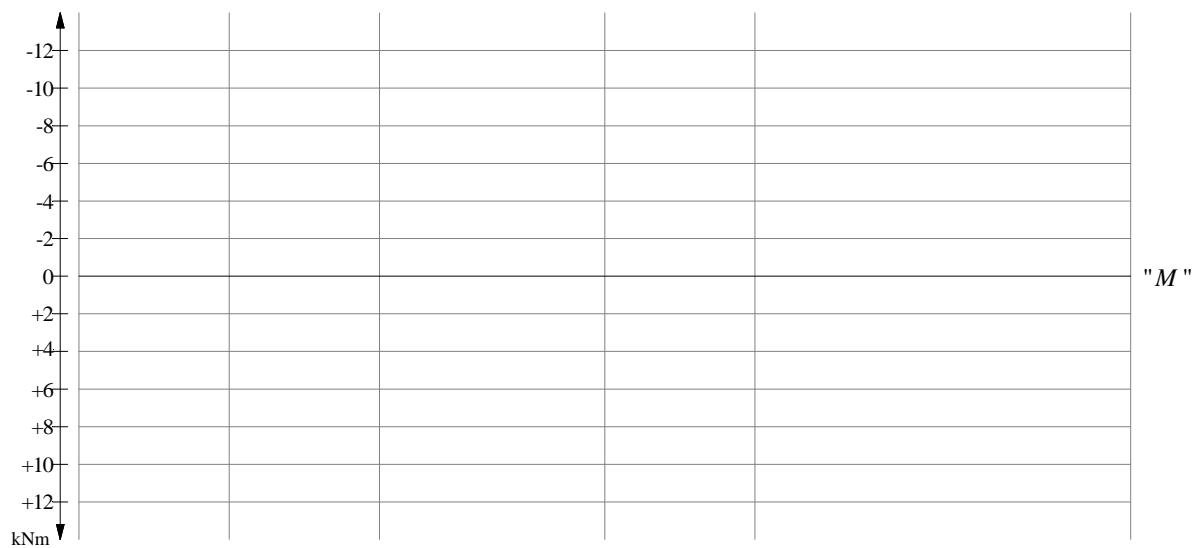
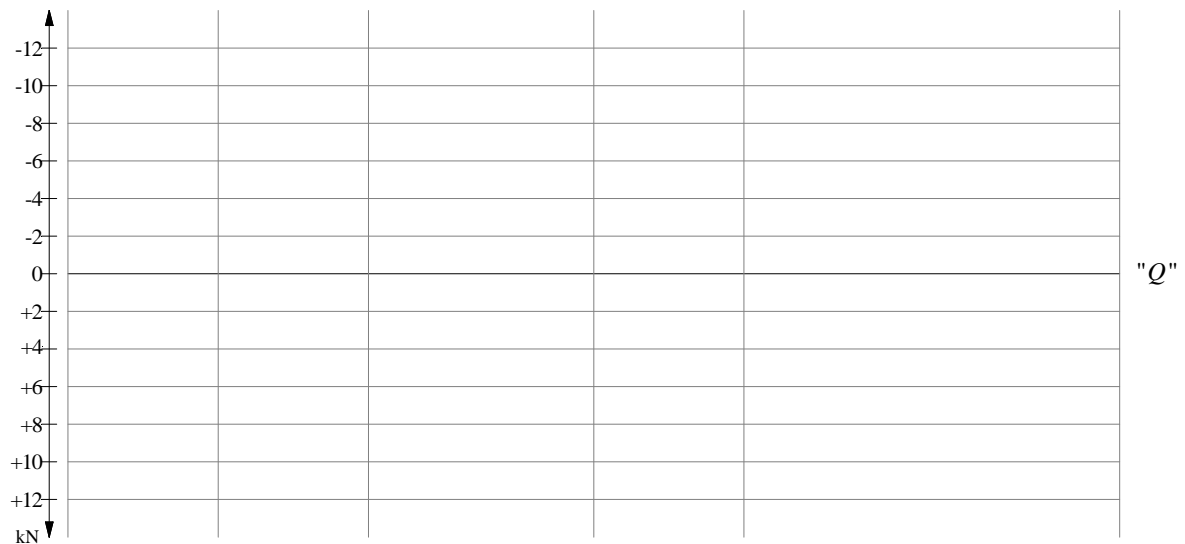
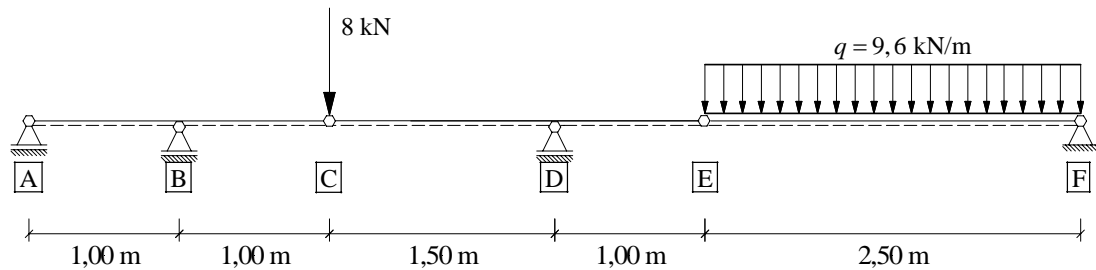


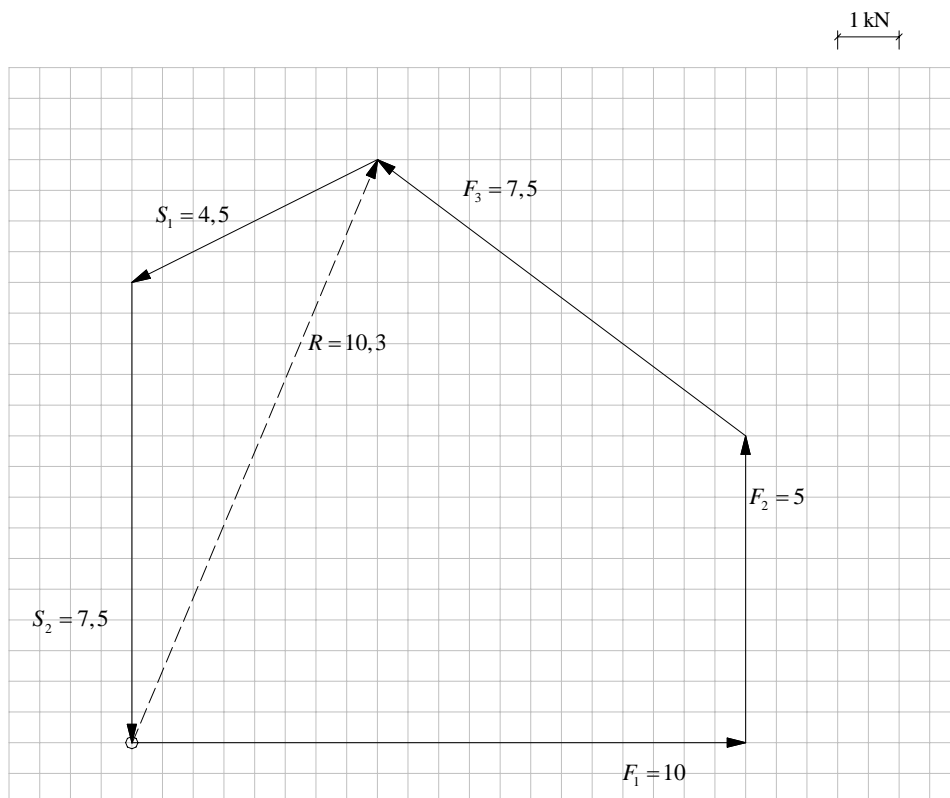
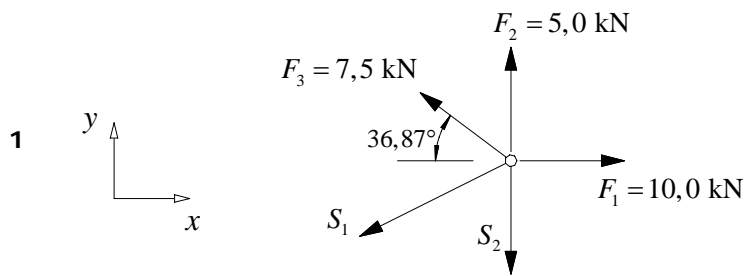
Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.



Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 16. 7. 2007
Aufgabe 1 $\sum 25$
1 F_1 1 F_2 1 F_3 2 $R = 10,3 \text{ kN}$ 2 $S_1 = +4,5 \text{ kN}$ 2 $S_2 = +7,5 \text{ kN}$

b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -7,5 \cdot \cos 36,87^\circ \\ +7,5 \cdot \sin 36,87^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ +4,5 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +10 + 0 - 6 \\ 0 + 5 + 4,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ +9,5 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{4^2 + 9,5^2} = 10,3 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren \underline{A} ; \underline{B} in Richtung der Stabkräfte \underline{S}_1 ; \underline{S}_2 :

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ +9,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -9,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

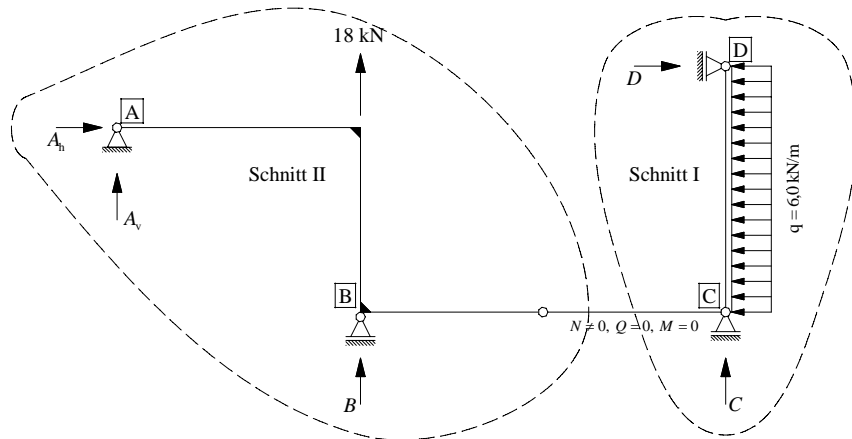
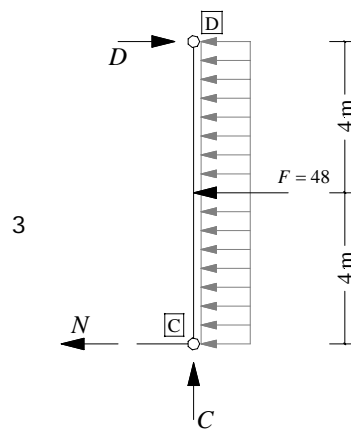
$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-4) \cdot (-1) - (-2) \cdot 0 = +4$$

$$4 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{0 \cdot (-9,5) - (-1) \cdot (-4)}{4} = +1$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-4) \cdot (-9,5) - (-2) \cdot (-4)}{4} = +7,5$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +1 \cdot \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = \sqrt{4^2 + 2^2} = +4,47 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +7,5 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = -|\underline{S}_2| = +7,5 \cdot \sqrt{1^2} = +7,5 \text{ kN (Zug)}$$

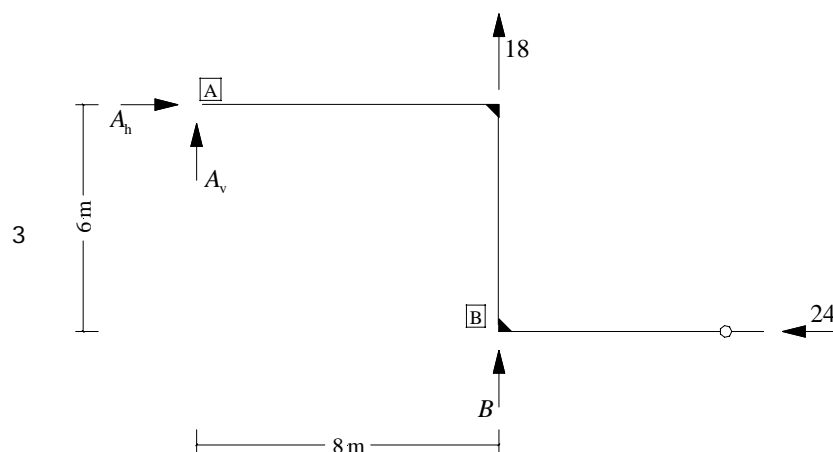
Aufgabe 2 $\Sigma 25$ **Schnitt I**Äquivalente Einzellast zu q 

$$2 \quad F = 6,0 \cdot 8 = 48 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 : \rightarrow C = 0$$

$$3 \quad \sum M^{(C)} = 0 : -D \cdot 8 + 48 \cdot 4 = 0 \rightarrow D = +24 \text{ kN}$$

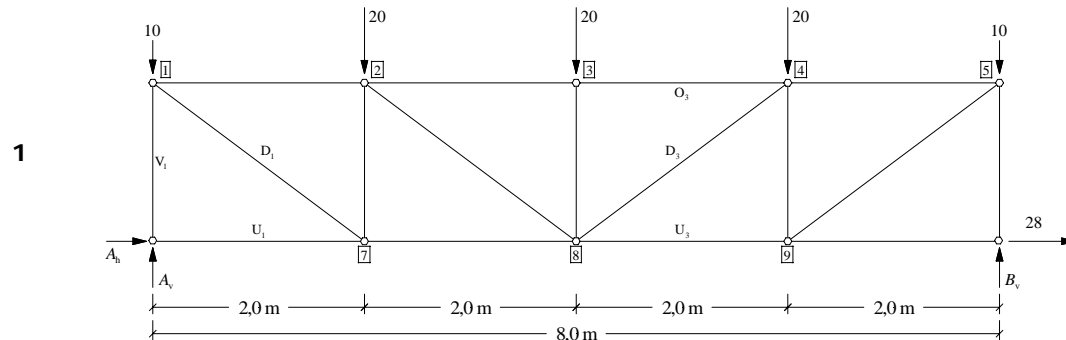
$$3 \quad \sum H = 0 : +D - N - 48 = 0 \rightarrow N = -24 \text{ kN (Druck)}$$

Schnitt II

$$2 \quad \sum H = 0 : \rightarrow A_h = +24 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum M^{(B)} = 0 : -A_h \cdot 6 - A_v \cdot 8 = 0 \rightarrow A_v = -A_h \cdot \frac{6}{8} = -18$$

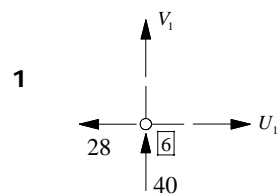
$$3 \quad \sum V = 0 : \rightarrow -A_v - 18 - B = 0 \rightarrow B = 0$$

Aufgabe 3 $\Sigma 25$ **Auflagerkräfte**

1	$\sum H = 0 \rightarrow$	$A_h = -28$
1	$\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8,0 + 10 \cdot 8,0 + 20 \cdot (6,0 + 4,0 + 2,0) = 0 \rightarrow$	$A_v = +40 \text{ kN}$
1	$\sum V = 0 \rightarrow$	$B_v = +40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei **6**

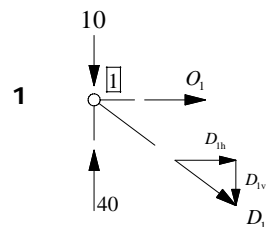
1	$\sum V = 0:$	$V_1 = -40 \text{ kN}$
----------	---------------	------------------------



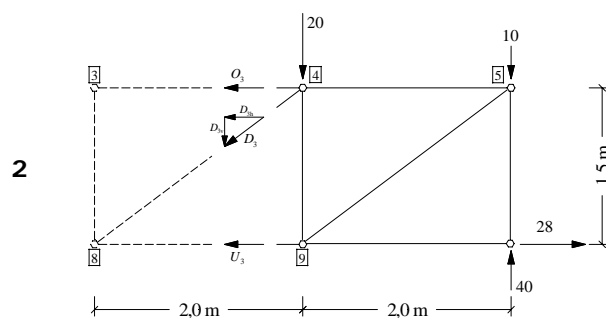
1	$\sum H = 0:$	$U_1 = +28 \text{ kN}$
----------	---------------	------------------------

Knotenschnitt bei **1**

2	$\sum V = 0: +10 - 40 + D_{1v} = 0$	$D_{1v} = +30 \text{ kN}$
2	$\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{1h} = \frac{2 \cdot D_{1v}}{1,5}$	$D_{1h} = +40 \text{ kN}$

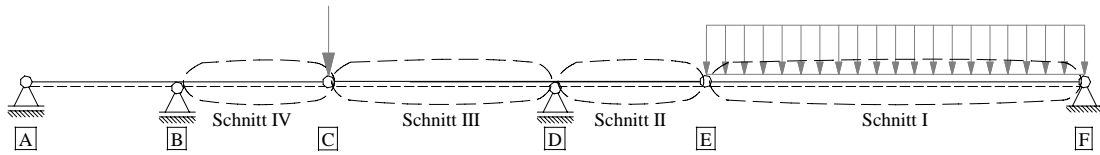


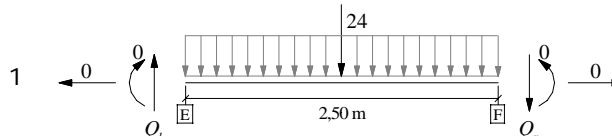
2	$D_1 = +\sqrt{D_{1v}^2 + D_{1h}^2} = +\sqrt{30^2 + 40^2}$	$D_1 = +50 \text{ kN}$
----------	---	------------------------



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

2	$\sum M^{(8)} = 0: +O_3 \cdot 1,5 - 20 \cdot 2,0 - 10 \cdot 4,0 + 40 \cdot 4,0 = 0$	$O_3 = -53,33 \text{ kN}$
2	$\sum M^{(4)} = 0: -U_3 \cdot 1,5 - 10 \cdot 2,0 + 40 \cdot 2,0 + 28 \cdot 1,5 = 0$	$U_3 = +68 \text{ kN}$
2	$\sum V = 0: +D_{3v} + 20 + 10 - 40 = 0$	$D_{3v} = +10 \text{ kN}$
2	$\frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{3h} = \frac{2 \cdot D_{3v}}{1,5}$	$D_{3h} = +13,33 \text{ kN}$
1	$D_3 = +\sqrt{D_{3v}^2 + D_{3h}^2} = +\sqrt{10^2 + 13,33^2}$	$D_3 = +16,67 \text{ kN}$

Aufgabe 4 $\Sigma 25$ **Schnitt I**



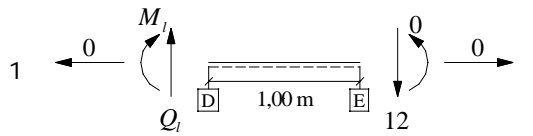
$$\sum M^{(F)} = 0:$$

$$-Q_l \cdot 2,5 + 24 \cdot \frac{2,5}{2} = 0 \rightarrow Q_l = +12,0 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: Q_r = -Q_l = -12,0 \text{ kN}$$

$$M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = +7,5 \text{ kNm}$$

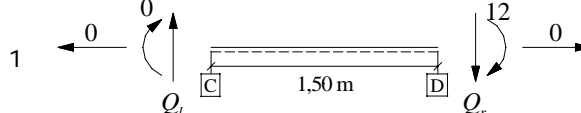
Schnitt II



$$\sum V = 0: \rightarrow Q_l = +12 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(D)} = 0: -M_l - 12 \cdot 1,0 = 0 \rightarrow M_l = -12 \text{ kNm}$$

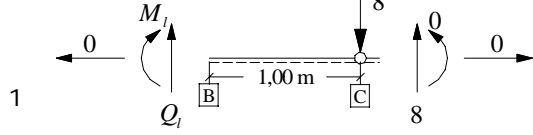
Schnitt III



$$\sum M^{(D)} = 0: -Q_l \cdot 1,5 - 12 = 0 \rightarrow Q_l = -8 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: \rightarrow Q_r = -8 \text{ kN}$$

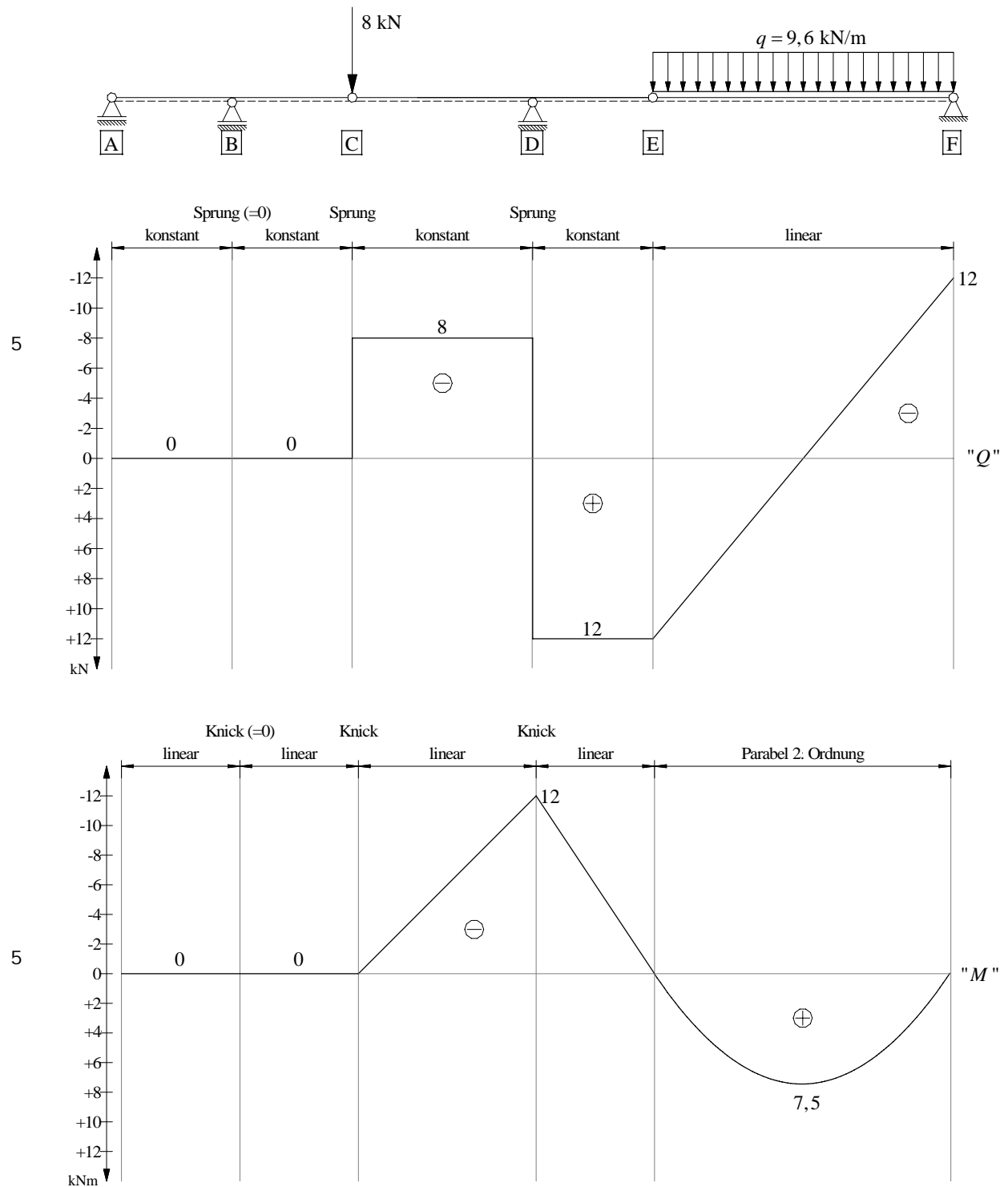
Schnitt IV



$$\sum V = 0: \rightarrow Q_l = 0$$

$$\sum M^{(B)} = 0: \rightarrow M_l = 0$$

2 Abschnitt A-B unbelastet



Prüfung Technische Mechanik I vom 11. 2. 2008

Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

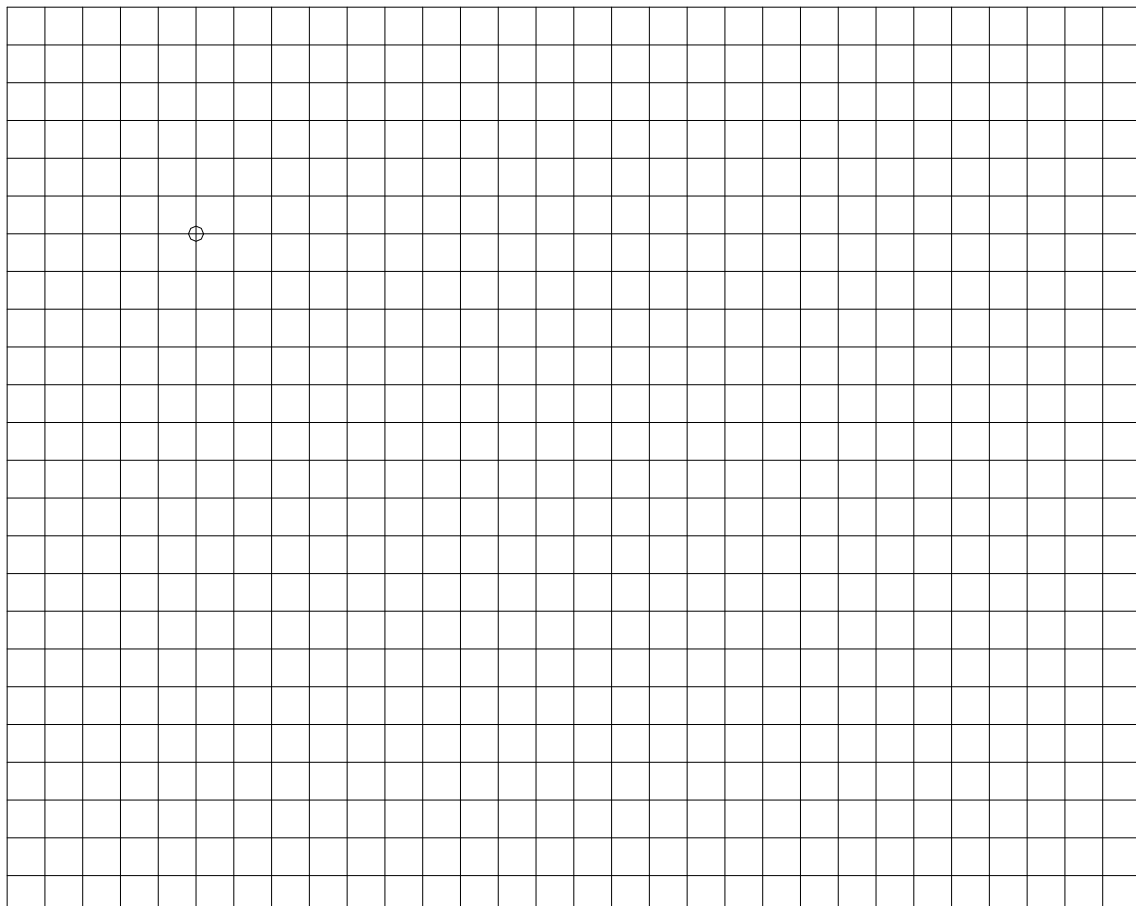
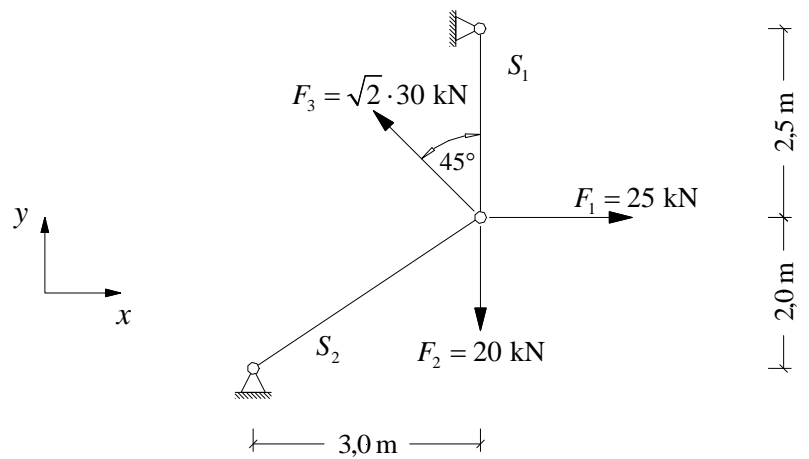
Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					/100

Aufgabe 1 (25 Punkte)

Am Schnittpunkt von zwei Stäben greifen drei Kräfte F_1 , F_2 und F_3 an. Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und bestimmen sie die Stabkräfte S_1 und S_2

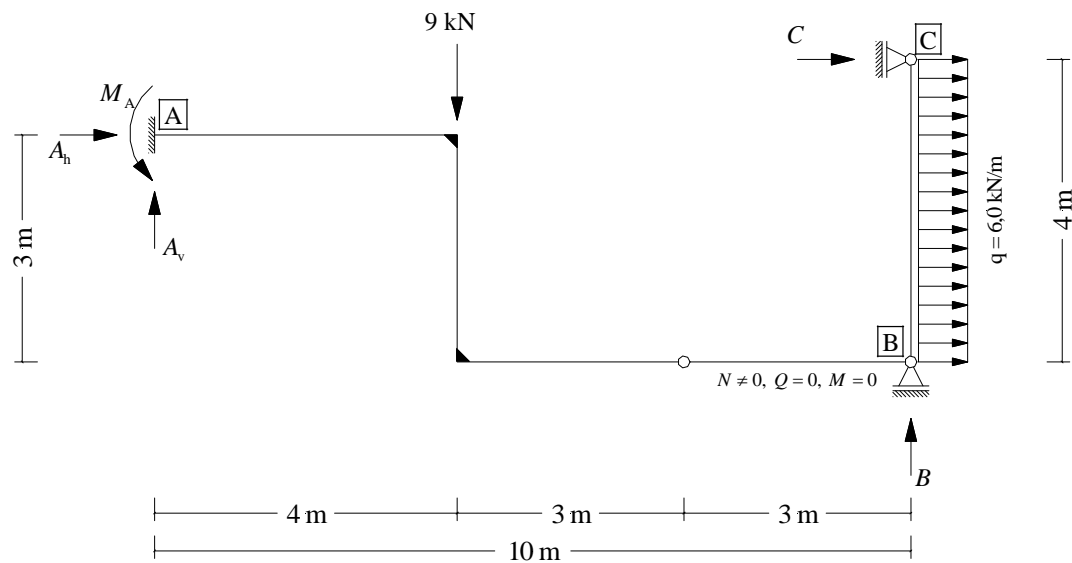
a) durch grafische Lösung,

b) mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (25 Punkte)

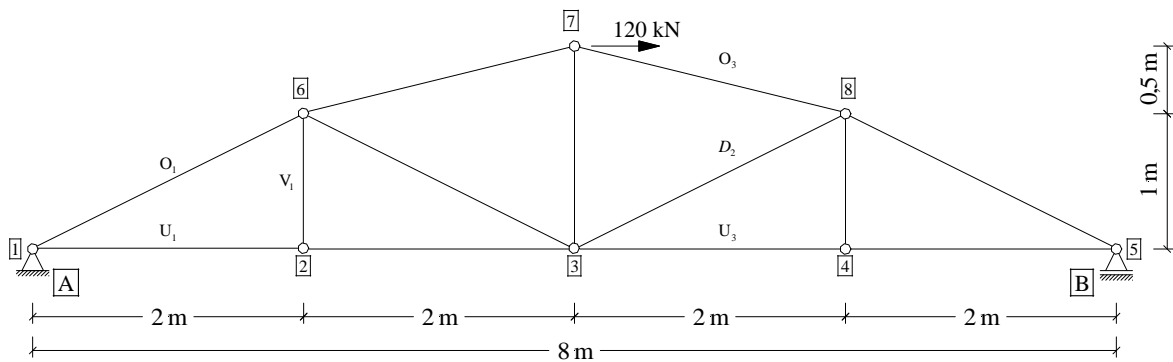
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 3 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

O_1, U_1, V_1 und O_3, D_2, U_3

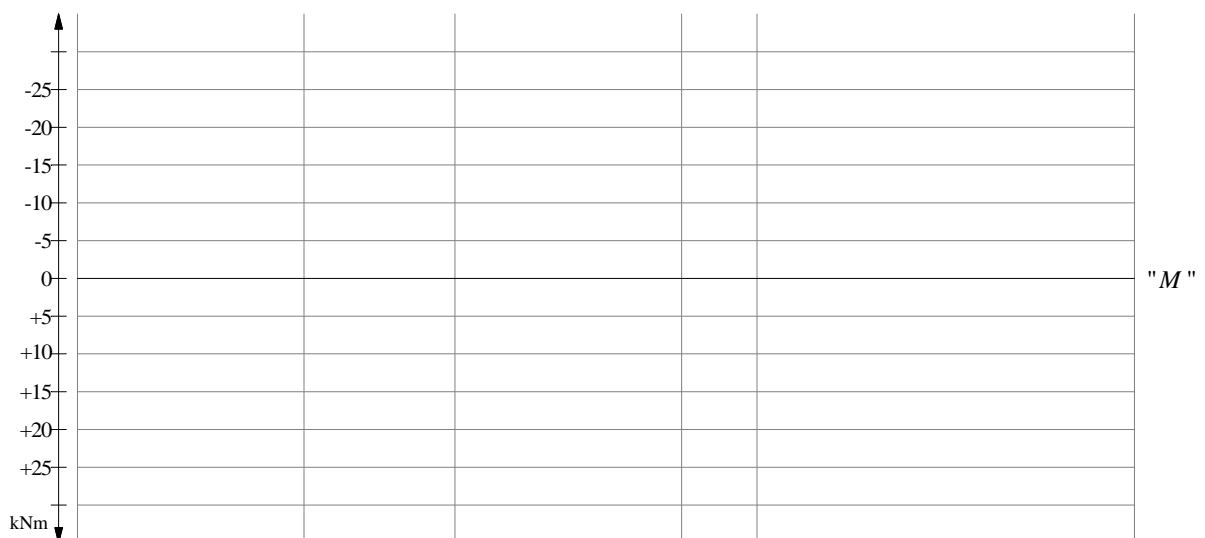
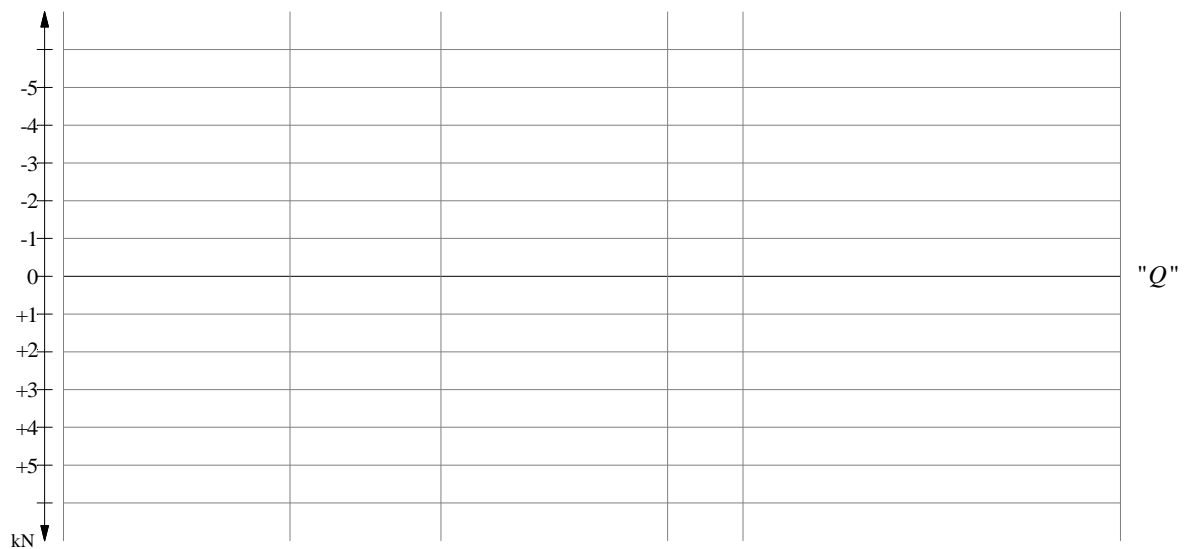
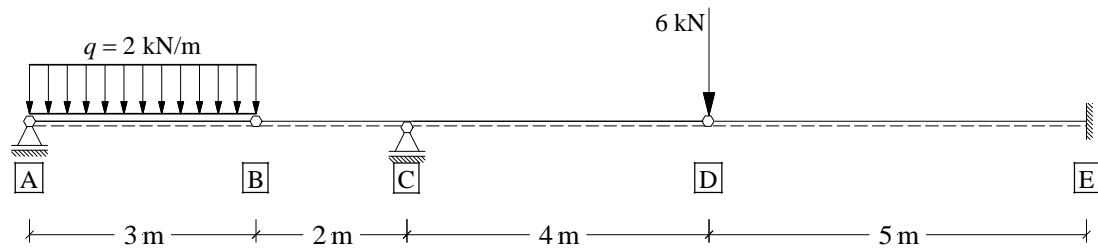


Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

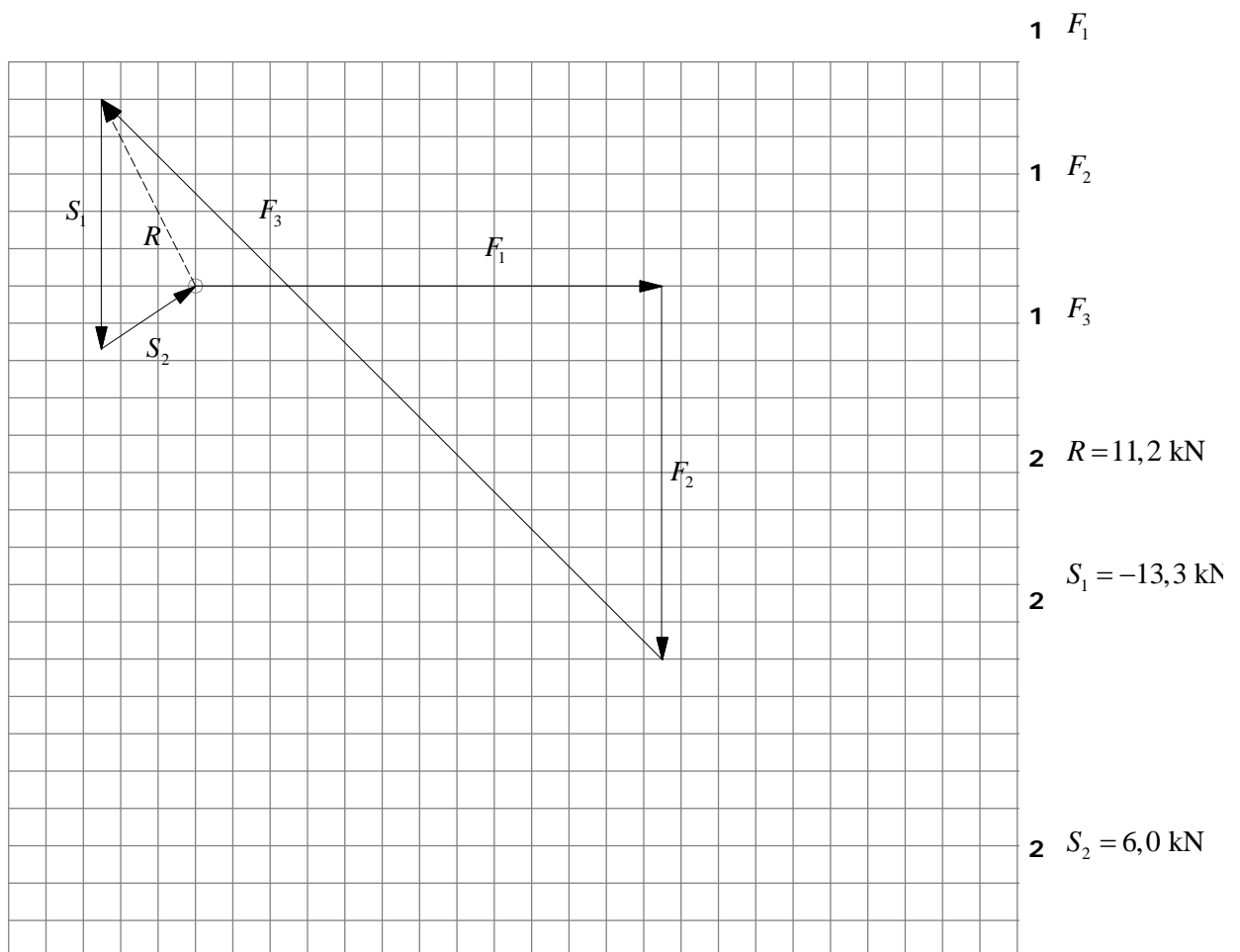
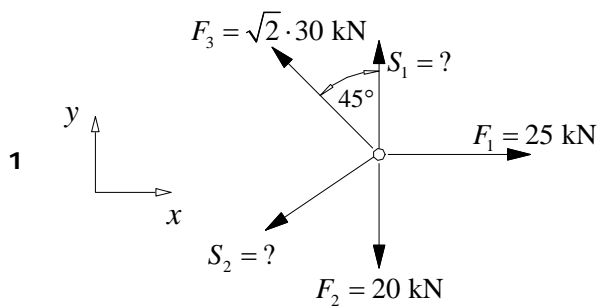
Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.



Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 11. 2. 2008

Aufgabe 1 $\sum 25$



b) mit Hilfe der Vektorrechnung

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +25 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -20 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -30 \\ +30 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +25 + 0 - 30 \\ 0 - 20 + 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ +10 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{5^2 + 10^2} = 11,18 \text{ kN}$$

Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ in Richtung der Stabkräfte $\underline{S}_1; \underline{S}_2$:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ +10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +5 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Lösung:

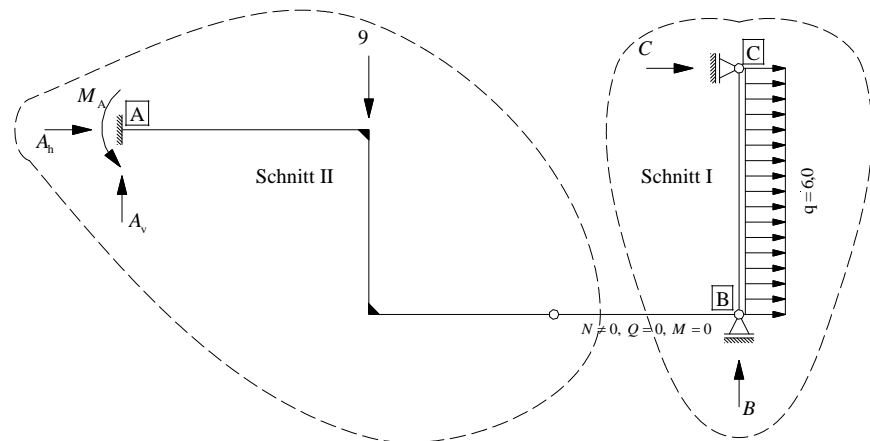
$$4 \quad 0 \cdot a - 3 \cdot b = +5 \rightarrow b = \frac{-5}{3} = -1,667$$

$$1 \cdot a - 2 \cdot \frac{-5}{3} = +6 \rightarrow a + \frac{10}{3} = -10 \rightarrow a = -\frac{30}{3} - \frac{10}{3} = -\frac{40}{3} = -13,333$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -13,333 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -13,333 \text{ kN (Druck)}$$

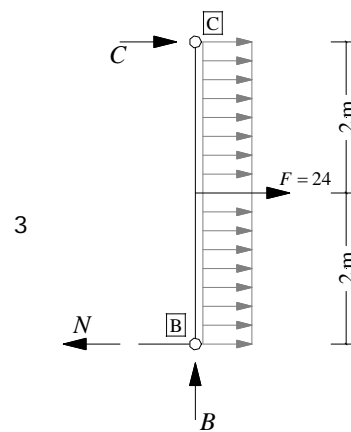
$$1 \quad \underline{S}_2 = -1,667 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = |\underline{S}_2| = -1,667 \cdot \sqrt{3^2 + 2^2} = -6,009 \text{ kN (Druck)}$$

Aufgabe 2 $\Sigma 25$



Schnitt I

Äquivalente Einzellast zu q



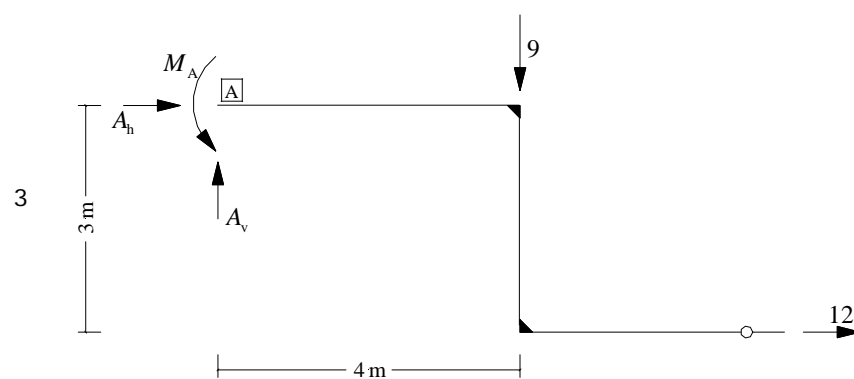
2 $F = 6,0 \cdot 4 = 24 \text{ kN}$

3 $\sum V = 0: \rightarrow B = 0$

3 $\sum M^{(B)} = 0: -C \cdot 4 + 24 \cdot 2 = 0 \rightarrow C = -12 \text{ kN}$

3 $\sum H = 0: \underset{-12}{+C} - N + 24 = 0 \rightarrow N = +12 \text{ kN (Zug)}$

Schnitt II



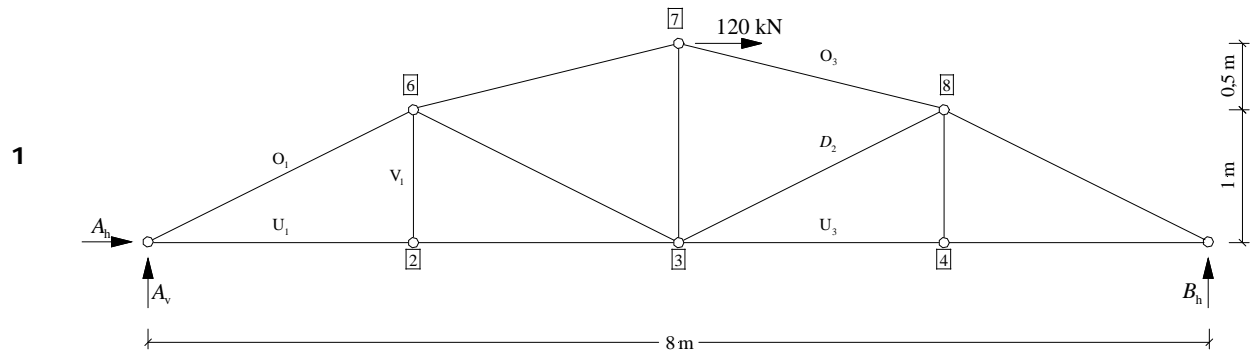
2 $\sum H = 0: \rightarrow A_h = -12 \text{ kN}$

3 $\sum V = 0: \rightarrow A_v = +9$

3 $\sum M^{(A)} = 0: +M_A - 9 \cdot 4 + 12 \cdot 3 = 0 \rightarrow M_A = 0$

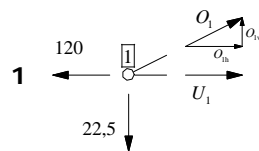
Aufgabe 3 $\Sigma 25$

Auflagerkräfte



1	$\sum H = 0 \rightarrow$	$A_h = -120$
1	$\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8,0 - 120 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow$	$A_v = -22,5 \text{ kN}$
1	$\sum V = 0 \rightarrow$	$B_v = +22,5 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei **1**



2	$\sum V = 0:$	$O_{1v} = +22,5 \text{ kN}$
---	---------------	-----------------------------

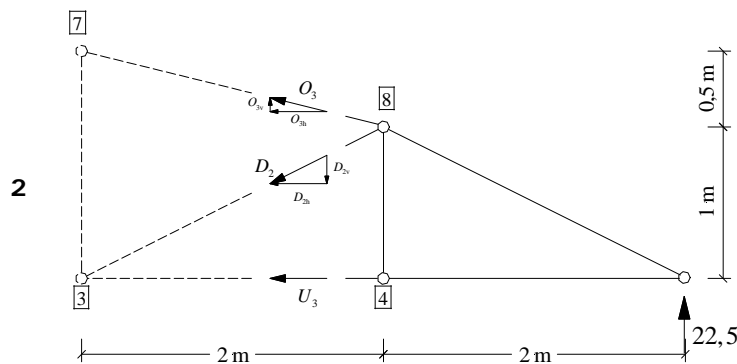
1	$\frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{2,0}{1,0} \rightarrow O_{1h} = 2 \cdot O_{1v}$	$O_{1h} = +45 \text{ kN}$
---	---	---------------------------

1	$O_1 = +\sqrt{(22,5)^2 + (45)^2}$	$O_1 = +50,31 \text{ kN}$
---	-----------------------------------	---------------------------

2	$\sum H = 0: -120 + O_{1h} + U_1 = 0$	$U_1 = +75 \text{ kN}$
---	---------------------------------------	------------------------

Knotenschnitt bei **2**

2	$V_1 = 0$
---	-----------



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägersseite

2	$\sum M^{(8)} = 0: -U_3 \cdot 1,0 + 22,5 \cdot 2,0 = 0$	$U_3 = +45 \text{ kN}$
---	---	------------------------

2	$\sum M^{(3)} = 0: +O_{3h} \cdot 1,5 + 22,5 \cdot 4,0 = 0$	$O_{3h} = -60 \text{ kN}$
---	--	---------------------------

1	$\frac{O_{3v}}{O_{3h}} = \frac{0,5}{2,0} \rightarrow O_{3v} = 0,25 \cdot O_{3h}$	$O_{3v} = -15 \text{ kN}$
---	--	---------------------------

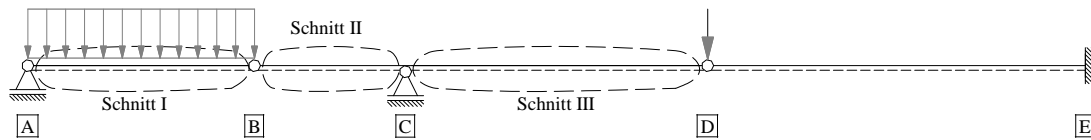
1	$O_3 = -\sqrt{O_{3v}^2 + O_{3h}^2} = -\sqrt{15^2 + 60^2} = -61,85$	$O_3 = -61,85 \text{ kN}$
---	--	---------------------------

2	$\sum H = 0: -O_{3h} - D_{2h} - U_3 = 0 \rightarrow +60 - D_{2h} - 45 = 0$	$D_{2h} = +15 \text{ kN}$
---	--	---------------------------

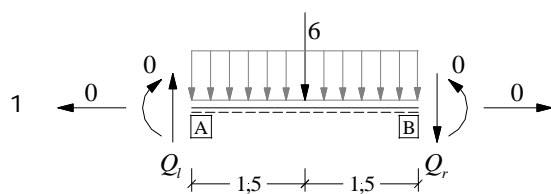
1	$\frac{D_{2v}}{D_{2h}} = \frac{1,0}{2,0} \rightarrow D_{2v} = 0,5 \cdot D_{2h}$	$D_{2v} = +7,5 \text{ kN}$
---	---	----------------------------

1	$D_2 = +\sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} = +\sqrt{7,5^2 + 15^2} = +16,77$	$D_2 = +16,77 \text{ kN}$
---	---	---------------------------

Aufgabe 4 $\sum 25$



Schnitt I

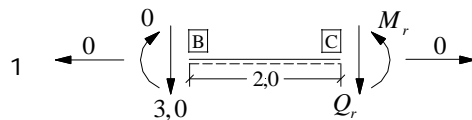


$$2 \quad \sum M^{(B)} = 0: -Q_l \cdot 3 + 6 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow Q_l = +3,0 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 6 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -3,0 \text{ kN}$$

$$2 \quad M_{\text{Mitte}} = \frac{q \cdot l^2}{8} = \frac{2 \cdot 3^2}{8} = +2,25 \text{ kNm}$$

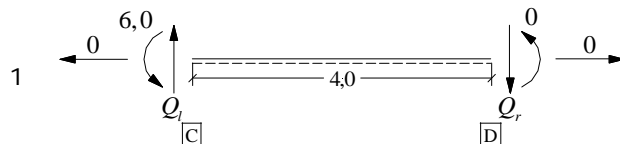
Schnitt II



$$1 \quad \sum V = 0: \rightarrow Q_r = -3 \text{ kN}$$

$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: +M_r + 3,0 \cdot 2,0 = 0 \rightarrow M_r = -6,0 \text{ kNm}$$

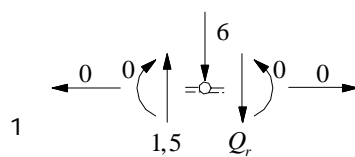
Schnitt III



$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: -Q_r \cdot 4 + 6,0 = 0 \rightarrow Q_r = +1,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} \rightarrow Q_l = Q_r = +1,5 \text{ kN}$$

Schnitt um Punkt D



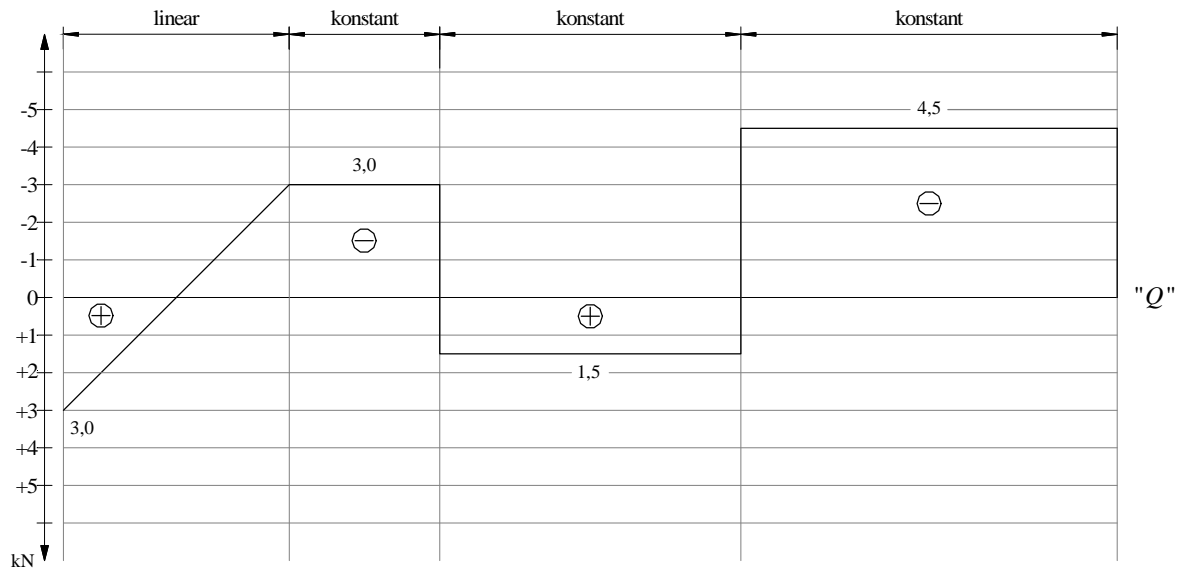
$$1 \quad \sum V = 0: -1,5 + 6 - Q_l = 0 \rightarrow Q_l = -4,5$$

$$1 \quad \text{Abschnitt D - E: } q(x) = 0$$

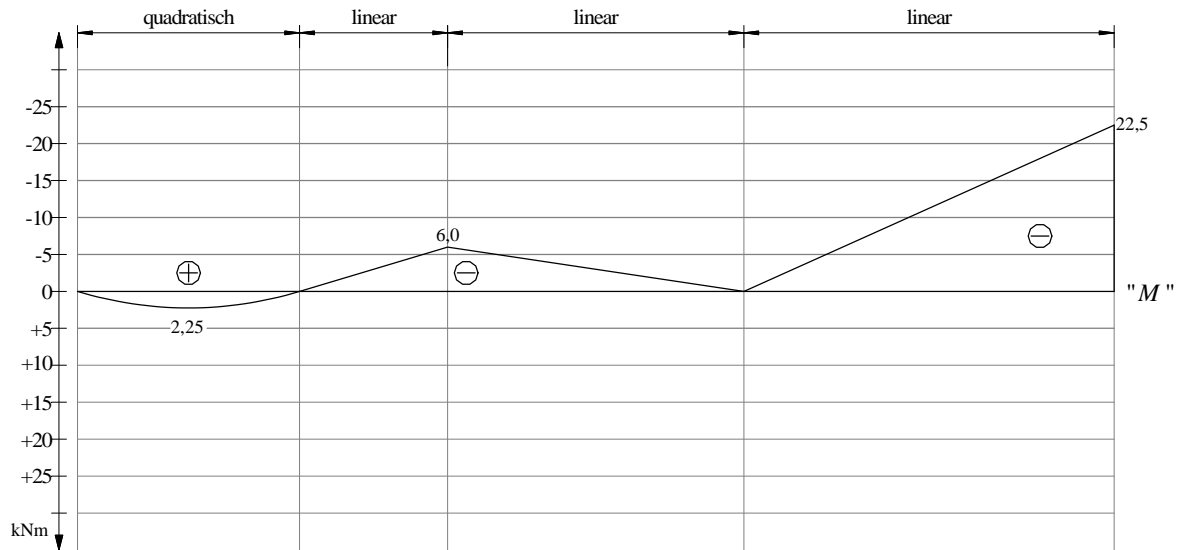
$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} = -4,5 \text{ kN}$$

$$1 \quad M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = 0 + -4,5 \cdot 5 = -22,5 \text{ kNm}$$

4



4



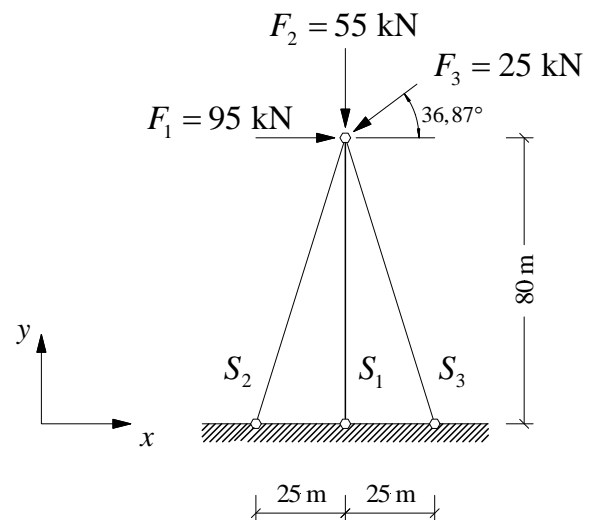
Prüfung Technische Mechanik I vom 8. 7. 2008

Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

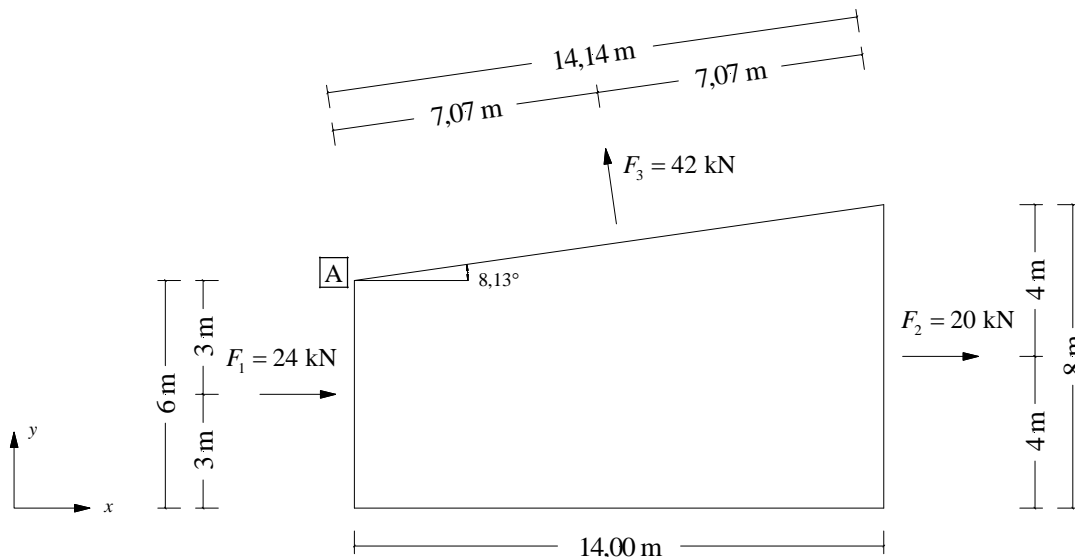
Aufgabe 1 (15 Punkte)

Am oberen Ende eines senkrechten Masts greifen drei Kräfte an. Der Mast ist durch zwei Seile gehalten. Berechnen Sie die Kräfte S_1 , S_2 und S_3 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

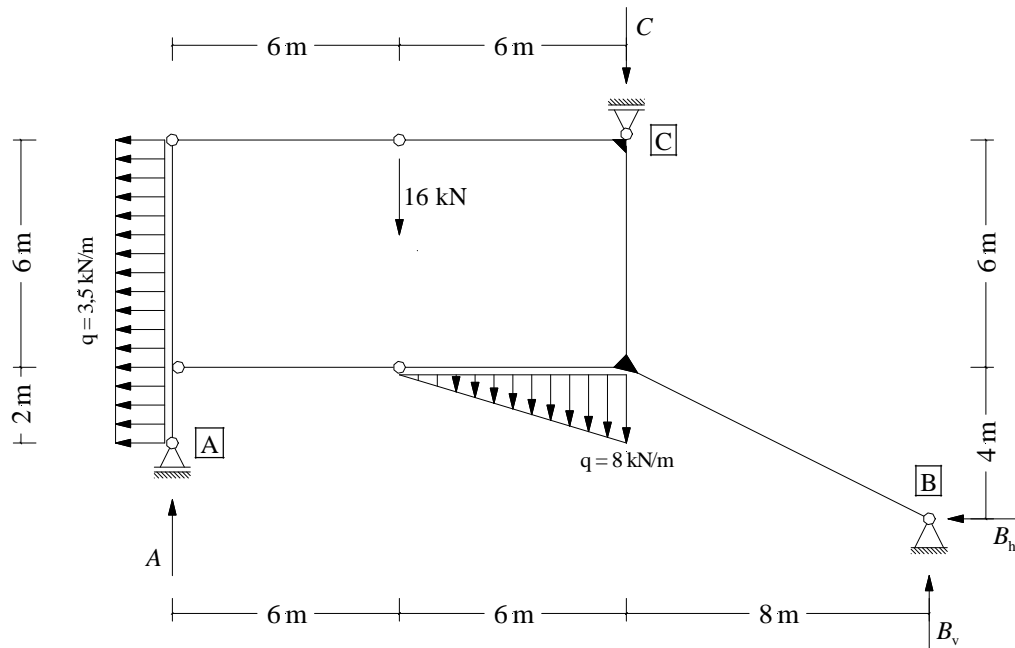


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

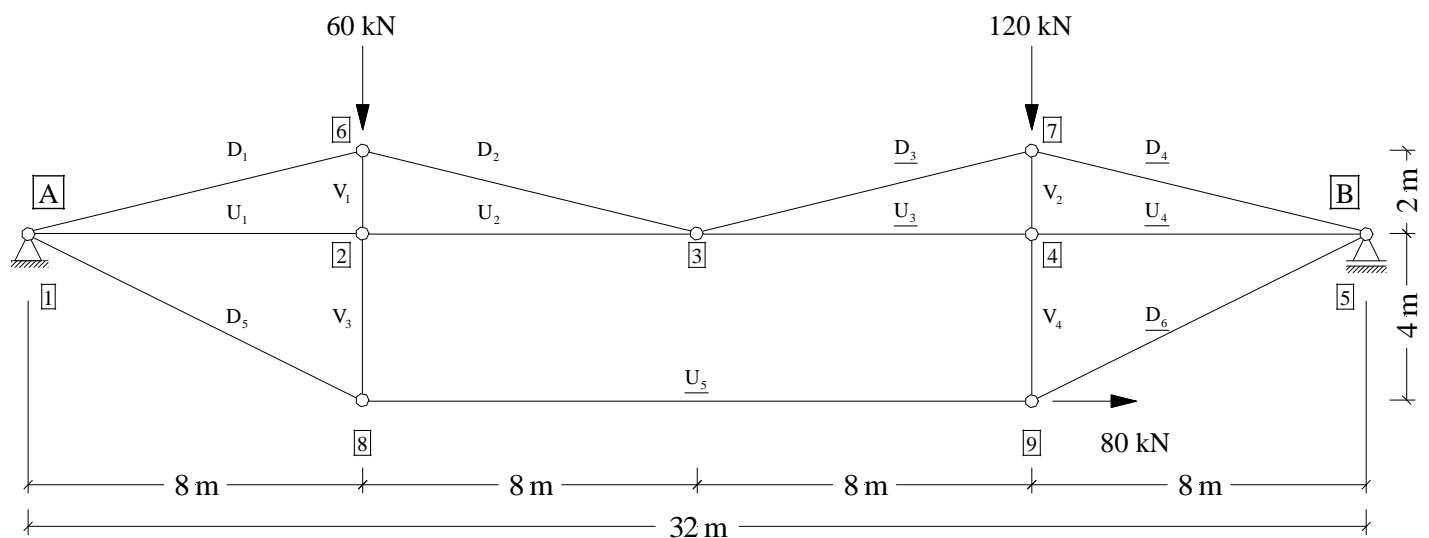
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

D_3, U_3, U_5 und D_4, U_4, D_6

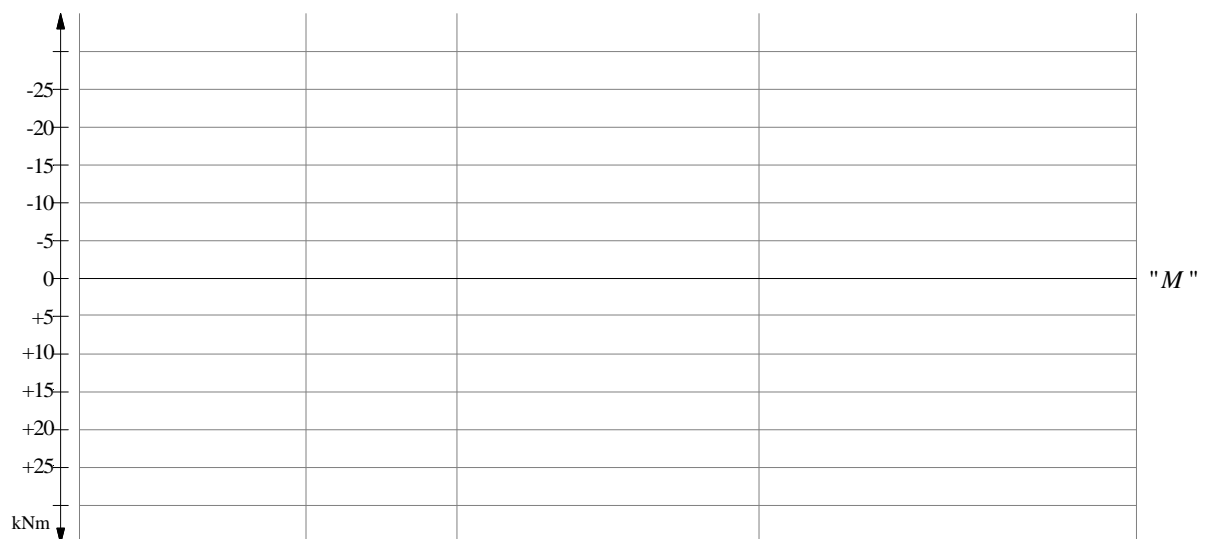
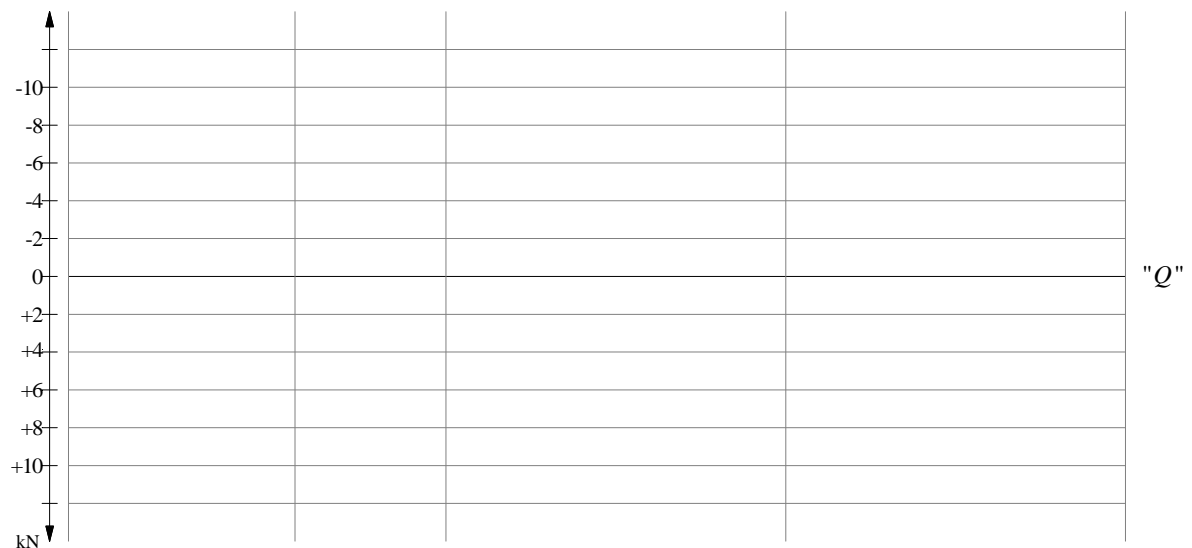
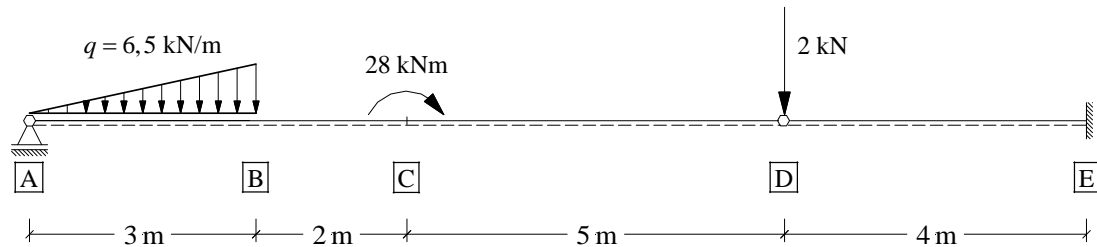


Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System. Berechnen Sie für den Abschnitt $\boxed{\text{A}}$ - $\boxed{\text{B}}$ die Nullstelle der Querkraft sowie dort den Wert des Momentes.

Die Normalkräfte sind im gesamten System Null.

Hinweis: die Anwendung der eingezeichneten Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.



Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 8. 7. 2008

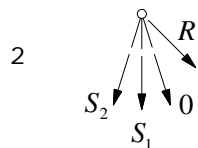
Aufgabe 1 $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +95 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -55 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -25 \cdot \cos 36,87^\circ \\ -25 \cdot \sin 36,87^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ -15 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +95 + 0 - 20 \\ 0 - 55 - 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +75 \\ -70 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{75^2 + 70^2} = 102,59 \text{ kN}$$

Die Resultierende zeigt nach rechts \rightarrow Seilkraft $S_3 = 0$



Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ in Richtung der Kräfte $\underline{S}_1; \underline{S}_2$:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +75 \\ -70 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -75 \\ +70 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$2 \quad 0 \cdot a - 25 \cdot b = -75 \rightarrow b = +3$$

$$-1 \cdot a - 80 \cdot \underset{+3}{b} = +70 \rightarrow a + 240 = -70 \rightarrow a = -310$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -310 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = |\underline{S}_1| = -310 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +3 \cdot \begin{bmatrix} -25 \\ -80 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = +|\underline{S}_2| = +3 \cdot \sqrt{25^2 + 80^2} = +251,45 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\Sigma 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +24 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +20 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -42 \cdot \sin 8,13^\circ \\ +42 \cdot \cos 8,13^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5,94 \\ +41,58 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +24 + 20 - 5,94 \\ 0 + 0 + 41,58 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +38,06 \\ +41,58 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{38,06^2 + 41,58^2} = 56,37 \text{ kN}$$

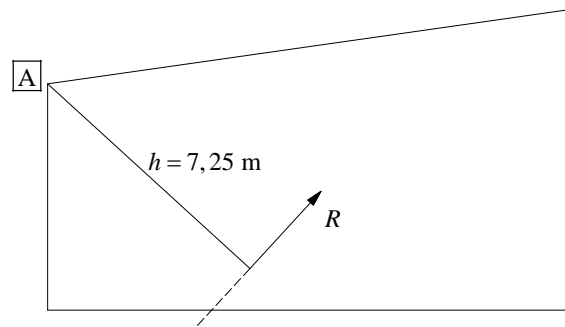
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{41,58}{38,06} = 1,092 \rightarrow \alpha = 47,5^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt \boxed{A}

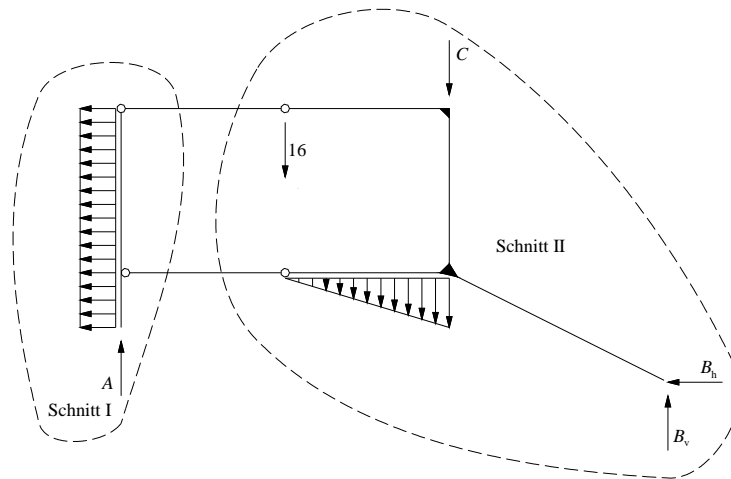
$$3 \quad M_R^{(A)} = +24 \cdot 3,0 + 20 \cdot 2,0 + 42 \cdot 7,07 = +408,94 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt \boxed{A}

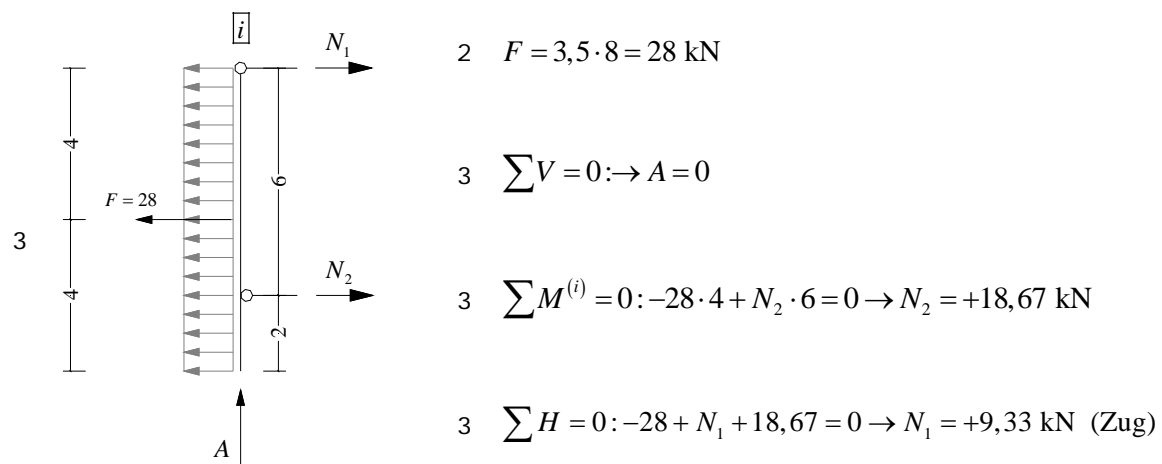
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{408,94}{56,37} = 7,25 \text{ m}$$



Aufgabe 3 $\Sigma 25$

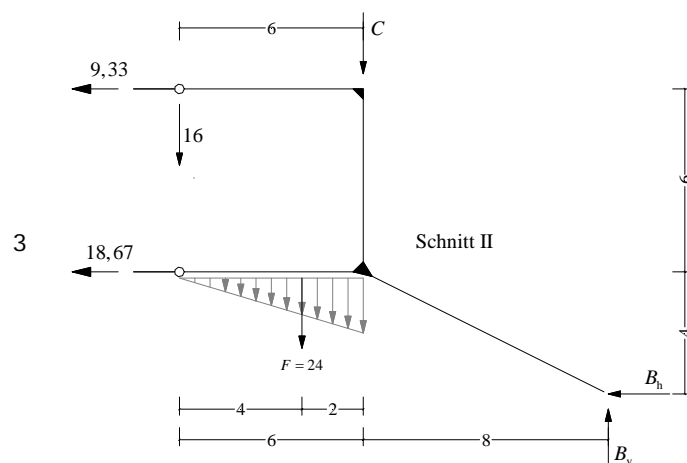


Schnitt I

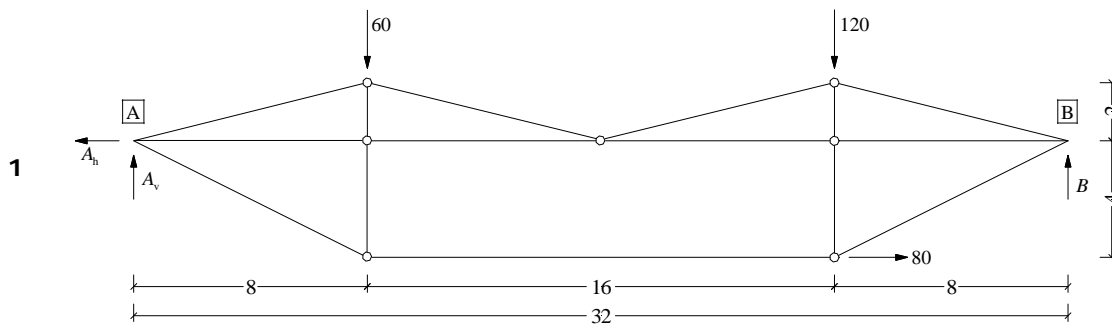


3 Gesamtsystem: $\sum H = 0: -28 - B_h = 0 \rightarrow B_h = -28 \text{ kN}$

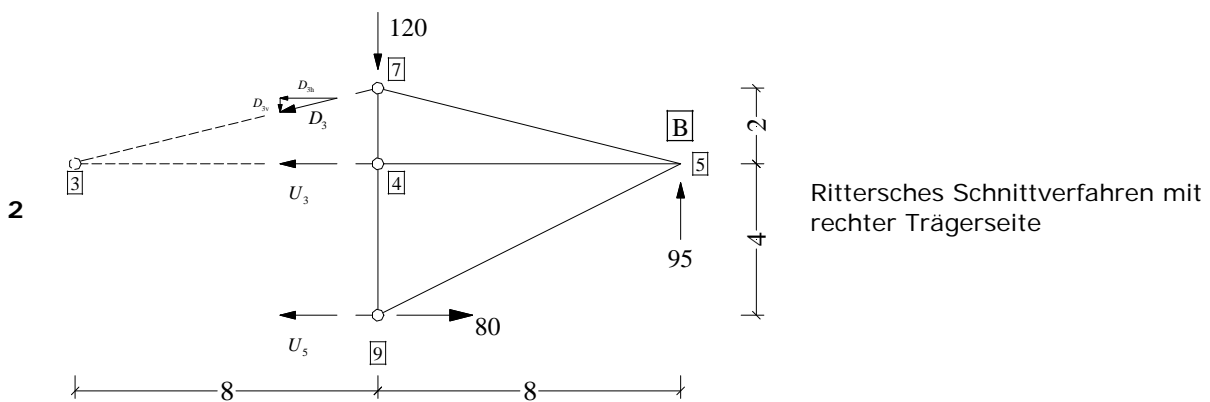
Schnitt II



Aufgabe 4 $\Sigma 25$



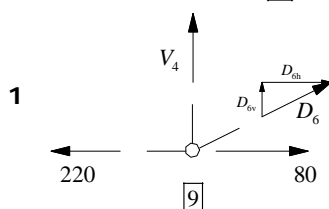
$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &: \rightarrow & A_h &= +80 \\
 1 \quad \sum M^{(B)} = 0 &: -A_v \cdot 32 + 60 \cdot 24 + 120 \cdot 8 + 80 \cdot 4 = 0 \rightarrow & A_v &= +85 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0 &: \rightarrow & B_v &= +95 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum M^{(3)} = 0 &: -U_5 \cdot 4 - 120 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 95 \cdot 16 = 0 & U_5 &= +220 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum M^{(7)} = 0 &: -U_3 \cdot 2 - 220 \cdot 6 + 80 \cdot 6 + 95 \cdot 8 = 0 & U_3 &= -40 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum H = 0 &: -D_{3h} + 40 - 220 + 80 = 0 \rightarrow & D_{3h} &= -100 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{3v}}{D_{3h}} = \frac{2,0}{8,0} &\rightarrow D_{3v} = 0,25 \cdot D_{3h} & D_{3v} &= -25 \text{ kN} \\
 2 \quad D_3 &= -\sqrt{100^2 + 25^2} = -103,08 \text{ kN} & D_3 &= -103,08 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

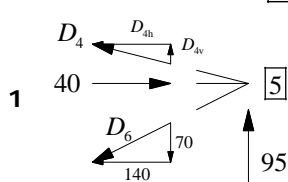
$$1 \quad U_4 = U_3 = -40 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei [9]



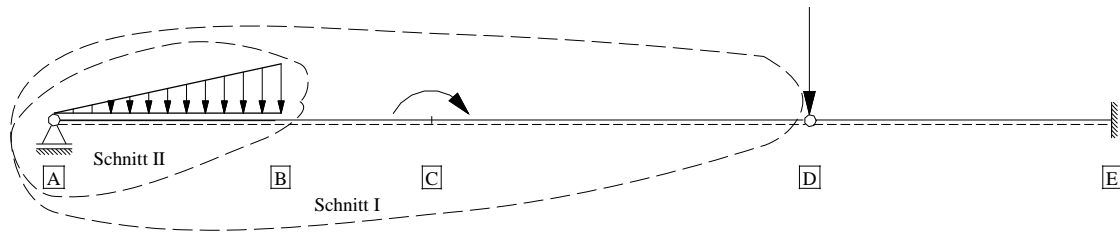
$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &: -220 + 80 + D_{6h} = 0 \rightarrow & D_{6h} &= +140 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} &\rightarrow D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h} & D_{6v} &= +70 \text{ kN} \\
 2 \quad D_6 &= +\sqrt{140^2 + 70^2} = +156,52 \text{ kN} & D_6 &= +156,52 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Knotenschnitt bei [5]

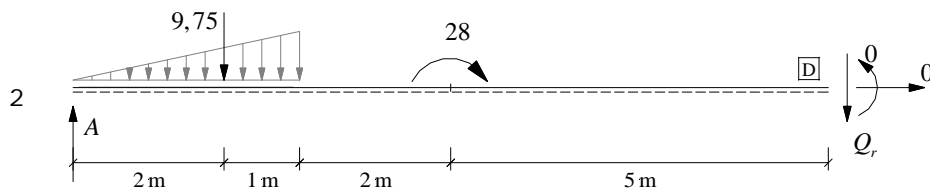


$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &: -D_{4h} + 40 - 140 = 0 \rightarrow & D_{4h} &= -100 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0 &: -D_{4v} + 70 - 95 = 0 \rightarrow & D_{4v} &= -25 \text{ kN} \\
 2 \quad D_4 &= -\sqrt{100^2 + 25^2} = -103,08 \text{ kN} & D_4 &= -103,08 \text{ kN} \\
 & \frac{D_{4v}}{D_{4h}} = 0,25 \quad \frac{25}{100} = 0,25 \rightarrow \text{Kontrolle ok}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5 $\Sigma 25$



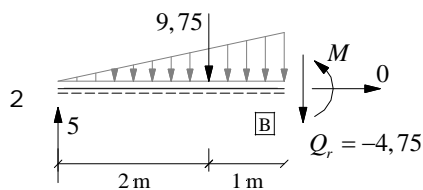
Schnitt I



$$\sum M^{(B)} = 0: -A \cdot 10 + 9,75 \cdot 8 - 28 = 0 \rightarrow A = +5,0 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: -5,0 + 9,75 + Q_r = 0 \rightarrow Q_r = -4,75 \text{ kN}$$

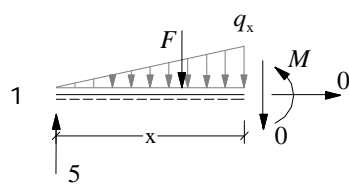
Schnitt II



$$Q_l = +5 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(B)} = 0: -5 \cdot 3 + 9,75 \cdot 1 + M = 0 \rightarrow M = +5,25 \text{ kNm}$$

Nullstelle der Querkraftlinie



$$q_x = \frac{6,5}{3} \cdot x \rightarrow F = 0,5 \cdot \frac{6,5}{3} \cdot x^2 = \frac{6,5}{6} \cdot x^2$$

$$\sum V = 0: \frac{6,5}{6} \cdot x^2 = 5 \rightarrow 2,148$$

$$\sum M = 0: -5 \cdot 2,148 + \frac{6,5}{6} \cdot 2,148^2 \cdot \frac{2,148}{3} + M = 0$$

$$\rightarrow M = +7,16 \text{ kNm}$$

Abschnitt \boxed{B} - \boxed{C} : $q(x) = 0$

$$Q(x) = \text{konstant} = -4,75 \text{ kN}$$

$$M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = 5,25 - 4,75 \cdot 2 = -4,25 \text{ kNm}$$

Einzelmoment bei \boxed{C} : Sprung um $+M$

$$M_r = -4,25 + 28 = +23,75 \text{ kNm}$$

Einzelkraft bei \boxed{D} : Sprung um $-F$

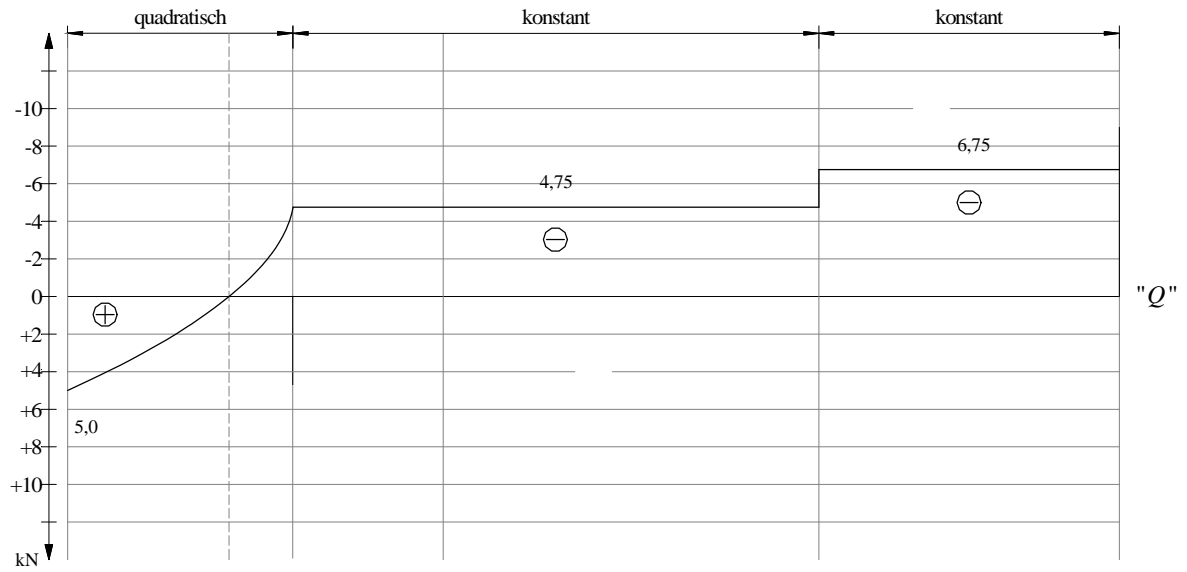
$$Q_r = -4,75 - 2 = -6,75 \text{ kN}$$

Abschnitt \boxed{D} - \boxed{E} : $q(x) = 0$

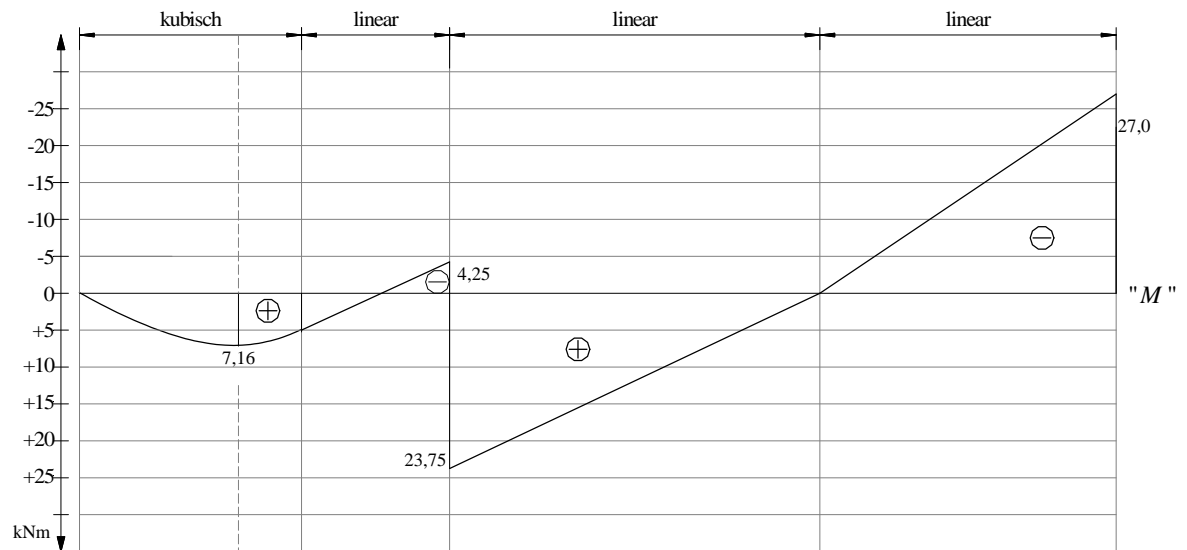
$$Q(x) = \text{konstant} = -6,75 \text{ kN}$$

$$M(x) = \text{linear} \rightarrow M_r = -6,75 \cdot 4 = -27 \text{ kNm}$$

4



4



Prüfung Technische Mechanik I vom 2. 2. 2009

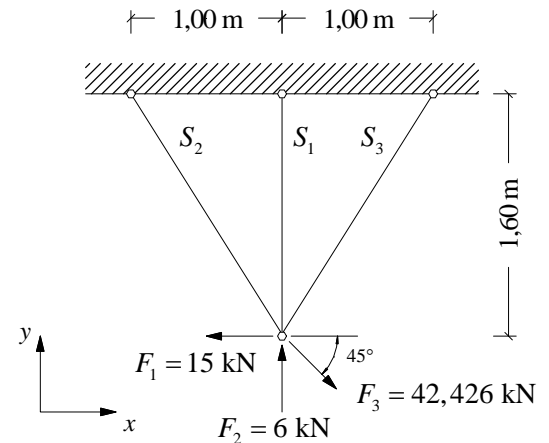
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

Am unteren Ende eines aus drei Seilen bestehenden Tragwerks greifen drei Kräfte an. Aus der Richtung der Resultierenden folgt, dass entweder die Seilkraft S_2 oder Seilkraft S_3 zu Null werden muss.

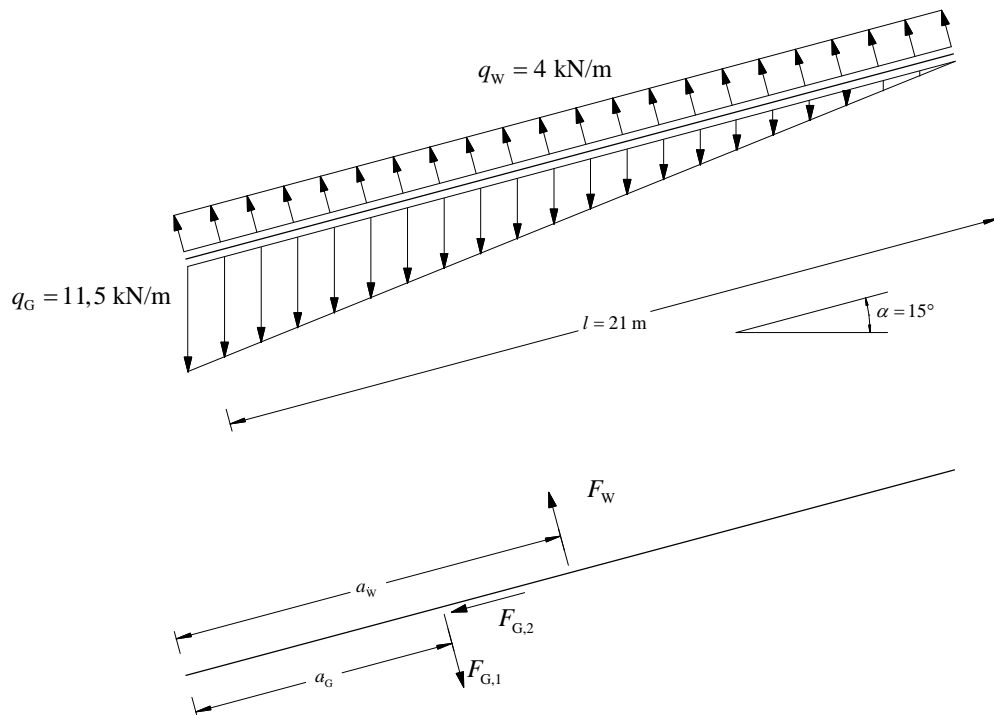
Berechnen Sie die Resultierende R sowie die Seilkräfte S_1 und S_2 bzw. S_3 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen mit $\alpha = 15^\circ$ geneigten Träger wirken die Windlast q_w und das Eigengewicht q_G ein.

q_w wirkt senkrecht zur Trägerachse, die Richtung von q_G zeigt senkrecht nach unten.

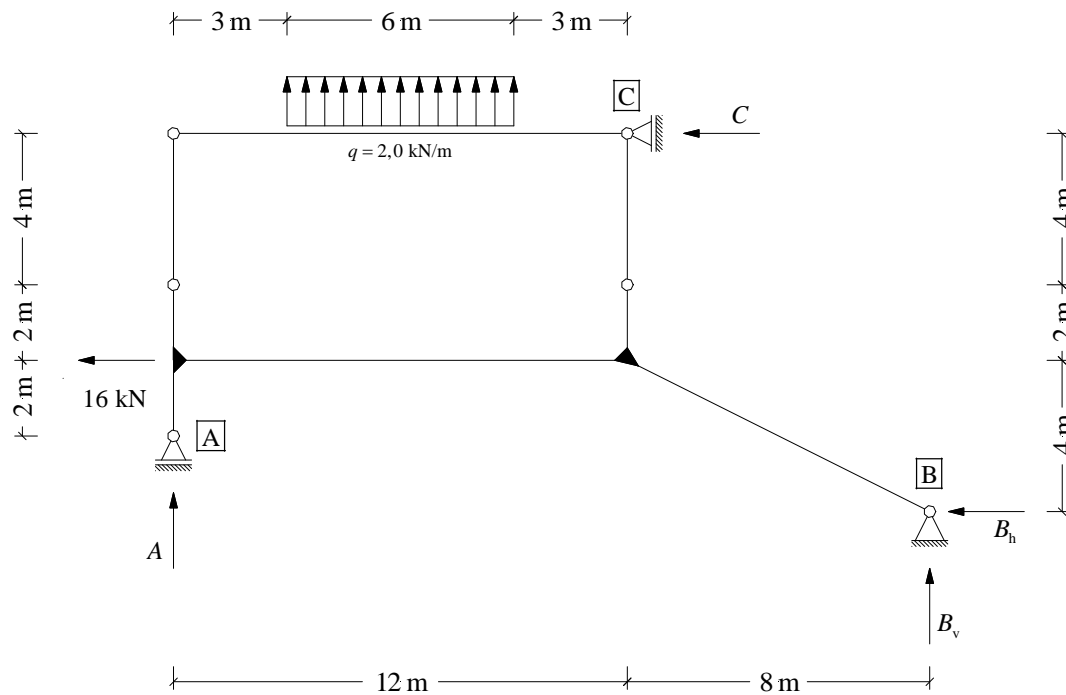


Ermitteln Sie die in der unteren Skizze eingetragenen resultierenden Kräfte:

- die aus q_w resultierende Kraft F_w und das zugehörige Maß a_w
- die aus q_G resultierenden Kraftkomponenten $F_{G,1}$ und $F_{G,2}$ sowie das zugehörige Maß a_G

Aufgabe 3 (25 Punkte)

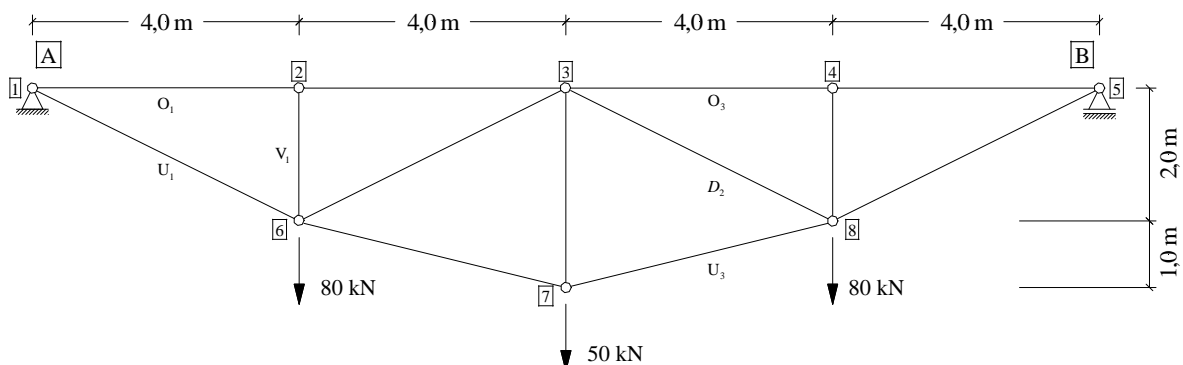
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

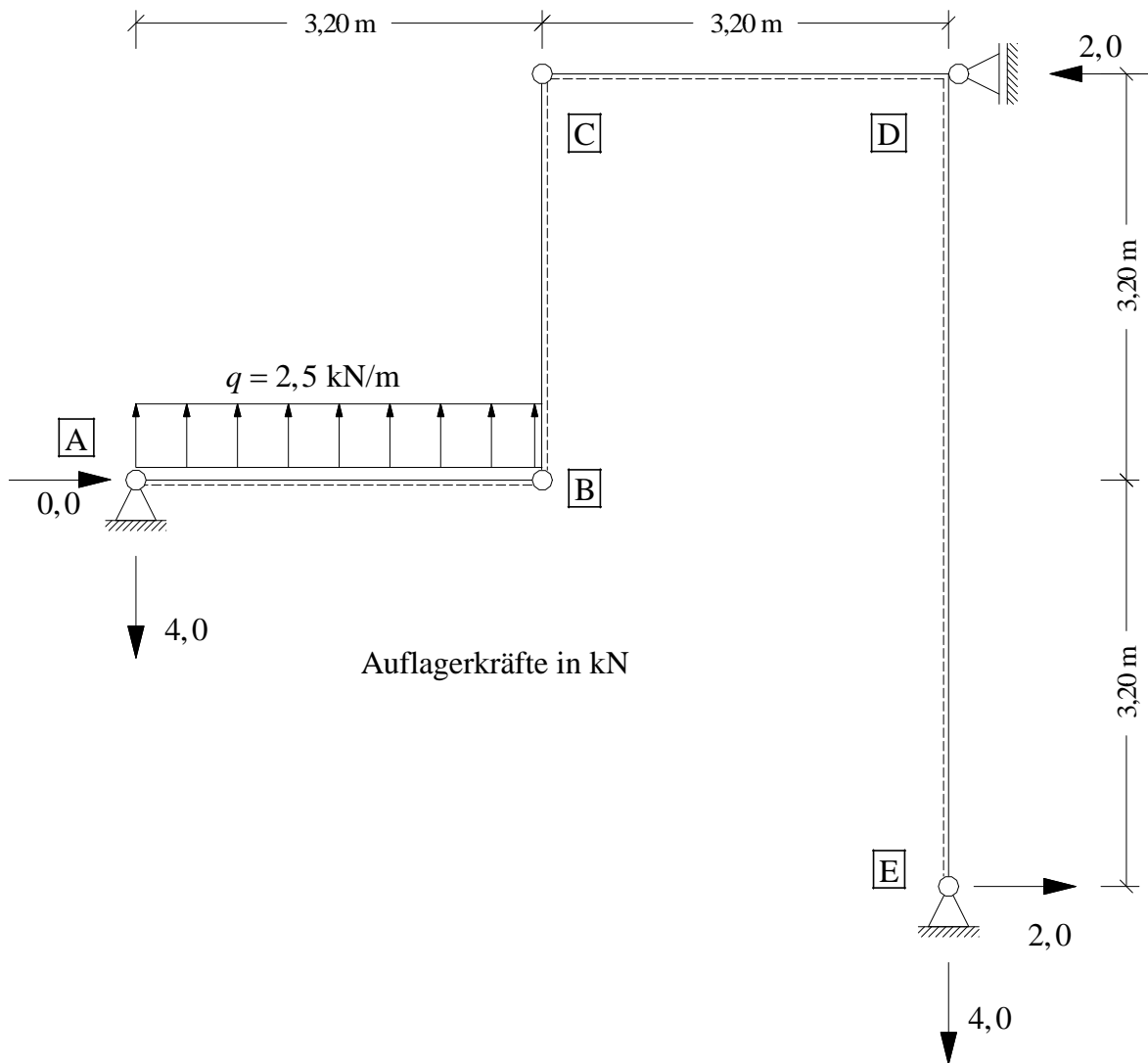
O_1, U_1, V_1 und O_3, D_2, U_3

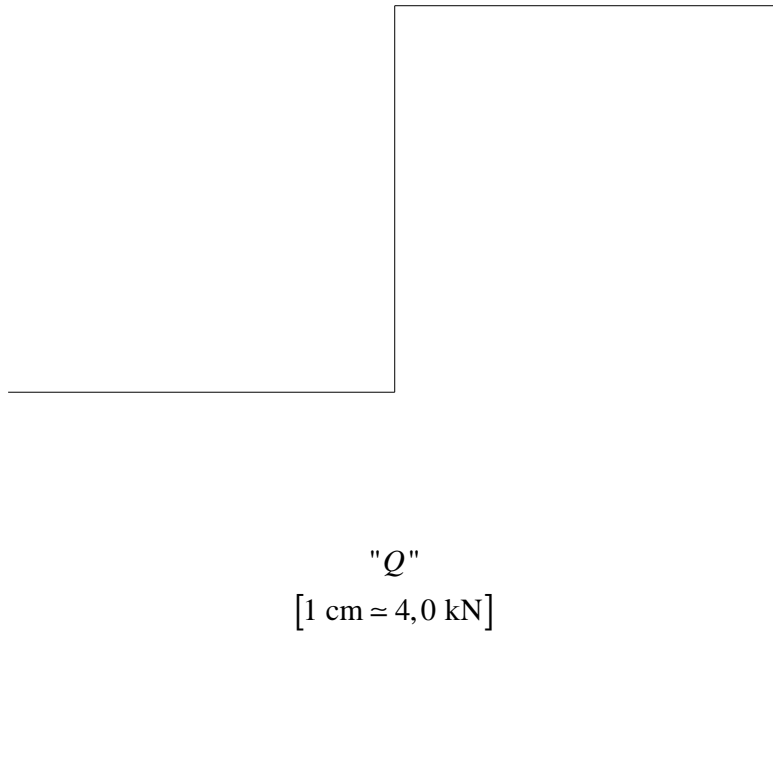


Aufgabe 5 (25 Punkte)

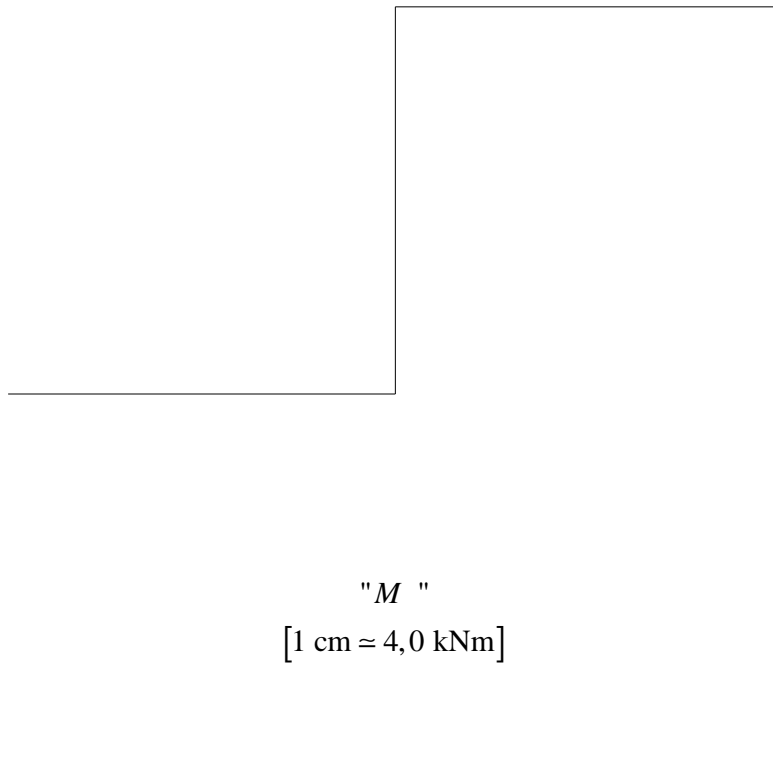
Ermitteln Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System. Berechnen Sie für den Abschnitt \boxed{A} - \boxed{B} den Maximalwert des Momentes.

Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.





" Q "
[1 cm \approx 4,0 kN]



" M "
[1 cm \approx 4,0 kNm]

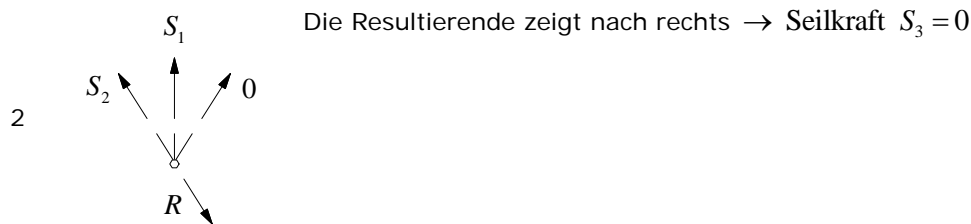
Lösung der Prüfung Technische Mechanik I vom 2. 2. 2009

Aufgabe 1 $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -15 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +6 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +42,426 \cdot \cos 45^\circ \\ -42,426 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +30 \\ -30 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 + 0 + 30 \\ 0 + 6 - 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +15 \\ -24 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{15^2 + 24^2} = 28,30 \text{ kN}$$



Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ in Richtung der Kräfte $\underline{S}_1; \underline{S}_2$:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{R} = \underline{0}$$

$$1 \quad a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +15 \\ -24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ +24 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$2 \quad 0 \cdot a - b = -15 \rightarrow b = +15$$

$$+1 \cdot a + 1,6 \cdot \underset{+15}{b} = +24 \rightarrow a + 24 = +24 \rightarrow a = 0$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = 0 \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ +1 \end{bmatrix} \rightarrow S_1 = 0,0 \text{ kN}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +15 \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ +1,6 \end{bmatrix} \rightarrow S_2 = +|\underline{S}_2| = +28,30 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\sum 10$

a) aus q_W resultierende Kraft F_W und das zugehörige Maß a_W

$$2 \quad F_W = q_W \cdot l = 4 \cdot 21 = 84 \text{ kN}$$

$$1 \quad a_W = 0,5 \cdot l = 0,5 \cdot 21 = 10,5 \text{ m}$$

b) aus q_G resultierende Kraftkomponenten $F_{G,1}$ und $F_{G,2}$ und das zugehörige Maß a_G

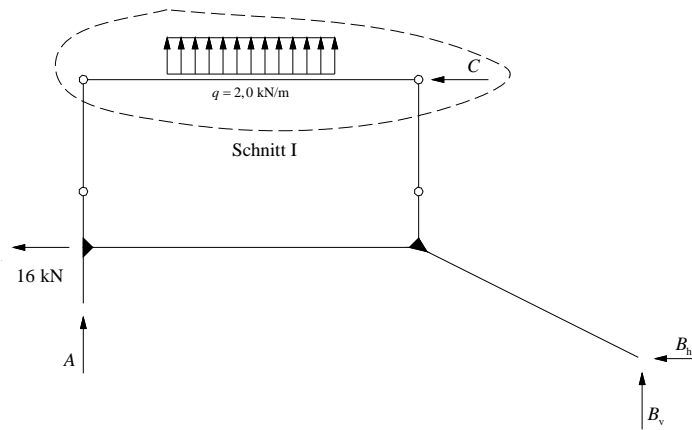
$$2 \quad F_G = 0,5 \cdot q_G \cdot l = 0,5 \cdot 11,5 \cdot 21 = 120,75 \text{ kN}$$

$$2 \quad F_{G,1} = F_G \cdot \cos \alpha = 120,75 \cdot \cos 15^\circ = 116,64 \text{ kN}$$

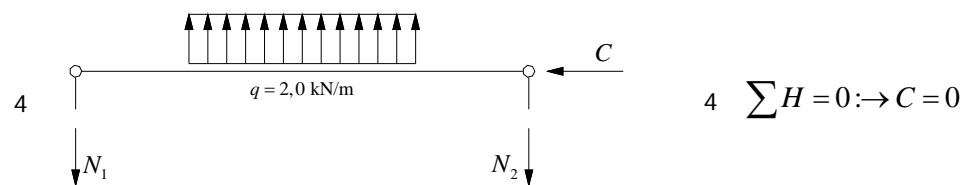
$$2 \quad F_{G,2} = F_G \cdot \sin \alpha = 120,75 \cdot \sin 15^\circ = 31,25 \text{ kN}$$

$$1 \quad a_G = \frac{l}{3} = 7,0 \text{ m}$$

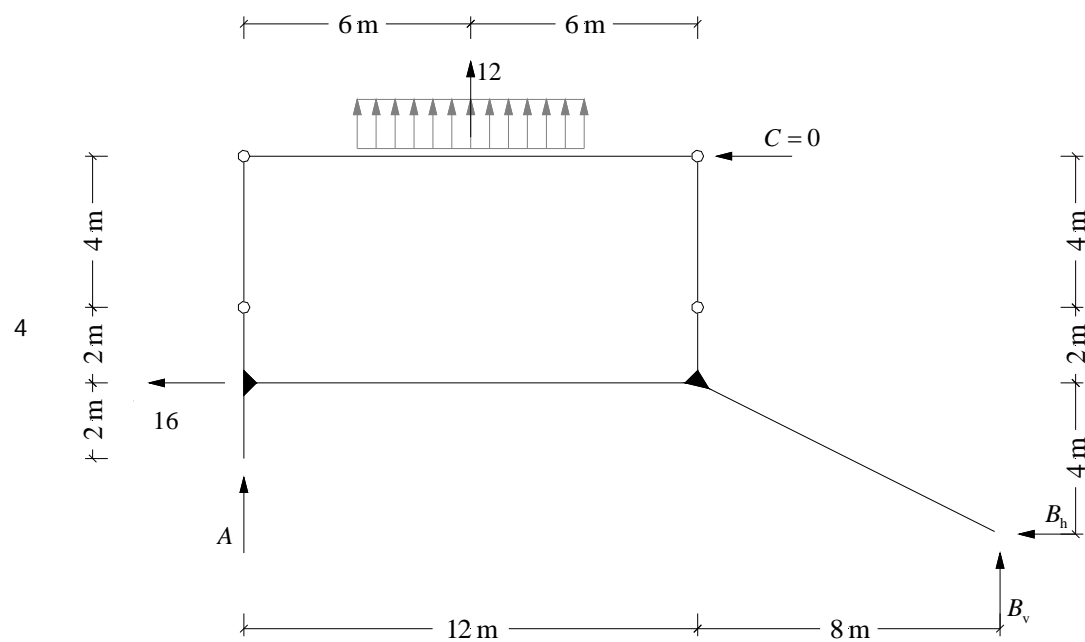
Aufgabe 3 $\Sigma 25$



Schnitt I



Gesamtsystem

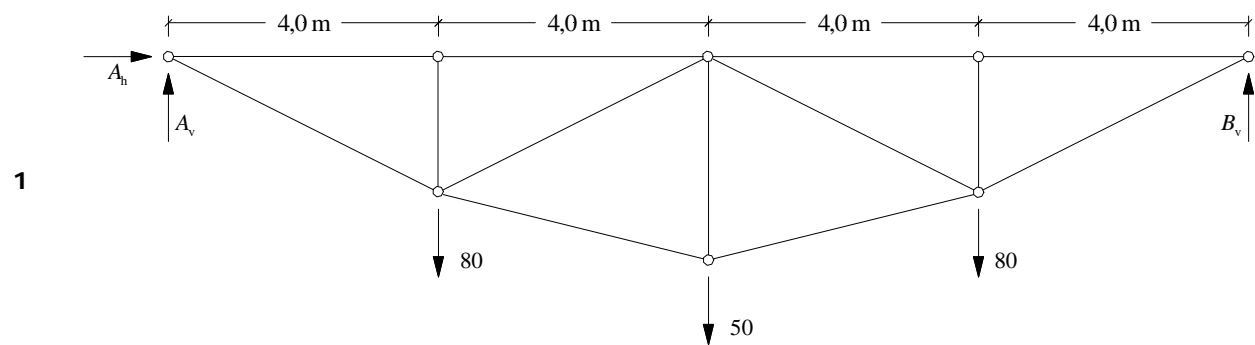


$$\sum H = 0: -16 - B_h = 0 \rightarrow B_h = -16 \text{ kN}$$

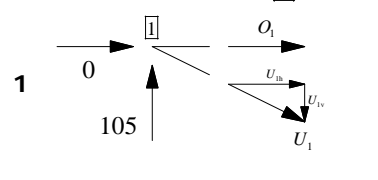
$$\sum M^{(B)} = 0: +16 \cdot 4 - 12 \cdot 14 - A \cdot 20 = 0 \rightarrow A = -5,2 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: \underbrace{-A}_{-5,2} - 12 - B_v = 0 \rightarrow B_v = -6,8 \text{ kN}$$

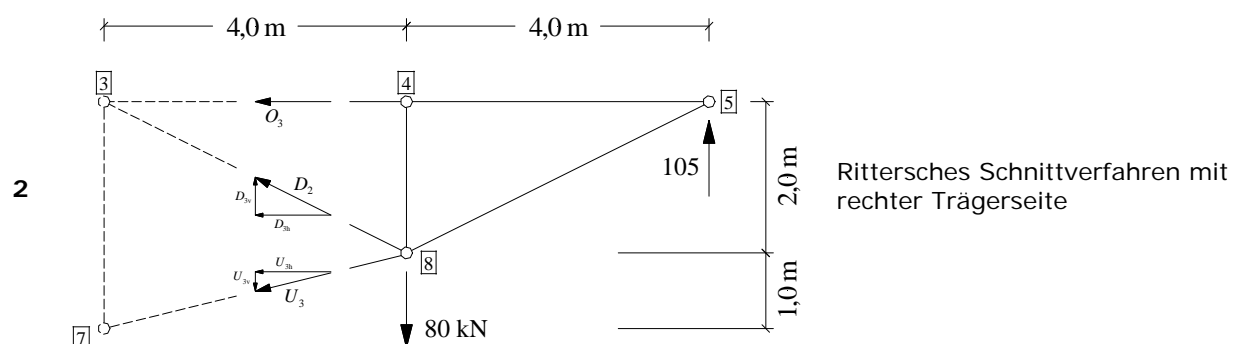
Aufgabe 4 $\sum 25$



$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &\rightarrow A_h = 0 \\
 1 \quad \sum M^{(B)} = 0 &: -A_v \cdot 16 + 80 \cdot 12 + 50 \cdot 8 + 80 \cdot 4 = 0 \rightarrow A_v = +105 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0 &\rightarrow B_v = +105 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

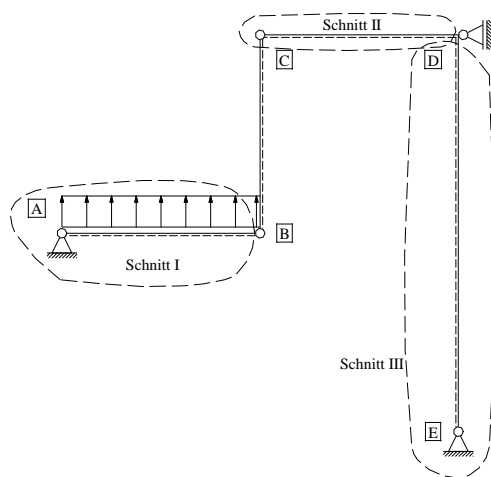
<p>Knotenschnitt bei 1</p> 	<p>2 $\sum V = 0$:</p> <p>1 $\frac{U_{1h}}{U_{1v}} = \frac{2,0}{1,0} \rightarrow U_{1h} = 2 \cdot U_{1v}$</p> <p>1 $U_1 = +\sqrt{(105)^2 + (210)^2}$</p> <p>2 $\sum H = 0$:</p>	<p>$U_{1v} = +105 \text{ kN}$</p> <p>$U_{1h} = +210 \text{ kN}$</p> <p>$U_1 = +234,8 \text{ kN}$</p> <p>$O_1 = -210 \text{ kN}$</p>
--	---	---

<p>Knotenschnitt bei 2</p>	<p>2 $V_1 = 0$</p>
--	-------------------------------

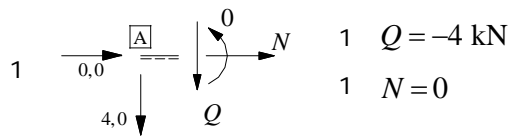


$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum M^{(8)} = 0 &: +O_3 \cdot 2,0 + 105 \cdot 4,0 = 0 \quad O_3 = -210 \text{ kN} \\
 U_3 &\text{ wird auf der Wirkungslinie bis Knoten } \boxed{7} \text{ verschoben} \\
 2 \quad \rightarrow U_{3v} &\text{ hat keinen Hebelarm:} \\
 \sum M^{(3)} = 0 &: -U_{3h} \cdot 3,0 - 80 \cdot 4,0 + 105 \cdot 8,0 = 0 \quad U_{3h} = +173,3 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{U_{3v}}{U_{3h}} = \frac{1,0}{4,0} &\rightarrow U_{3v} = 0,25 \cdot U_{3h} \quad U_{3v} = +43,3 \text{ kN} \\
 1 \quad U_3 = -\sqrt{U_{3v}^2 + U_{3h}^2} &= +\sqrt{173,3^2 + 43,3^2} \quad U_3 = +178,7 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum H = 0 &: -O_3 - D_{2h} - U_{3h} = 0 \rightarrow -(-210) - D_{2h} - 173,3 = 0 \quad D_{2h} = +36,7 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{2v}}{D_{2h}} = \frac{2,0}{4,0} &\rightarrow D_{2v} = 0,5 \cdot D_{2h} \quad D_{2v} = +18,3 \text{ kN} \\
 1 \quad D_2 = +\sqrt{D_{2v}^2 + D_{2h}^2} &= +\sqrt{36,7^2 + 18,3^2} \quad D_2 = +41,0 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

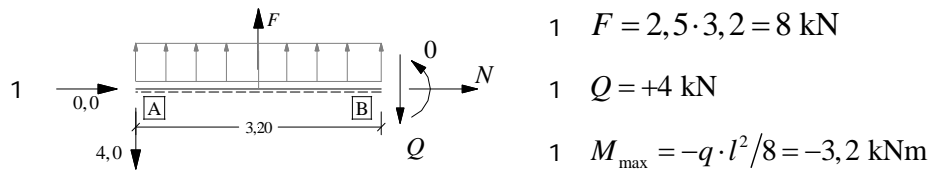
Aufgabe 5 $\Sigma 25$



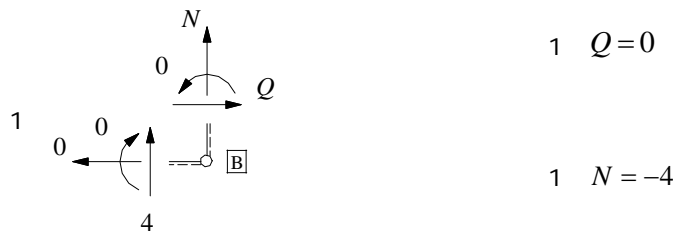
Schnitt um **A**



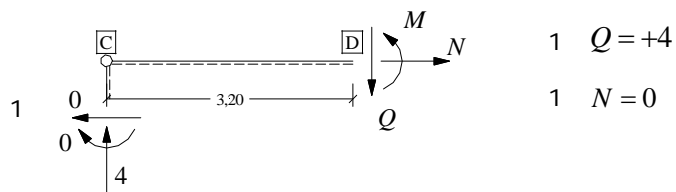
Schnitt I



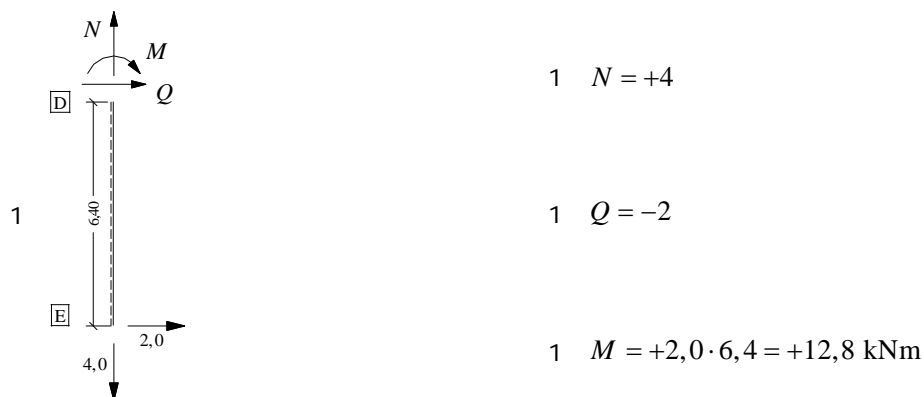
Schnitt um **B**

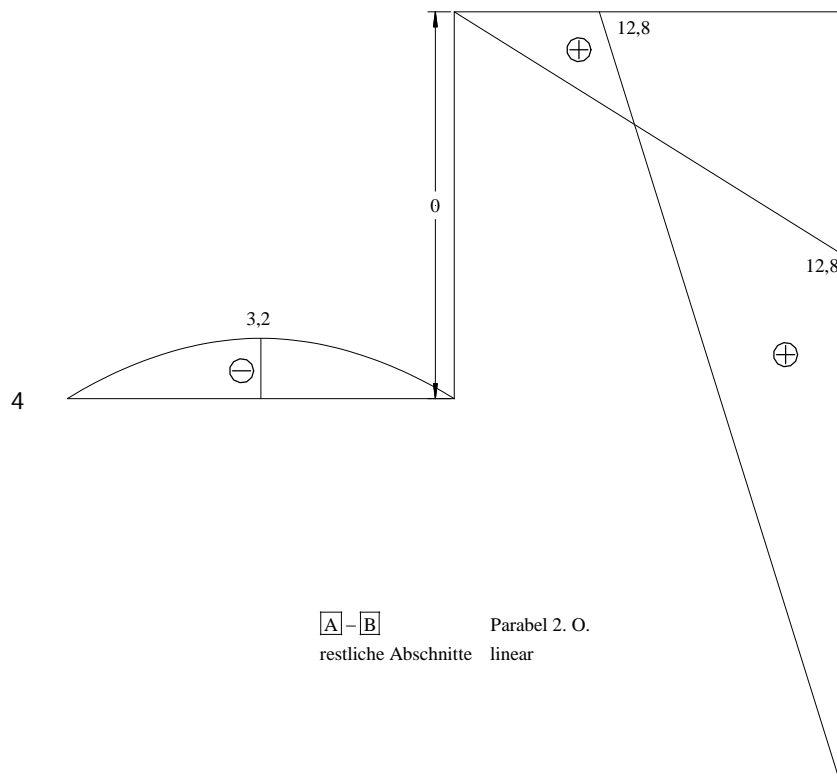
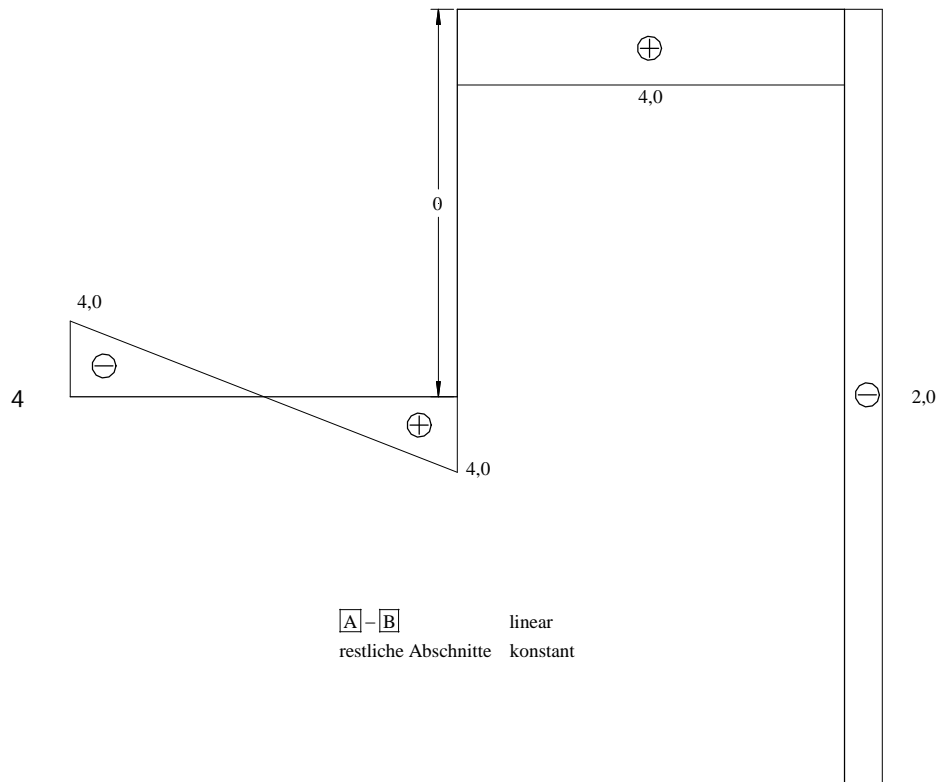


Schnitt II



Schnitt III





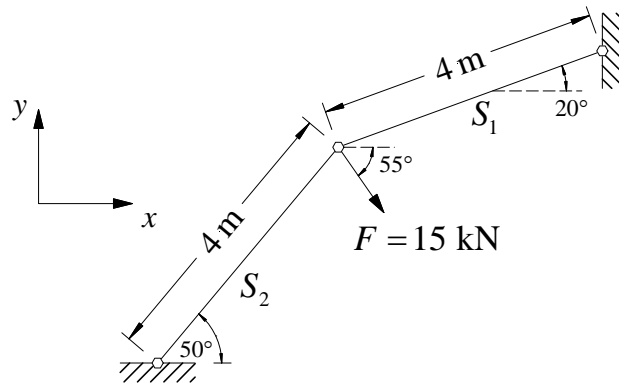
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

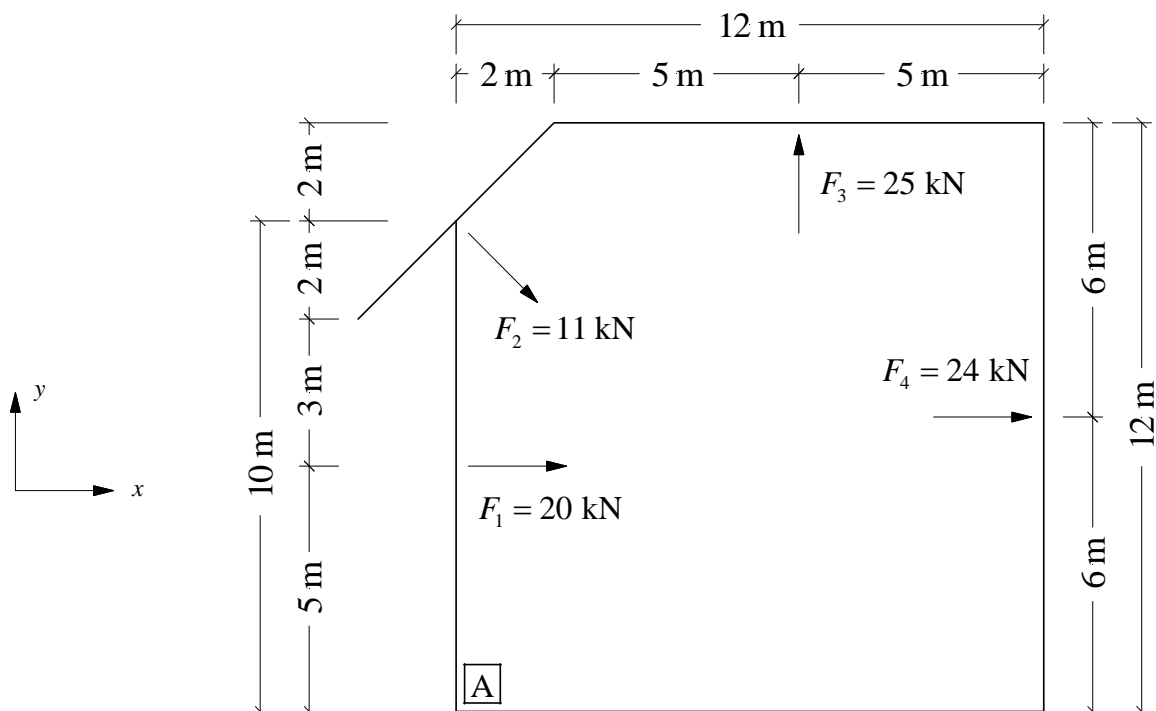
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greift eine Kraft F an, deren Wirkungslinie in der Winkelhalbierenden der beiden Stabachsen verläuft.

Berechnen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken vier Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

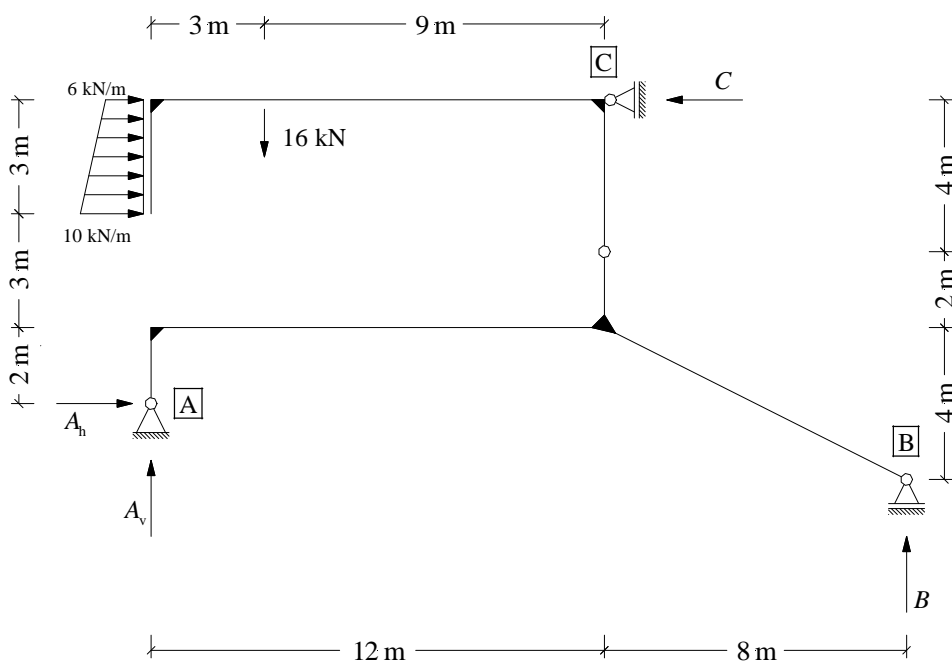


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

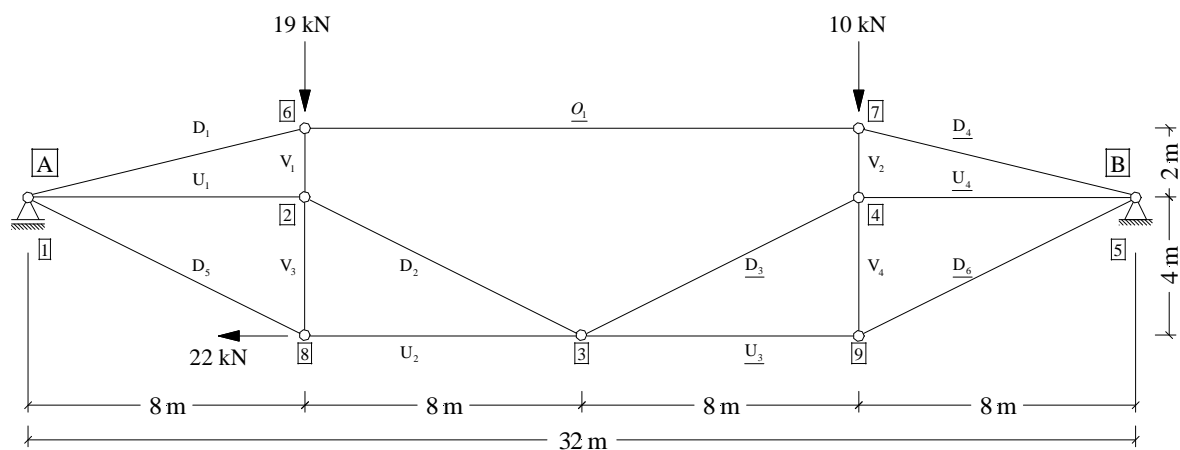
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

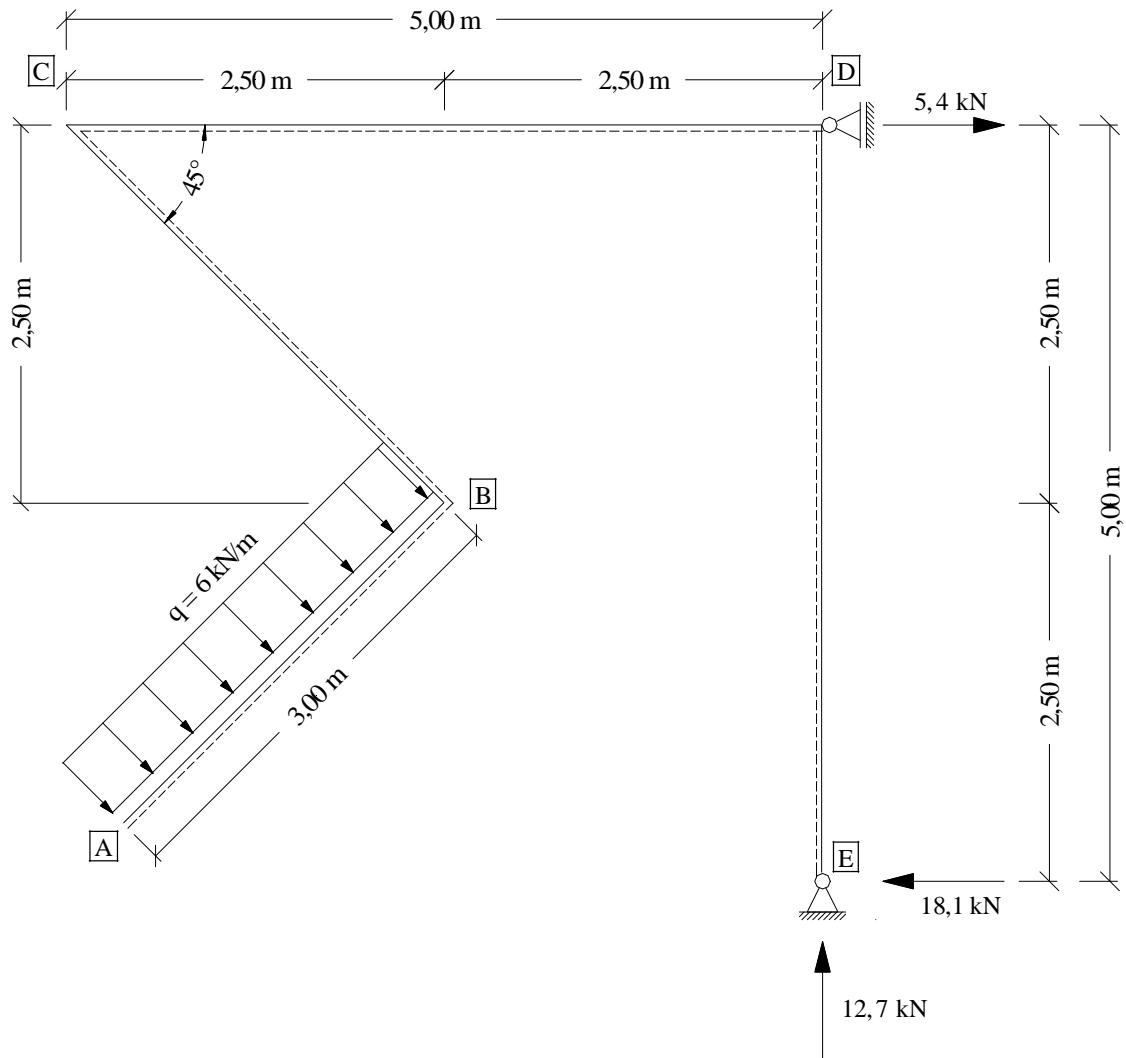
O_1, D_3, U_3 und D_4, U_4, D_6

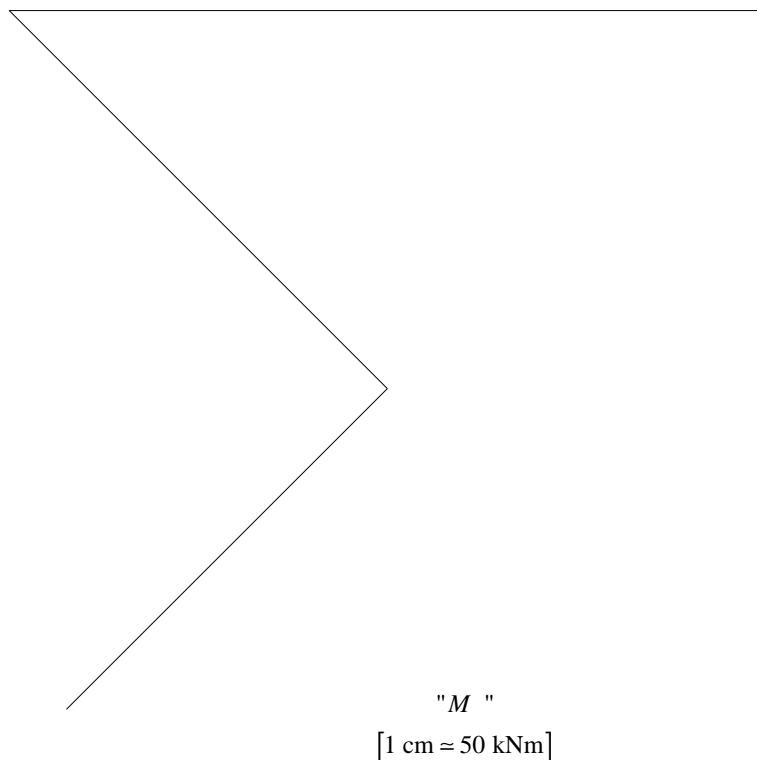
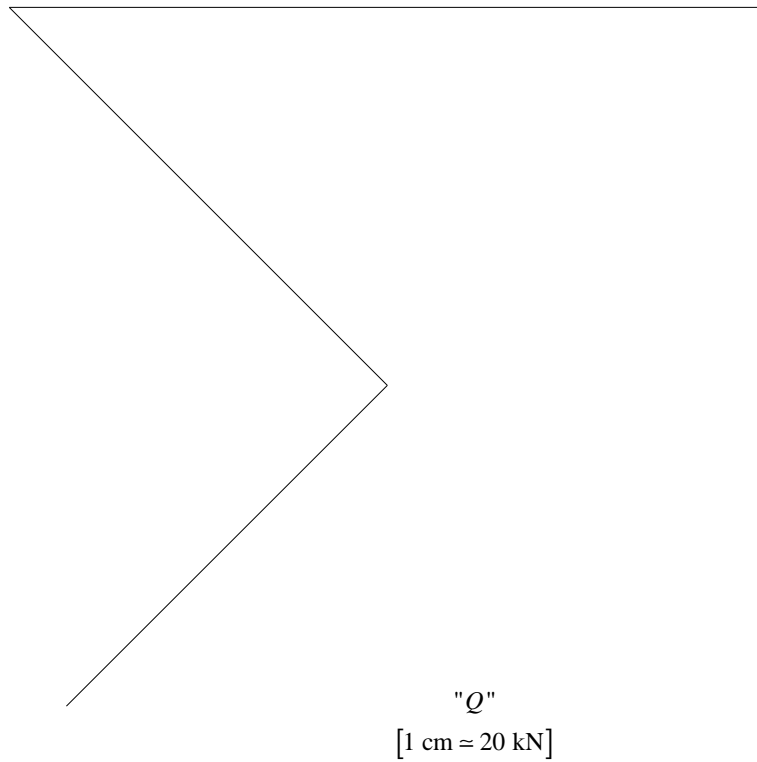


Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

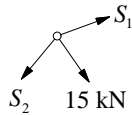
Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.





Aufgabe 1 $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} +15 \cdot \cos 55^\circ \\ -15 \cdot \sin 55^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +8,60 \\ -12,3 \end{bmatrix}$$



Richtungsvektoren \underline{A} ; \underline{B} in Richtung der Kräfte \underline{S}_1 ; \underline{S}_2 :

$$4 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \cdot \cos 20^\circ \\ +4 \cdot \sin 20^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \cdot \cos 50^\circ \\ -4 \cdot \sin 50^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{F} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{F} = \underline{0}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +8,60 \\ -12,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,60 \\ +12,3 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = 3,76 \cdot (-3,06) - 1,37 \cdot (-2,57) = -7,99$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(-2,57) \cdot (+12,3) - (-3,06) \cdot (-8,60)}{-7,99} = -7,25$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(+3,76) \cdot (+12,3) - (+1,37) \cdot (-8,60)}{-7,99} = -7,27$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -7,25 \cdot \begin{bmatrix} +3,76 \\ +1,37 \end{bmatrix} = -7,25 \cdot \underbrace{\sqrt{3,76^2 + 1,37^2}}_{=4,00} \rightarrow S_1 = -29,0 \text{ kN (Druck)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = -7,27 \cdot \begin{bmatrix} -2,57 \\ -3,06 \end{bmatrix} = -7,27 \cdot \underbrace{\sqrt{2,57^2 + 3,06^2}}_{=4,00} \rightarrow S_2 = -29,1 \text{ kN (Druck)}$$

Aufgabe 2 $\Sigma 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +20 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +11 \cdot \cos 45^\circ \\ -11 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7,78 \\ -7,78 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ +25 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_4 = \begin{bmatrix} +24 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +20 + 7,78 + 0 + 24 \\ 0 - 7,78 + 25 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +51,78 \\ +17,22 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{51,78^2 + 17,22^2} = 54,57 \text{ kN}$$

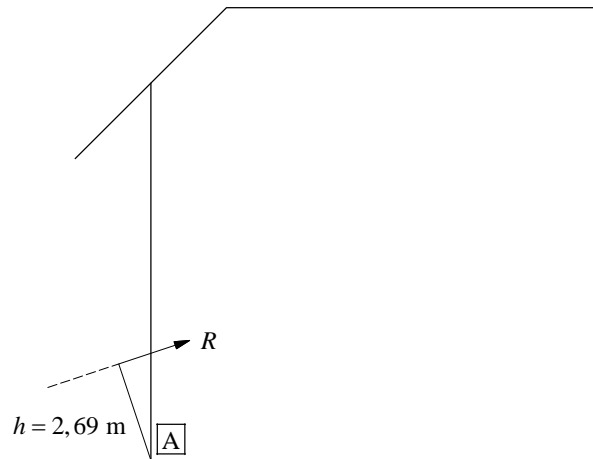
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+17,22}{+51,78} = 0,3326 \rightarrow \alpha = 18,4^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt \boxed{A}

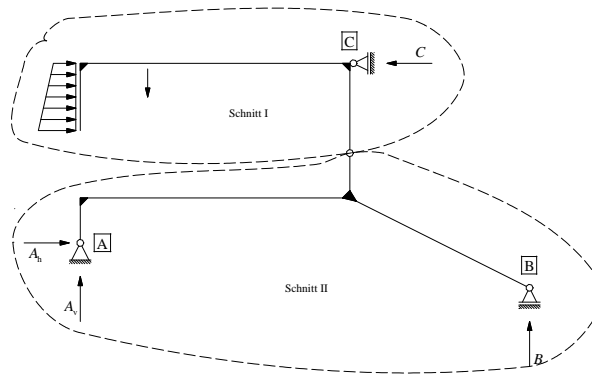
$$3 \quad M_R^{(A)} = -20 \cdot 5 - 7,78 \cdot 10 + 25 \cdot 7 - 24 \cdot 6 = -146,8 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt \boxed{A}

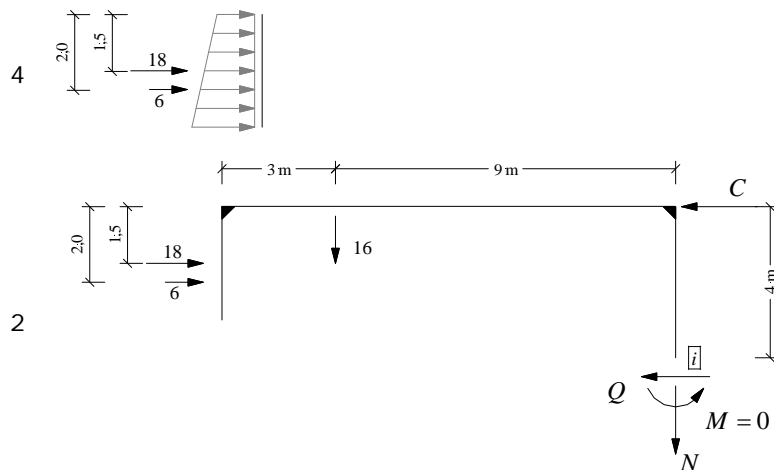
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{146,8}{54,57} = 2,69 \text{ m}$$



Aufgabe 3 $\Sigma 25$



Schnitt I

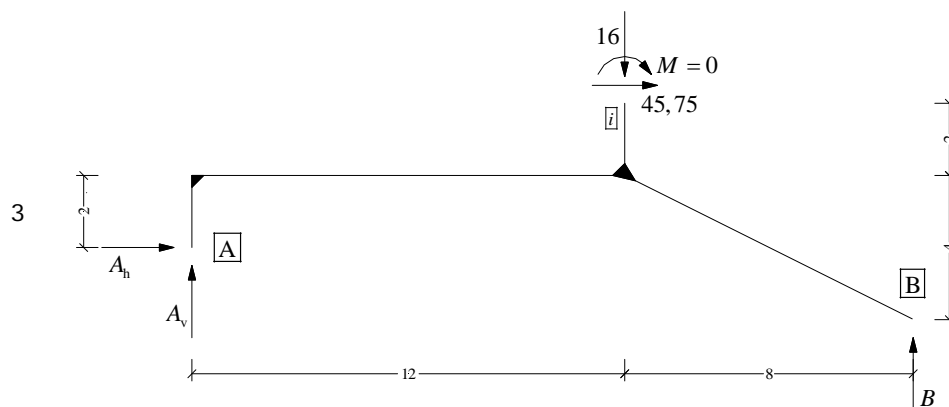


$$\sum M^{(i)} = 0: -18 \cdot (4,0 - 1,5) - 6 \cdot (4,0 - 2,0) + 16 \cdot 9 + C \cdot 4 = 0 \rightarrow C = -21,75 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: \rightarrow N = -16,0 \text{ kN}$$

$$\sum H = 0: 18 + 6 + 21,75 - Q = 0 \rightarrow Q = +45,75 \text{ kN}$$

Gesamtsystem

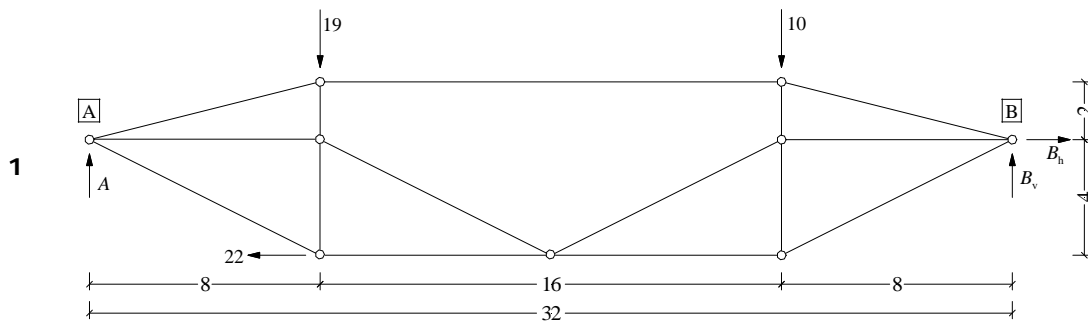


$$\sum H = 0: \rightarrow A_h = -45,75 \text{ kN}$$

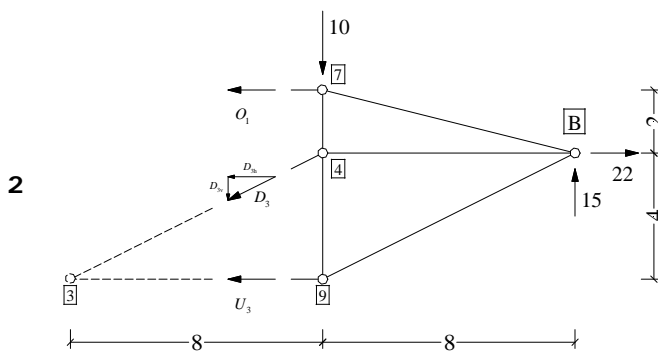
$$\sum M^{(A)} = 0: -16 \cdot 12 - 45,75 \cdot 4 + B \cdot 20 = 0 \rightarrow B = +18,75 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0: -A_v + 16 - \underbrace{B}_{18,75} = 0 \rightarrow A_v = -2,75 \text{ kN}$$

Aufgabe 4 $\Sigma 25$



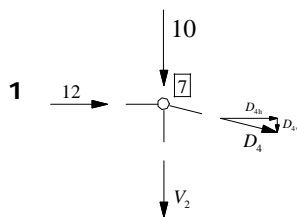
$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum M^{(B)} = 0: & \quad -A_v \cdot 32 + 19 \cdot 24 - 22 \cdot 4 + 10 \cdot 8 = 0 \rightarrow A_v = +14 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0: & \rightarrow B_v = +15 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum H = 0: & \rightarrow B_h = +22
 \end{aligned}$$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

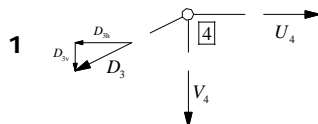
$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum M^{(3)} = 0: & \quad +O_1 \cdot 6 - 10 \cdot 8 + 15 \cdot 16 - 22 \cdot 4 = 0 \quad O_1 = -12 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0: & \quad D_{3v} + 10 - 15 = 0 \rightarrow D_{3v} = +5 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{8,0}{4,0} \rightarrow & \quad D_{3h} = 2 \cdot D_{3v} \quad D_{3h} = +10 \text{ kN} \\
 1 \quad D_3 = & \quad +\sqrt{10^2 + 5^2} = +11,18 \text{ kN} \quad D_3 = +11,18 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum H = 0: & \quad -O_1 - D_{3h} - U_3 + 22 = 0 \quad U_3 = +24 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Knotenschnitt bei [7]



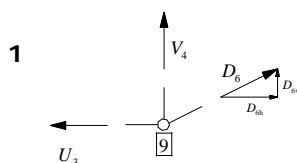
$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum H = 0: & \quad +12 + D_{4h} = 0 \rightarrow D_{4h} = -12 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{4v}}{D_{4h}} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow & \quad D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h} \quad D_{4v} = -3 \text{ kN} \\
 1 \quad D_4 = & \quad -\sqrt{12^2 + 3^2} = -12,37 \text{ kN} \quad D_4 = -12,37 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Knotenschnitt bei [4]



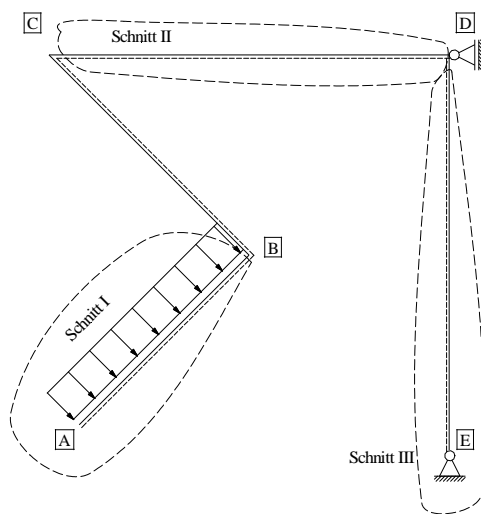
$$2 \quad \sum H = 0: \quad -D_{3h} + U_4 = 0 \rightarrow U_4 = +10 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei [9]

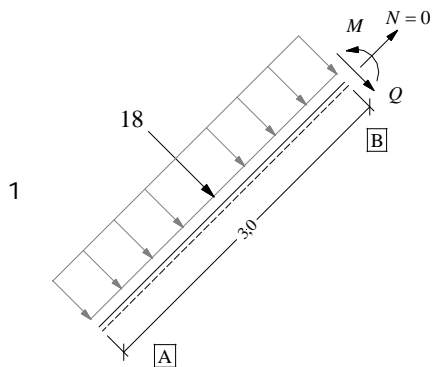


$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0: & \quad -U_3 + D_{6h} = 0 \rightarrow D_{6h} = +24 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow & \quad D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h} \quad D_{6v} = +12 \text{ kN} \\
 1 \quad D_6 = & \quad +\sqrt{24^2 + 12^2} = +26,83 \text{ kN} \quad D_4 = +26,83 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5 $\Sigma 25$



Schnitt I

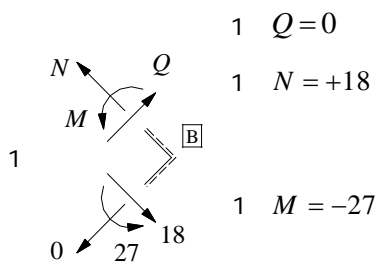


$$1 \quad F = 6,0 \cdot 3,0 = 18 \text{ kN}$$

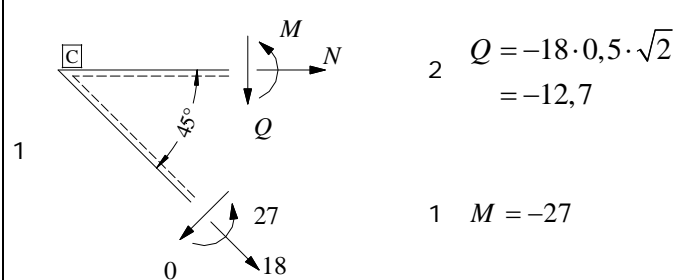
$$1 \quad Q = -18 \text{ kN}$$

$$1 \quad M_{\max} = -q \cdot l^2 / 2 = -27 \text{ kNm}$$

Schnitt um **B**



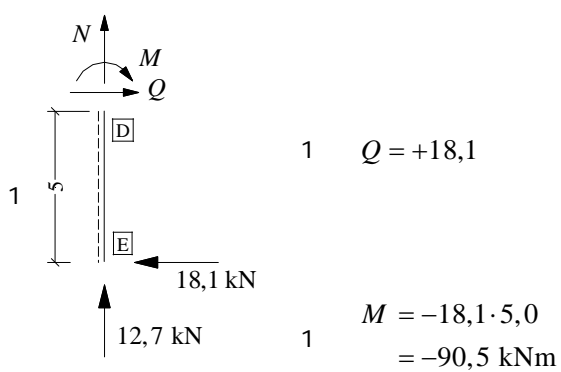
Schnitt um **C**



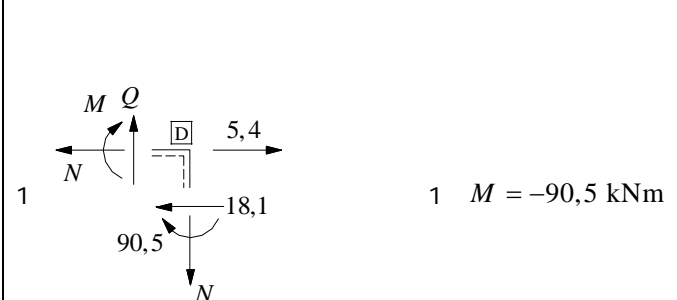
$$2 \quad Q = -18 \cdot 0,5 \cdot \sqrt{2} = -12,7$$

$$1 \quad M = -27$$

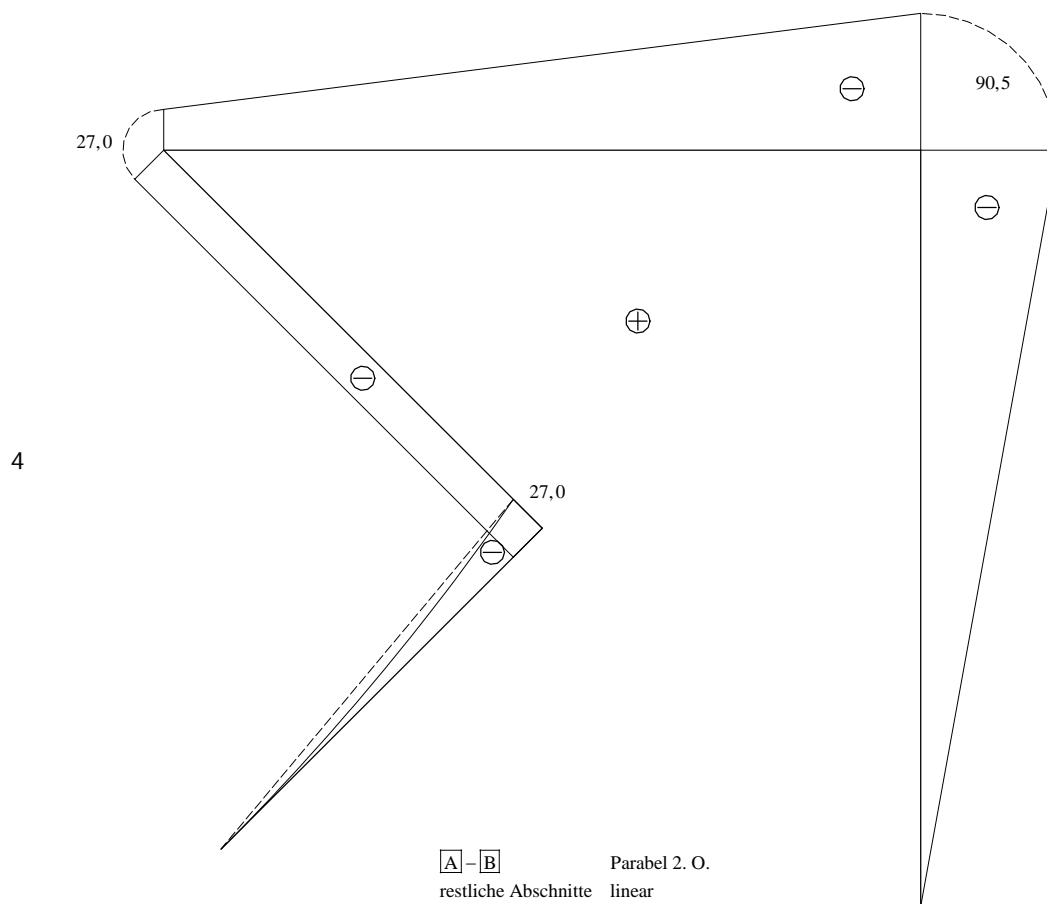
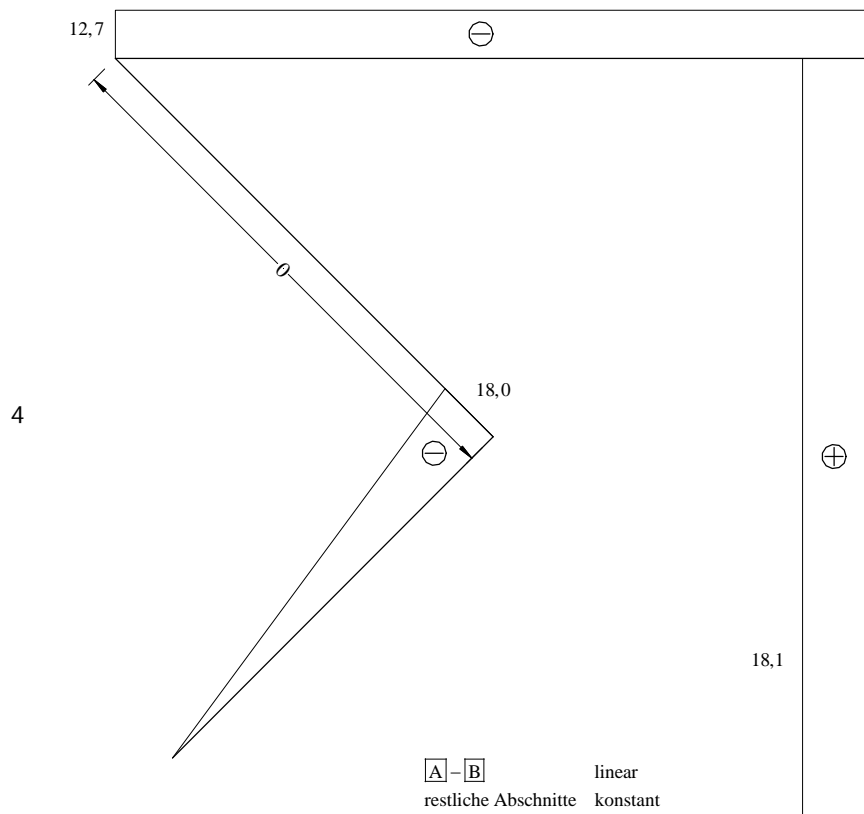
Schnitt III



Schnitt um **D**



$$1 \quad M = -90,5 \text{ kNm}$$



Prüfung Technische Mechanik I vom 12. 2. 2010

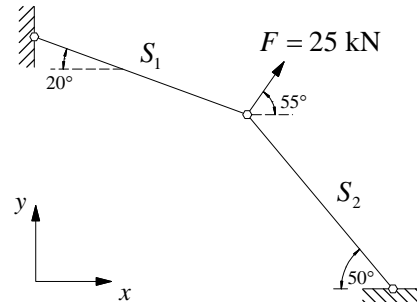
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

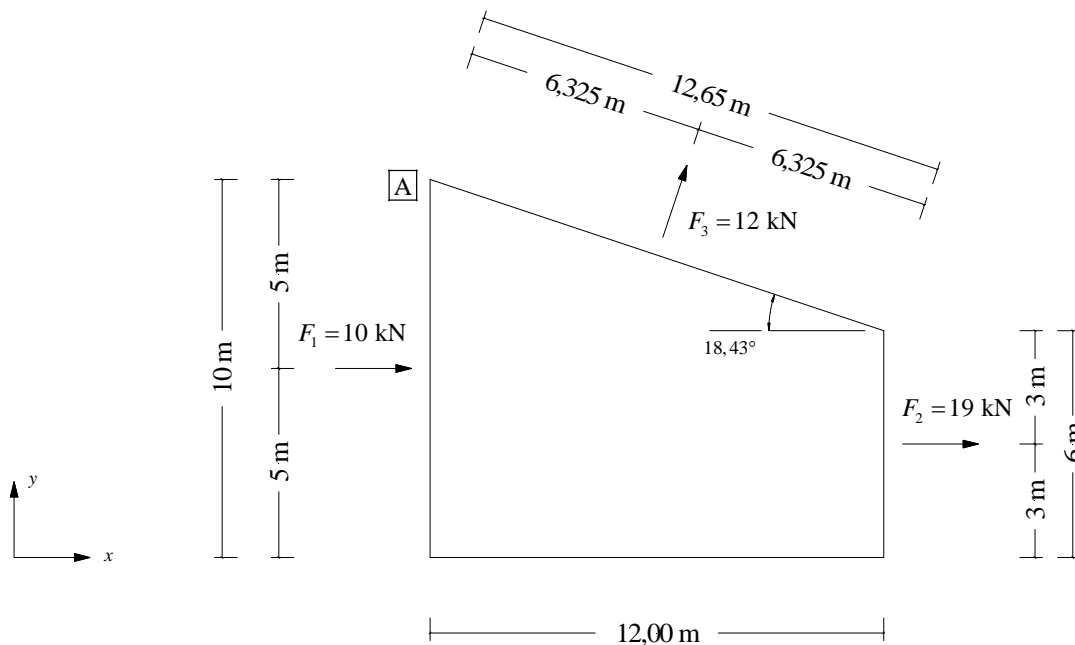
An einem aus zwei Seilen bestehenden Tragwerk greift eine Kraft F an, deren Wirkungslinie in der Winkelhalbierenden der beiden Seilachsen verläuft.

Berechnen Sie die Seilkräfte S_1 und S_2 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, mit Wirkungslinien jeweils senkrecht zur Angriffsfläche.

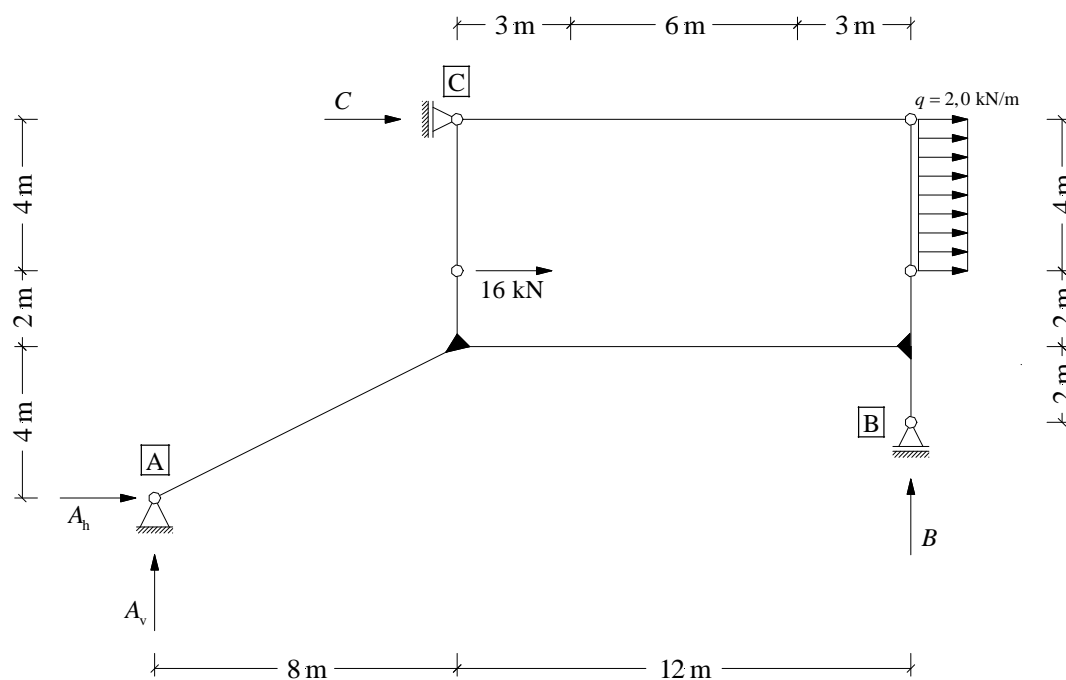


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

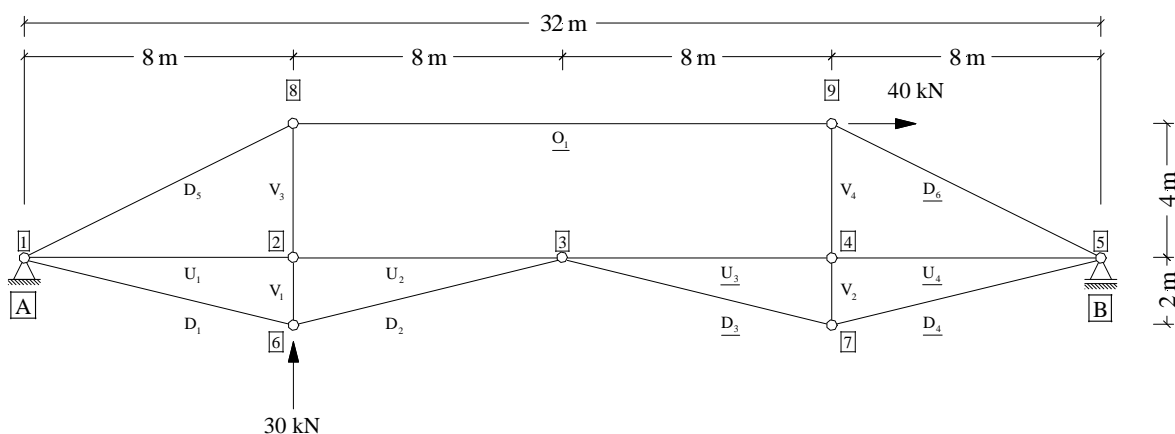
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

O_1, D_3, U_3 und D_4, U_4, D_6

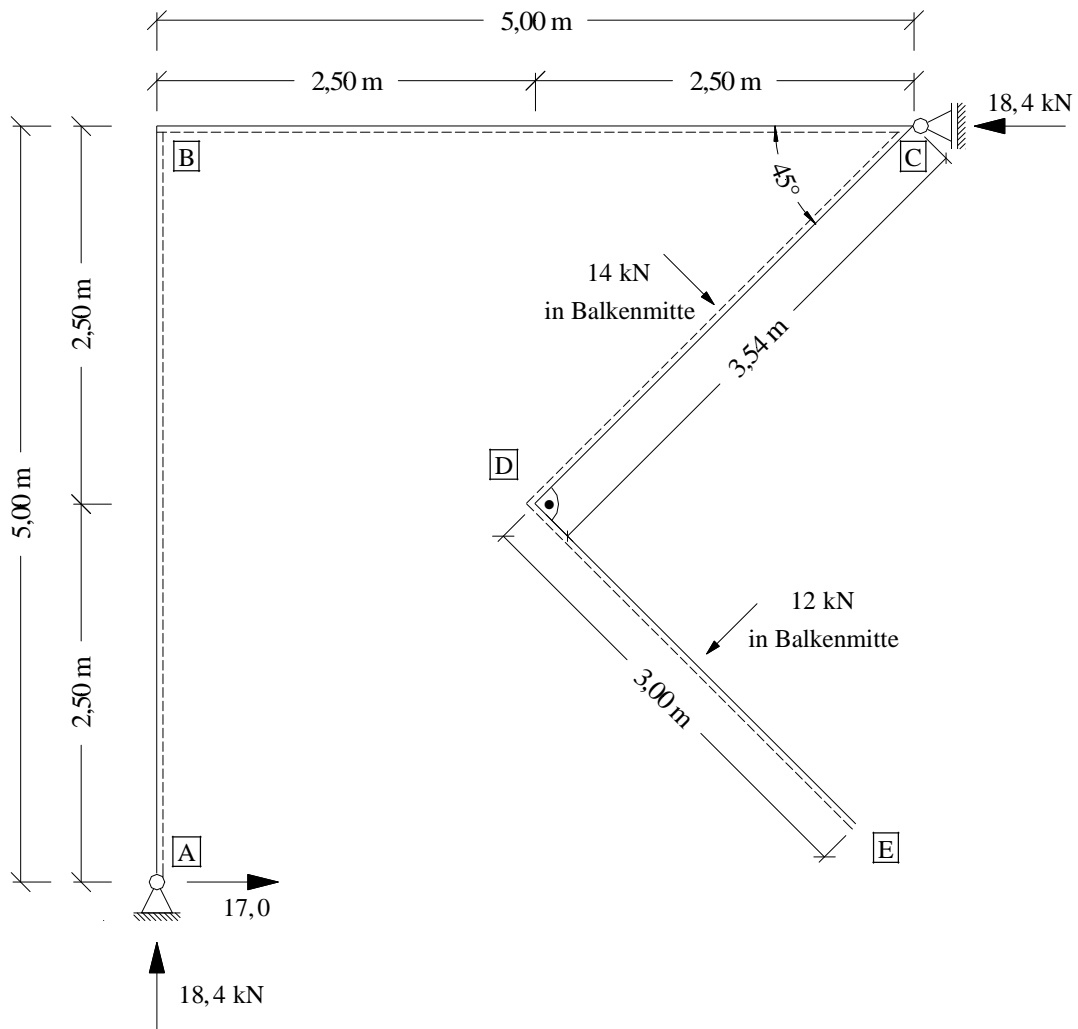


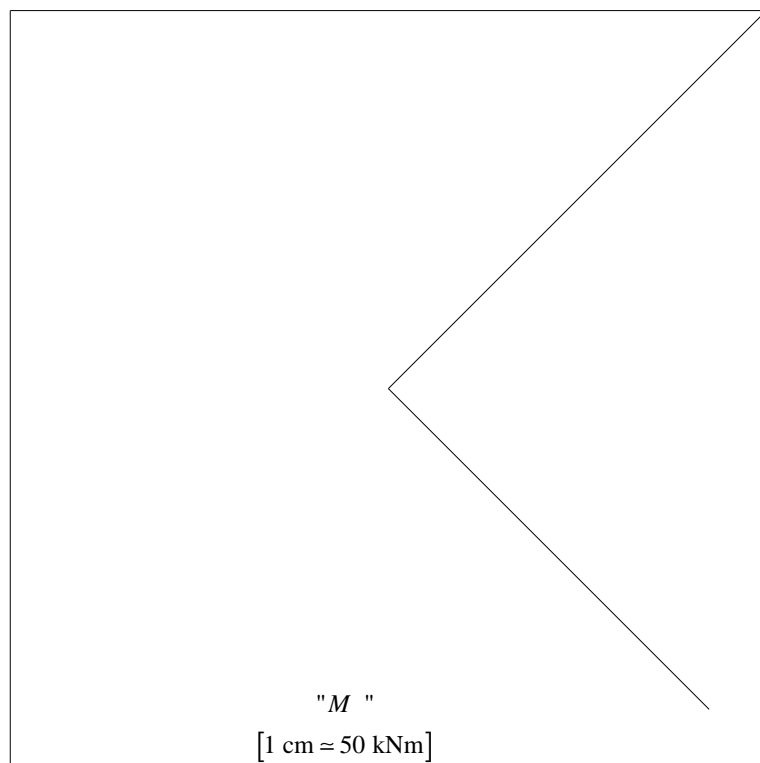
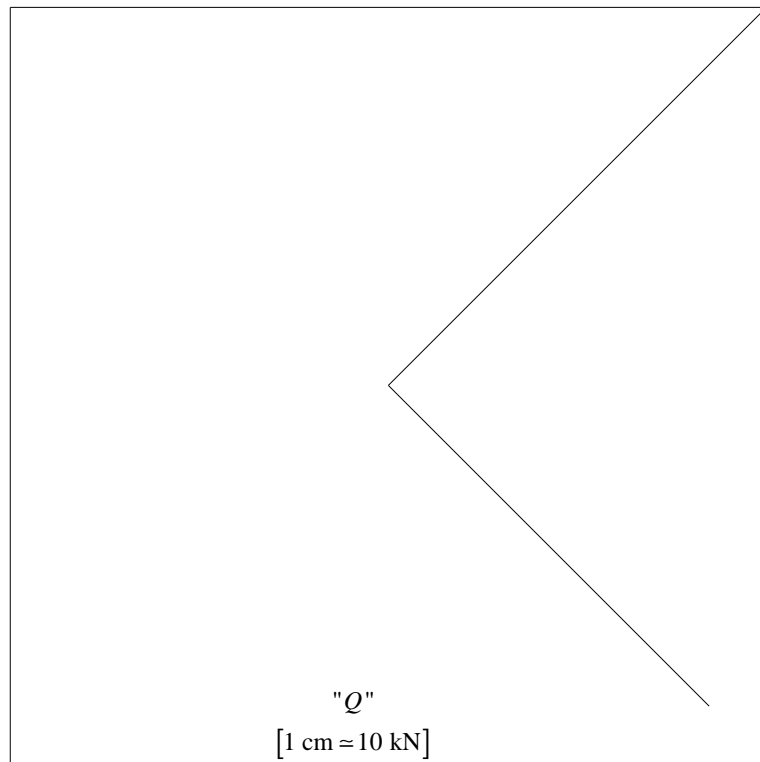
Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Auflagerkräfte sind bereits eingetragen.

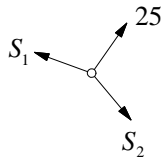
Hinweis: die Anwendung der Maßstäbe für Q und M ist nicht bindend.





Aufgabe 1 $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F} = \begin{bmatrix} +25 \cdot \cos 55^\circ \\ +25 \cdot \sin 55^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +14,34 \\ +20,48 \end{bmatrix}$$



Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ in Richtung der Kräfte $\underline{S}_1; \underline{S}_2$:

$$4 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos 20^\circ \\ +\sin 20^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 50^\circ \\ -\sin 50^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix}$$

Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{F} = \underline{0}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} + \underline{F} = \underline{0}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +14,34 \\ +20,48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow a \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14,34 \\ -20,48 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = -0,940 \cdot (-0,766) - 0,342 \cdot 0,643 = +0,500$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot F_y - B_y \cdot F_x}{D} = -\frac{(+0,643) \cdot (-20,48) - (-0,766) \cdot (-14,34)}{+0,500} = +48,31$$

$$b = +\frac{A_x \cdot F_y - A_y \cdot F_x}{D} = +\frac{(-0,940) \cdot (-20,48) - (+0,342) \cdot (-14,34)}{+0,500} = 48,31$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = -48,31 \cdot \begin{bmatrix} -0,940 \\ +0,342 \end{bmatrix} = +48,31 \cdot \underbrace{\sqrt{0,940^2 + 0,342^2}}_{=1,00} \rightarrow S_1 = +48,3 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +48,31 \cdot \begin{bmatrix} +0,643 \\ -0,766 \end{bmatrix} = +48,31 \cdot \underbrace{\sqrt{0,643^2 + 0,766^2}}_{=1,00} \rightarrow S_2 = +48,3 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\sum 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +19 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +12 \cdot \sin 18,43^\circ \\ +12 \cdot \cos 18,43^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3,79 \\ +11,38 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +10 + 19 + 3,79 \\ 0 + 0 + 11,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +32,79 \\ +11,38 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{32,79^2 + 11,38^2} = 34,71 \text{ kN}$$

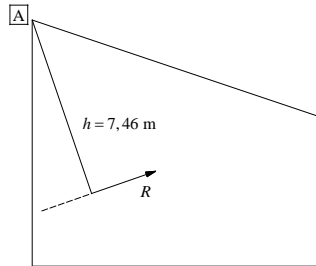
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{11,38}{32,79} = 0,3471 \quad \rightarrow \alpha = 19,1^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt \boxed{A}

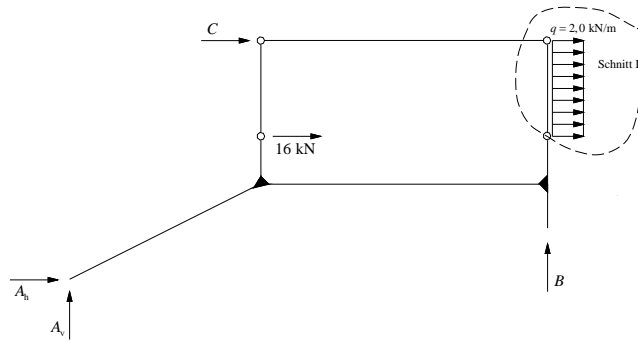
$$3 \quad M_R^{(A)} = +10 \cdot 5,0 + 19 \cdot 7,0 + 12 \cdot 6,325 = +258,90 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungsline von R vom Punkt \boxed{A}

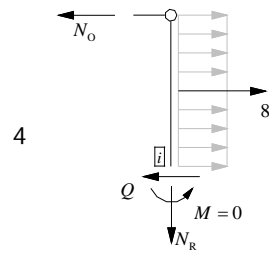
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{258,90}{34,71} = 7,46 \text{ m}$$



Aufgabe 3 $\Sigma 25$



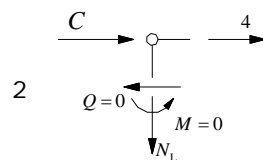
Schnitt I



4

$$4 \quad \sum M^i = 0 \rightarrow N_o = +4 \text{ kN}$$

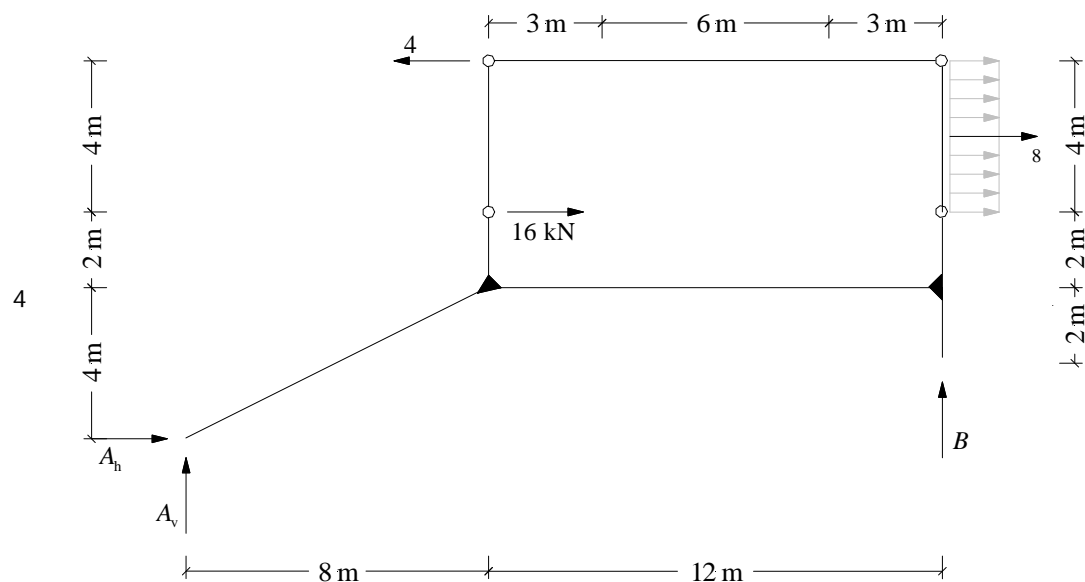
Schnitt um [C]



2

$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow C = -4 \text{ kN}$$

Gesamtssystem

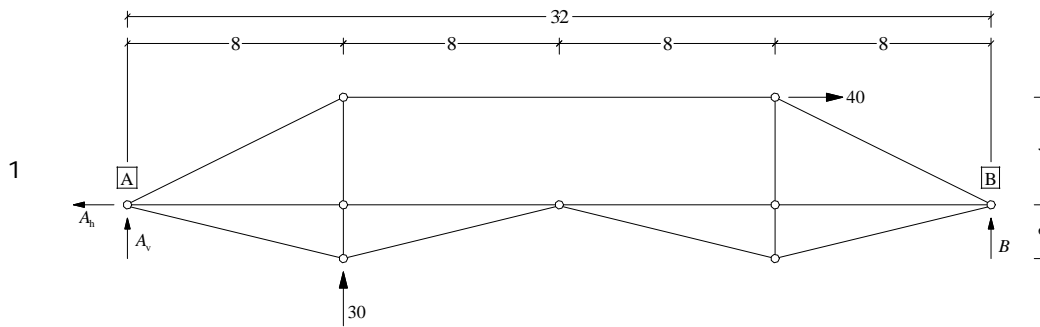


$$3 \quad \sum H = 0: -4 + 16 + 8 + A_h = 0 \rightarrow A_h = -20 \text{ kN}$$

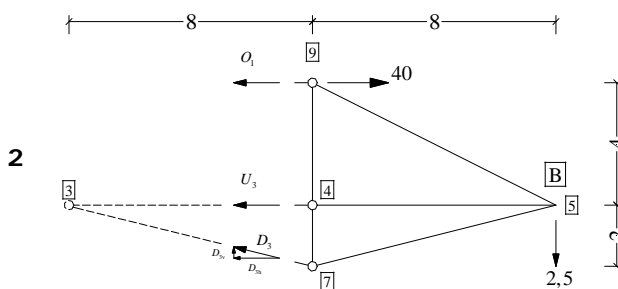
$$3 \quad \sum M^{(A)} = 0: +4 \cdot 10 - 16 \cdot 6 - 8 \cdot 8 + B \cdot 20 = 0 \rightarrow B = +6 \text{ kN}$$

$$3 \quad \sum V = 0 \rightarrow A_v = -B_v = -6 \text{ kN}$$

Aufgabe 4 $\sum 25$



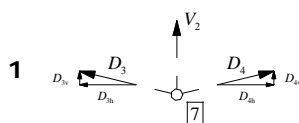
$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &: \rightarrow & A_h &= +40 \\
 1 \quad \sum M^{(B)} = 0 &: -A_v \cdot 32 - 30 \cdot 24 - 40 \cdot 4 = 0 \rightarrow & A_v &= -27,5 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0 &: 27,5 - 30 - B = 0 \rightarrow & B &= -2,5 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

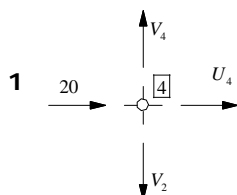
$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum M^{(3)} = 0 &: +O_1 \cdot 4 - 40 \cdot 4 - 2,5 \cdot 16 = 0 & O_1 &= +50 \text{ kN} \\
 1 \quad \sum V = 0 &: \rightarrow & D_{3v} &= +2,5 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{8,0}{2,0} &: \rightarrow D_{3h} = 4 \cdot D_{3v} & D_{3h} &= +10,0 \text{ kN} \\
 1 \quad D_3 &= +\sqrt{10,0^2 + 2,5^2} = +10,31 \text{ kN} & D_3 &= +10,31 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum H = 0 &: -O_1 - D_{3h} - U_3 + 40 = 0 & U_3 &= -20 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Knotenschnitt bei [7]



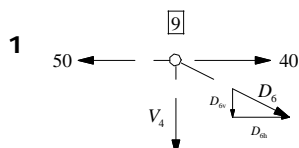
$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum H = 0 &: -D_{3h} + D_{4h} = 0 \rightarrow & D_{4h} &= +10,0 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{4v}}{D_{4h}} = \frac{2,0}{8,0} &: \rightarrow D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h} & D_{4v} &= +2,5 \text{ kN} \\
 1 & & D_4 &= +10,31 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Knotenschnitt bei [4]



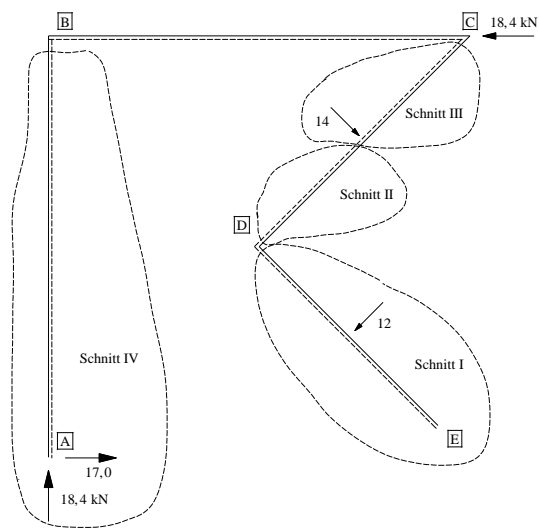
$$2 \quad \sum H = 0 \rightarrow U_4 = -20 \text{ kN}$$

Knotenschnitt bei [9]

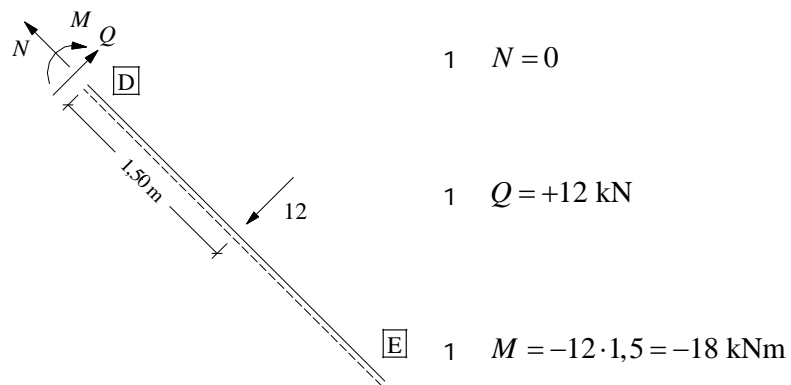


$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum H = 0 &: -50 + 40 + D_{6h} = 0 \rightarrow & D_{6h} &= +10 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{D_{6v}}{D_{6h}} = \frac{4,0}{8,0} &: \rightarrow D_{6v} = 0,5 \cdot D_{6h} & D_{6v} &= +5 \text{ kN} \\
 1 \quad D_6 &= +\sqrt{10^2 + 5^2} = +11,18 \text{ kN} & D_6 &= +11,18 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

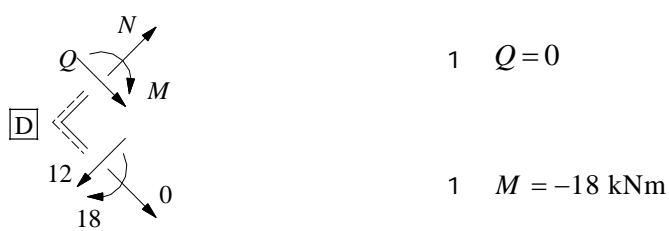
Aufgabe 5 $\Sigma 25$



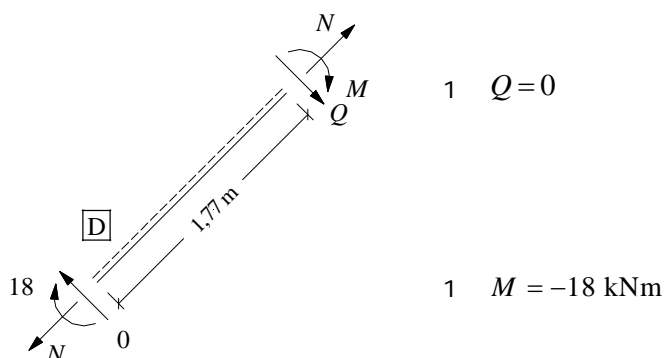
Schnitt I



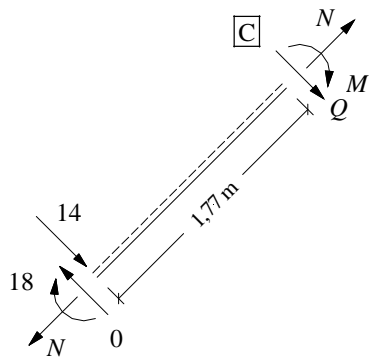
Schnitt um D



Schnitt II



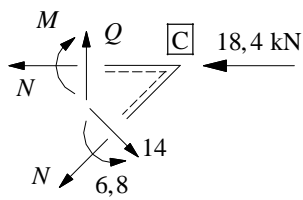
Schnitt III



$$1 \quad Q = -14$$

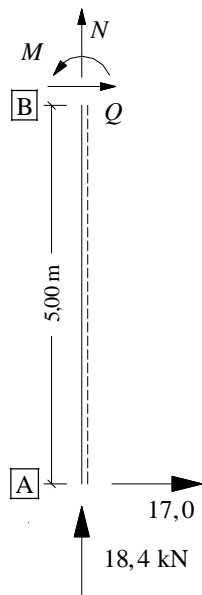
$$2 \quad \sum M^{(C)} = 0: -18 + 14 \cdot 1,77 - M = 0 \rightarrow M = +6,8 \text{ kNm}$$

Schnitt um C



$$1 \quad M = +6,8 \text{ kNm}$$

Schnitt IV

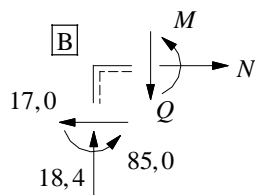


$$1 \quad N = -18,4 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q = -17,0 \text{ kN}$$

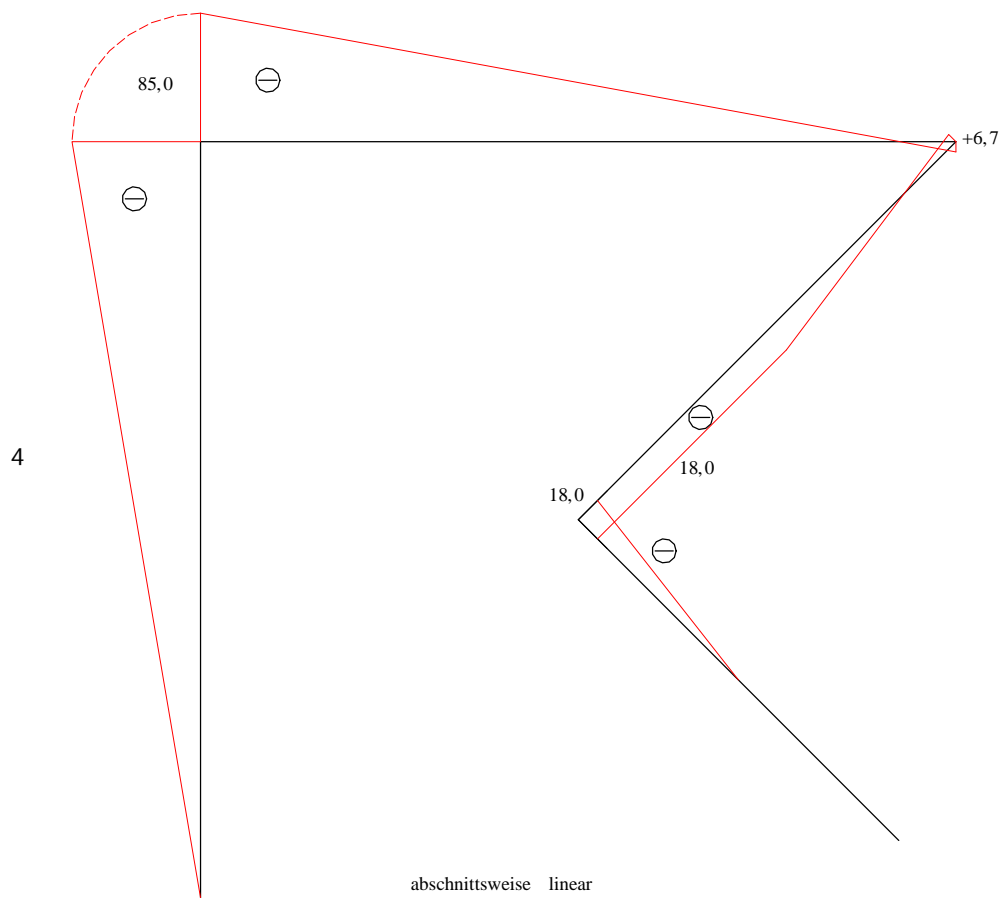
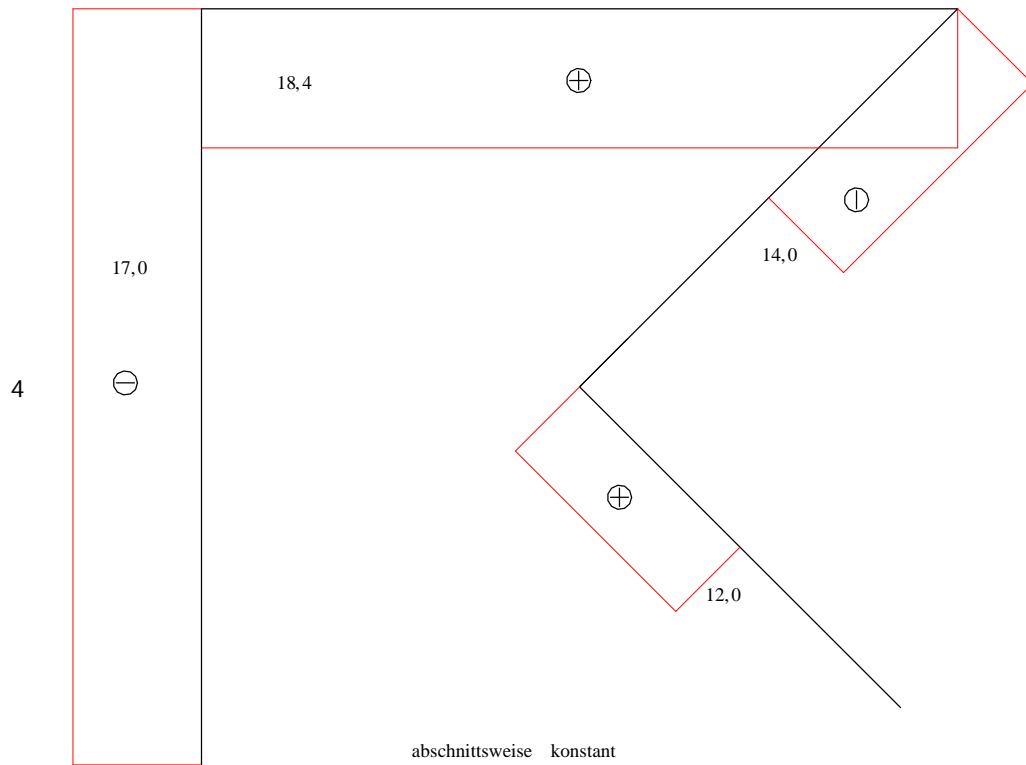
$$2 \quad M = -85,0 \text{ kNm}$$

Schnitt um B



$$1 \quad Q = +18,4 \text{ kN}$$

$$1 \quad M = -85,0 \text{ kNm}$$



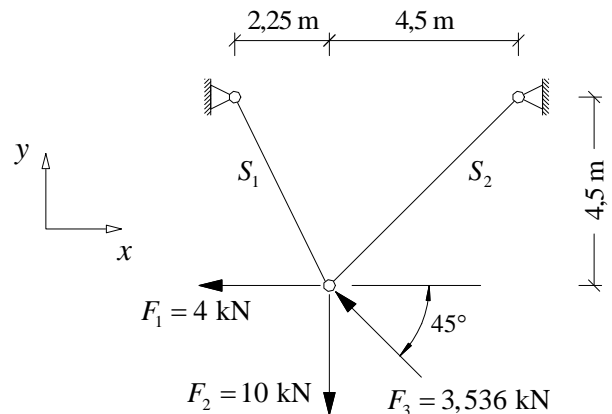
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

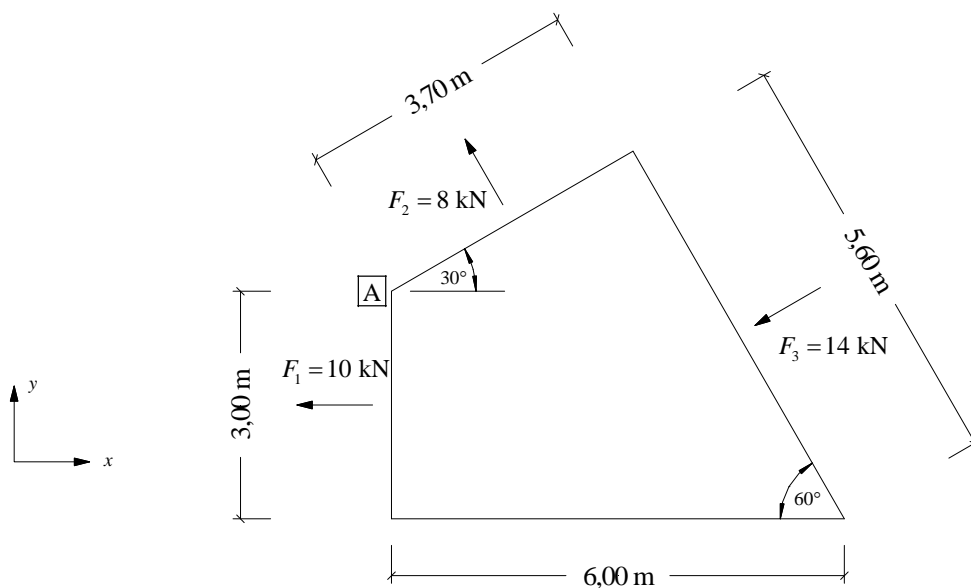
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greift die eingezeichnete Kräftegruppe an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Windlasten ein, die Wirkungslinien verlaufen mittig und senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche.

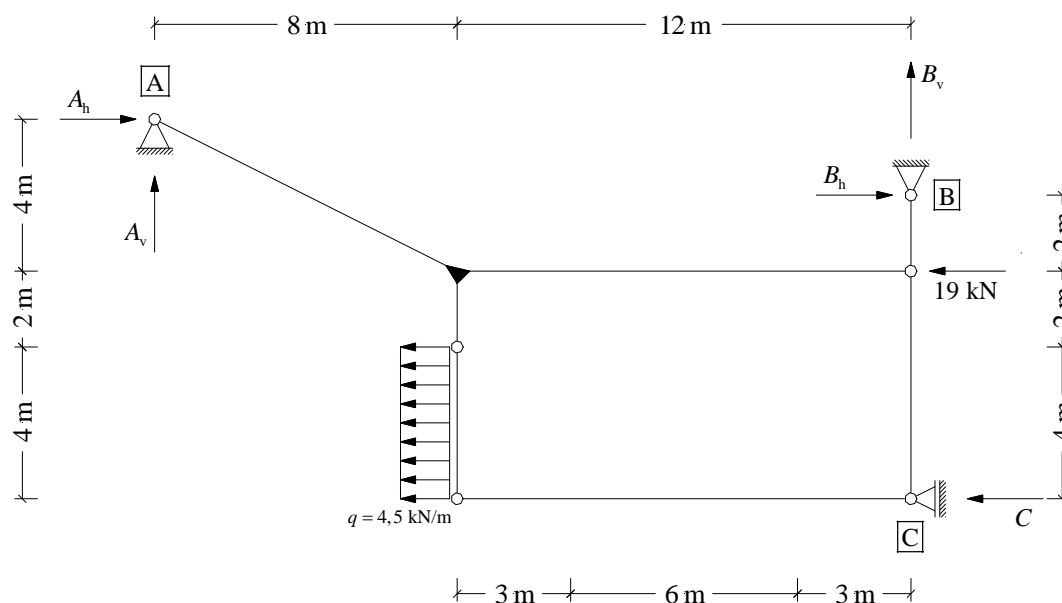


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

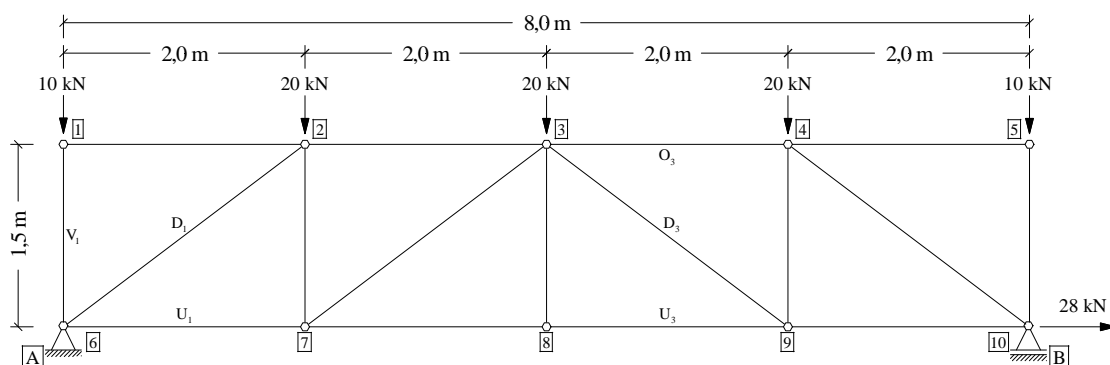
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

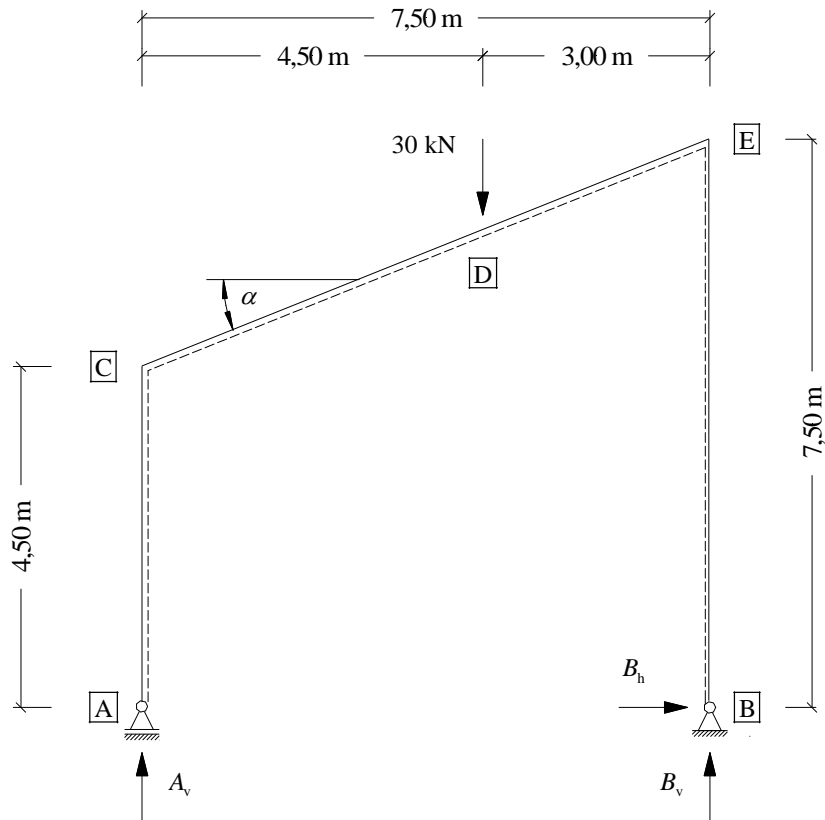
Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

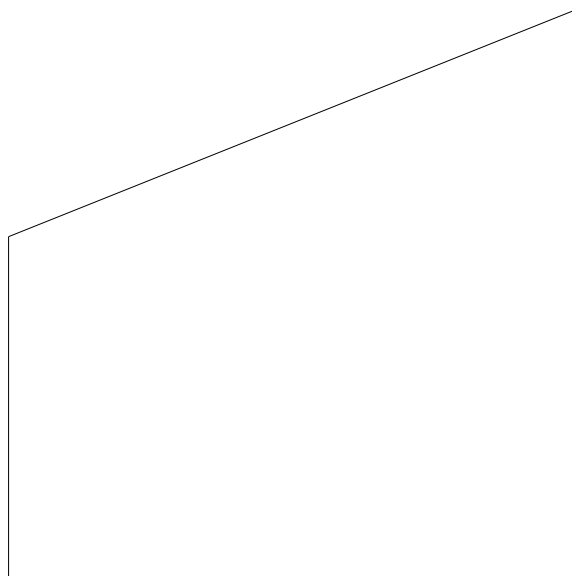
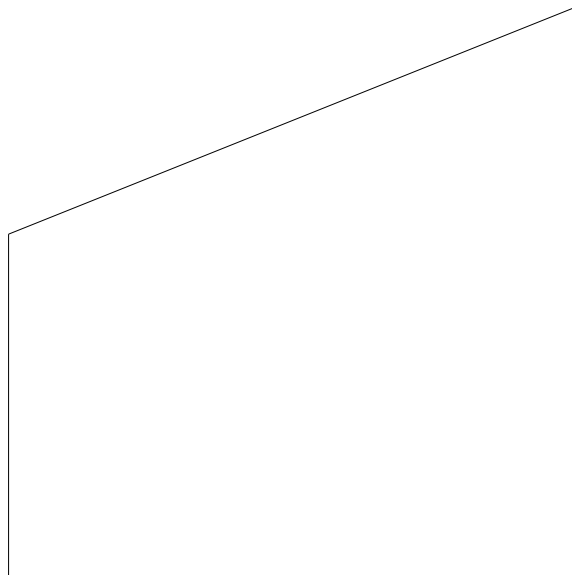
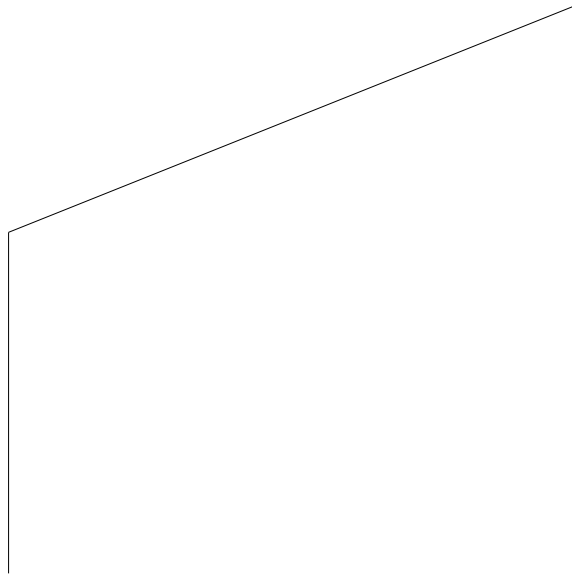
V_1, D_1, U_1 und O_3, D_3, U_3



Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Auflagerkräfte und die Zustandslinien N , Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

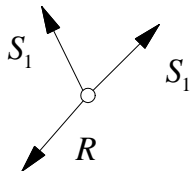




Aufgabe 1 $\sum 15$

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -10 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -3,536 \cdot \cos 45^\circ \\ +3,536 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ +2,5 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} -4+0-2,5 \\ 0-10+2,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6,5 \\ -7,5 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{6,5^2 + 7,5^2} = 9,925 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$\underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

mit Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4,5 \\ +4,5 \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +4,5 \\ +4,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,5 \\ +7,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = -2,25 \cdot 4,5 - 4,5 \cdot 4,5 = -30,375$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{4,5 \cdot 7,5 - 4,5 \cdot 6,5}{-30,375} = +0,148$$

$$b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{(-2,25) \cdot 7,5 - 4,5 \cdot 6,5}{-30,375} = +1,519$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +0,148 \cdot \begin{bmatrix} -2,25 \\ +4,5 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +0,148 \cdot \sqrt{2,25^2 + 4,5^2} = +0,745 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +6,833 \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = 1,519 \cdot \sqrt{4,5^2 + 4,5^2} = 9,664 \text{ kN (Zug)}$$

mit einfachen Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$a \cdot \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,5 \\ +7,5 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = -0,5 \cdot 1 - 1 \cdot 1 = -1,5$$

$$a = -\frac{1 \cdot 7,5 - 1 \cdot 6,5}{-1,5} = +0,667$$

$$b = +\frac{(-0,5) \cdot 7,5 - 1 \cdot 6,5}{-1,5} = +6,833$$

$$\underline{S}_1 = +0,667 \cdot \begin{bmatrix} -0,5 \\ +1 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +0,667 \cdot \sqrt{0,5^2 + 1^2} = +0,745 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\Sigma 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} -8 \cdot \sin 30^\circ \\ +8 \cdot \cos 30^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,0 \\ +6,93 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -14 \cdot \sin 60^\circ \\ -14 \cdot \cos 60^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12,12 \\ -7,0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 - 4,0 - 12,12 \\ 0 + 6,93 - 7,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -26,12 \\ -0,07 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{26,12^2 + 0,07^2} = 26,12 \text{ kN}$$

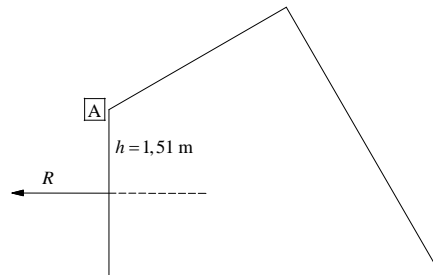
$$1 \quad \tan a = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-0,07}{-26,12} = 0,0027 \rightarrow \alpha = 0,15^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt \boxed{A}

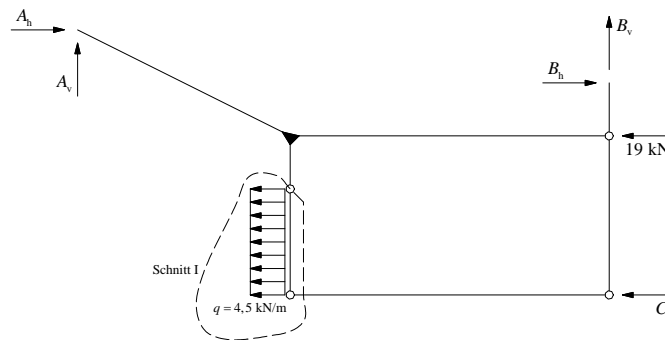
$$3 \quad M_R^{(A)} = -10 \cdot 1,5 + 8 \cdot 1,85 - 14 \cdot 2,80 = -39,40 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt \boxed{A}

$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{39,40}{26,12} = 1,51 \text{ m}$$



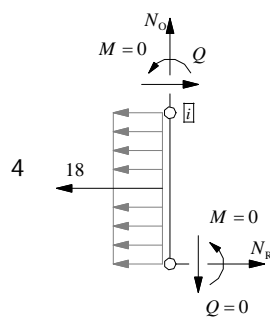
Aufgabe 3 $\sum 25$



Schnitt um **B**

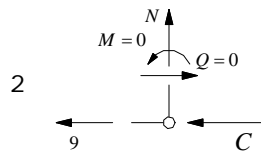
$$\sum H = 0 \rightarrow B_h = 0$$

Schnitt I



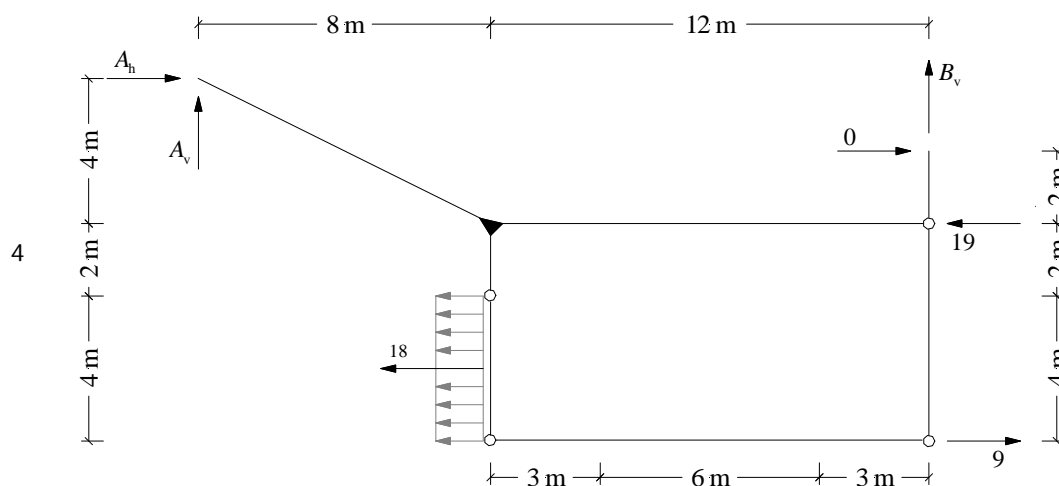
$$\sum M^i = 0 \rightarrow N_R = +9 \text{ kN}$$

Schnitt um **C**



$$\sum H = 0 \rightarrow C = -9 \text{ kN}$$

Gesamtsystem

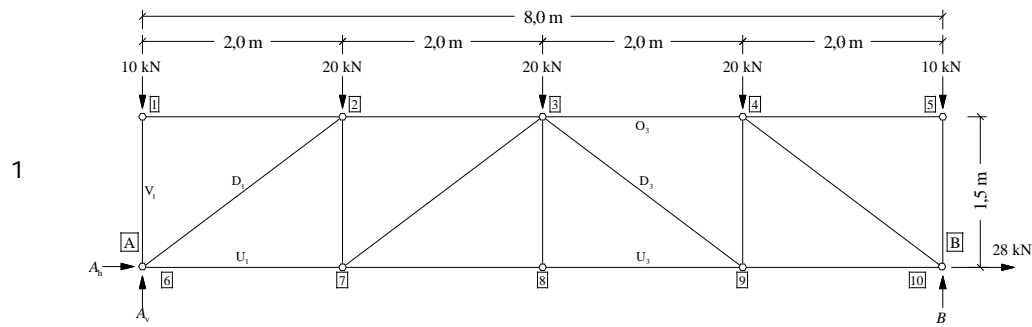


$$\sum H = 0: A_h - 18 + 9 - 19 = 0 \rightarrow A_h = +28 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(A)} = 0: -18 \cdot 8 + 9 \cdot 10 - 19 \cdot 4 + B_v \cdot 20 = 0 \rightarrow B_v = +6,5 \text{ kN}$$

$$\sum V = 0 \rightarrow A_v = -B_v = -6,5 \text{ kN}$$

Aufgabe 4 $\sum 25$

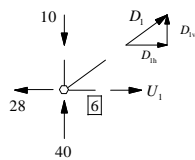


1	$\sum H = 0 \rightarrow$	$A_h = -28 \text{ kN}$
1	$\sum M^{(B)} = 0: -A_v \cdot 8 + 10 \cdot 8 + 20 \cdot (6 + 4 + 2) = 0 \rightarrow$	$A_v = +40 \text{ kN}$
1	$\sum V = 0: -40 + 80 - B = 0 \rightarrow$	$B = +40 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [1]

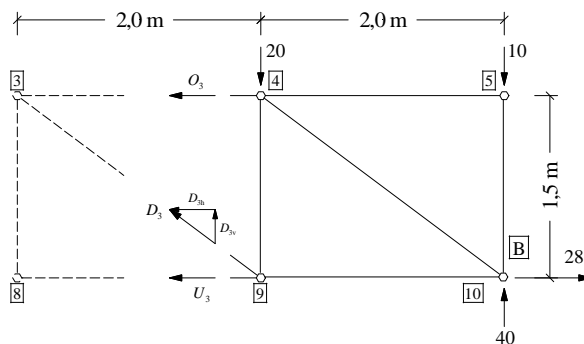
2	$\sum V = 0 \rightarrow$	$V_1 = -10,0 \text{ kN}$
---	--------------------------	--------------------------

Knotenschnitt bei [6]



2	$\sum V = 0: +10 - 40 - D_{1v} \rightarrow$	$D_{1v} = -30,0 \text{ kN}$
2	$\frac{D_{1h}}{D_{1v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{1h} = 1,333 \cdot D_{1v}$	$D_{1h} = -40 \text{ kN}$
2	$D_1 = -\sqrt{30^2 + 40^2}$	$D_1 = -50 \text{ kN}$
2	$\sum H = 0: -28 + D_{1h} + U_1 = 0 \rightarrow$	$U_1 = +68 \text{ kN}$

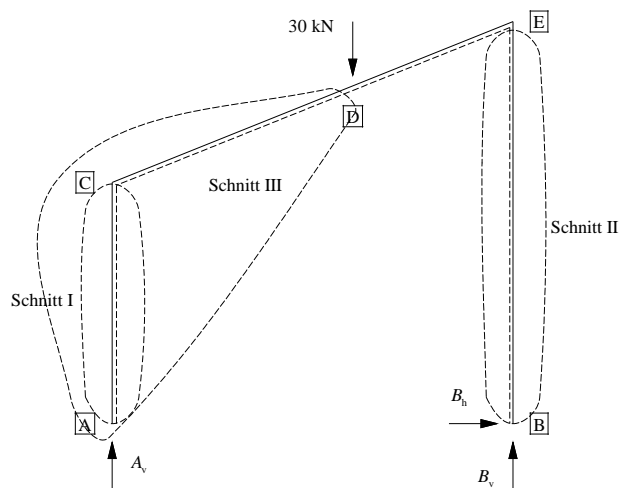
2



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

2	$\sum M^{(9)} = 0: +O_3 \cdot 1,5 + (40 - 10) \cdot 2 = 0$	$O_3 = -40 \text{ kN}$
2	$\sum V = 0: -D_{3v} + 20 + 10 - 40 = 0 \rightarrow$	$D_{3v} = -10 \text{ kN}$
2	$\frac{D_{3h}}{D_{3v}} = \frac{2,0}{1,5} \rightarrow D_{3h} = 1,333 \cdot D_{3v}$	$D_{3h} = -13,3 \text{ kN}$
1	$D_3 = -\sqrt{10^2 + 13,3^2} = -16,7 \text{ kN}$	$D_3 = -16,7 \text{ kN}$
2	$\sum H = 0: -O_3 - D_{3h} - U_3 + 28 = 0$	$U_3 = +81,3 \text{ kN}$

Aufgabe 5 $\Sigma 25$

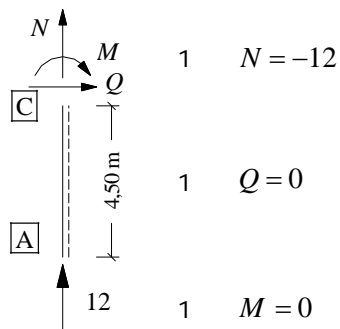


$$1 \quad B_h = 0$$

$$1 \quad A_v = +12 \text{ kN}$$

$$1 \quad B_v = +18 \text{ kN}$$

Schnitt I

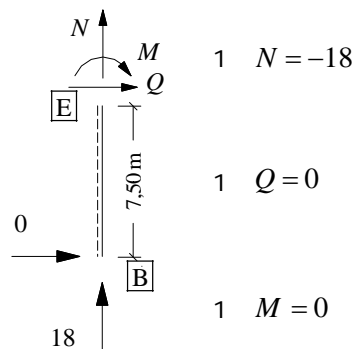


$$1 \quad N = -12$$

$$1 \quad Q = 0$$

$$1 \quad M = 0$$

Schnitt II

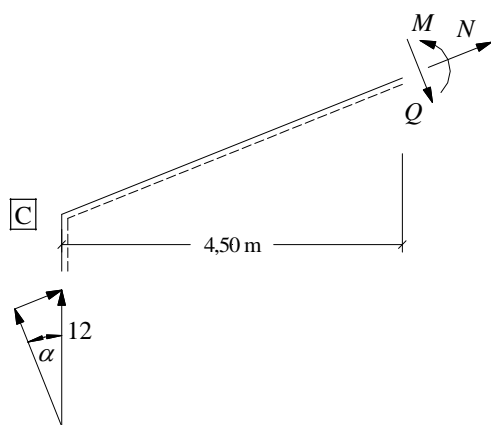


$$1 \quad N = -18$$

$$1 \quad Q = 0$$

$$1 \quad M = 0$$

Schnitt III, unmittelbar links von \boxed{D}



$$1 \quad \tan \alpha = \frac{3,0}{7,5} = 0,4 \rightarrow \alpha = 21,8^\circ$$

$$1 \quad \text{Kraftanteil parallel zu } \boxed{C} - \boxed{E} : \\ 12 \cdot \sin \alpha = 4,46 \text{ kN}$$

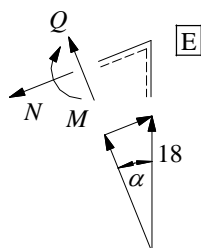
$$1 \quad \text{Kraftanteil senkrecht zu } \boxed{C} - \boxed{E} : \\ 12 \cdot \cos \alpha = 11,14 \text{ kN}$$

$$1 \quad N = -4,46 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q = +11,14 \text{ kN}$$

$$1 \quad M = +12 \cdot 4,5 = +54 \text{ kNm}$$

Schnitt um \boxed{E}

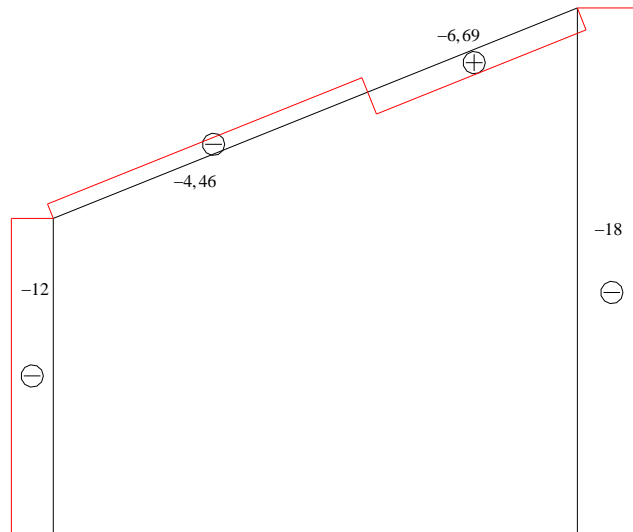


$$1 \quad N = 18 \cdot \sin \alpha = +6,69 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q = -18 \cdot \cos \alpha = -16,7 \text{ kN}$$

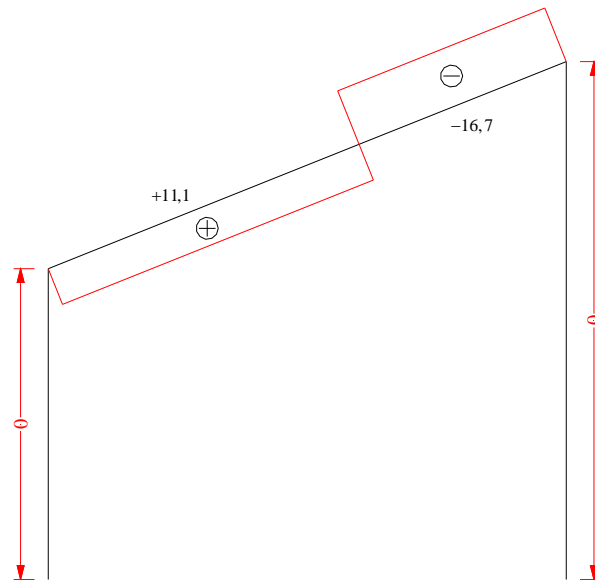
$$1 \quad M = 0$$

2



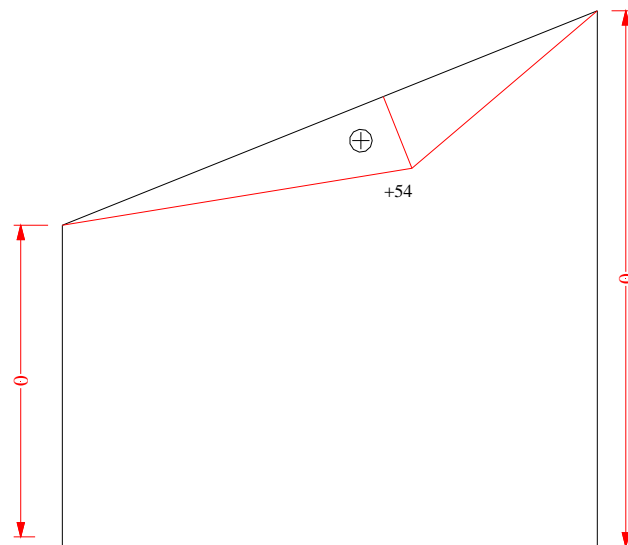
N

2



Q

3



M

Prüfung Technische Mechanik I vom 30. 1. 2012

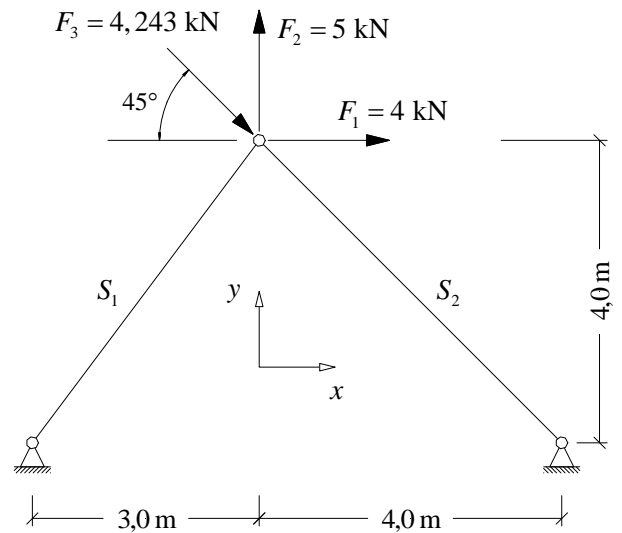
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

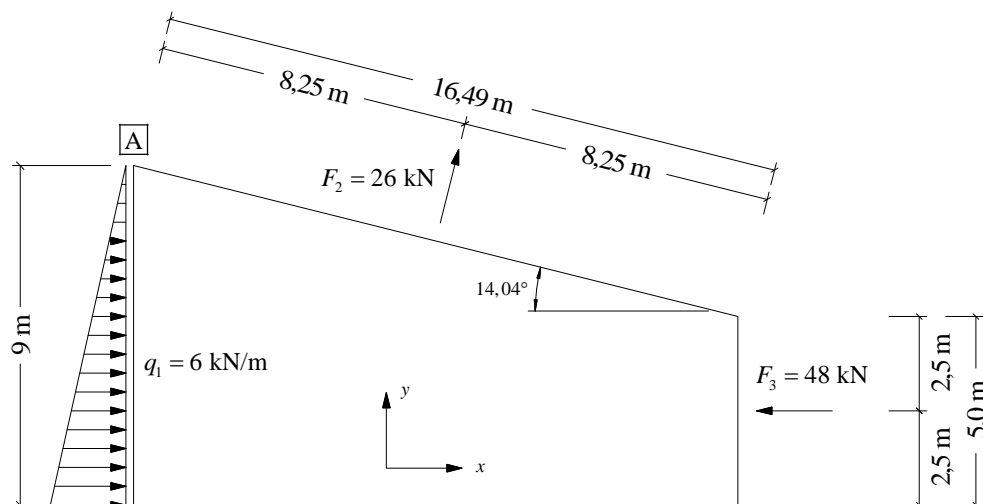
An einem aus zwei Stäben bestehenden Tragwerk greifen die eingezeichneten Kräfte an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Stabkräfte S_1 und S_2 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Lasten ein, deren Wirkungslinien senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche verlaufen.

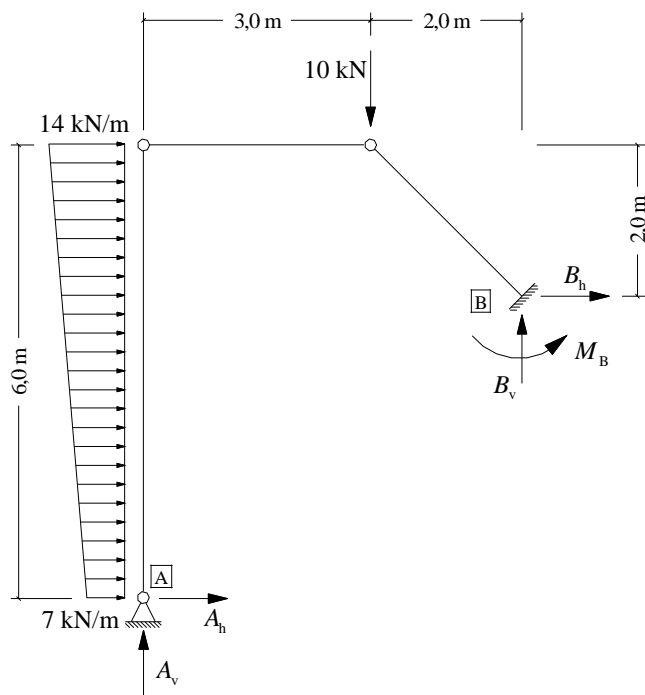


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

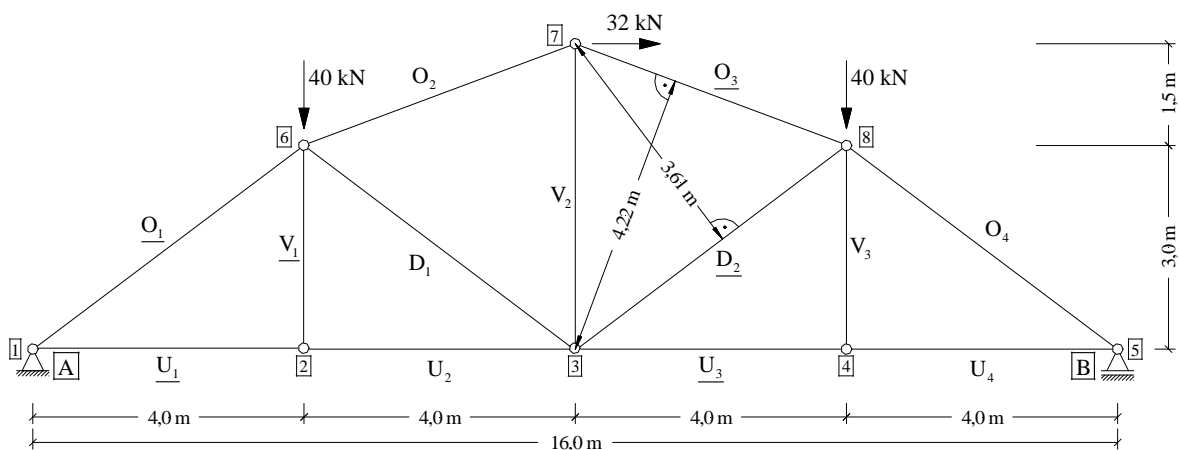
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk die Auflagerkräfte und folgende Stabkräfte:

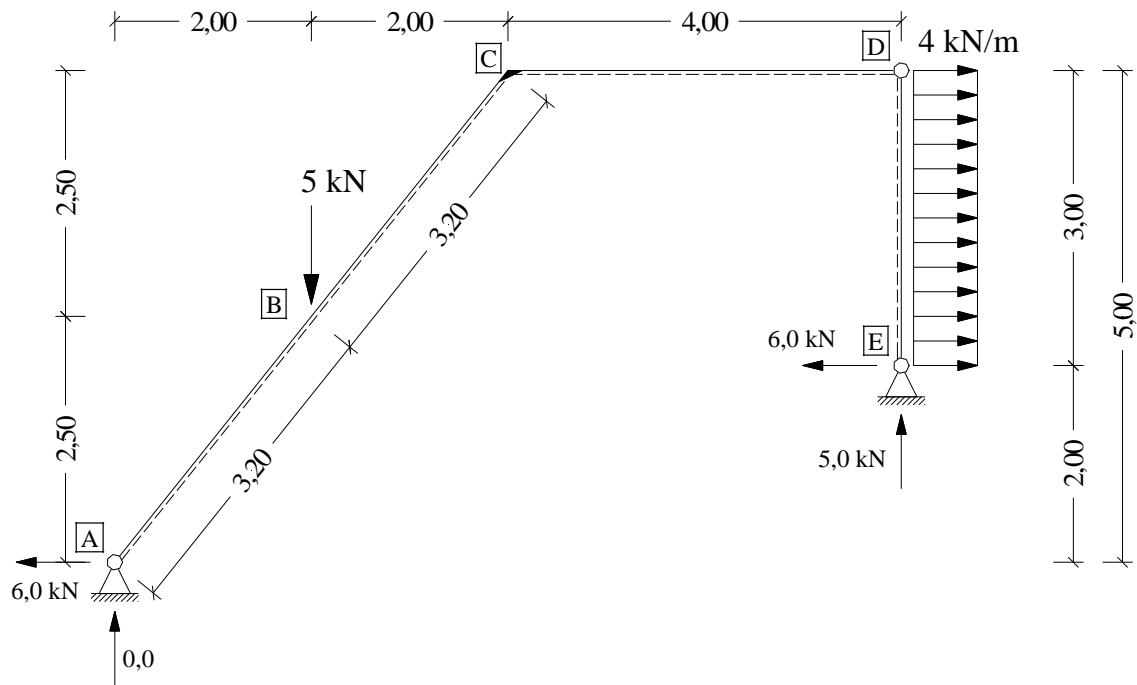
O_1, U_1, V_1 und O_3, D_2, U_3

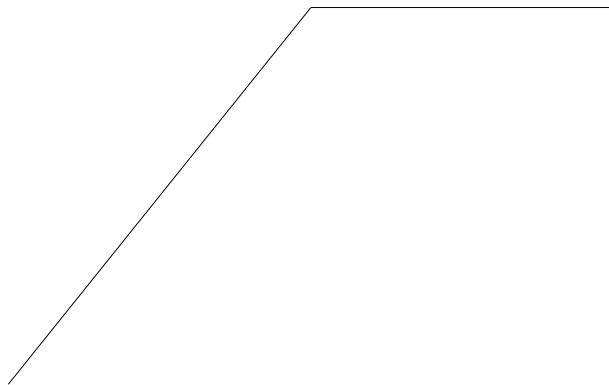
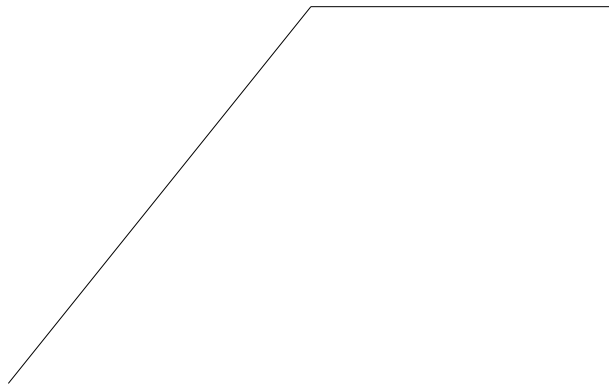
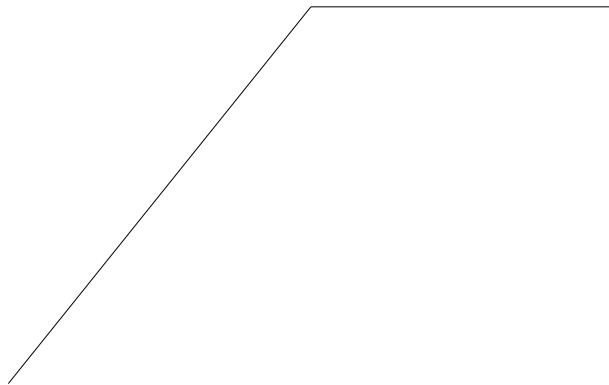


Aufgabe 5 (25 Punkte)

Ermitteln Sie die Zustandslinien N , Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.

Die Auflagerkräfte sind gegeben.

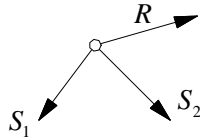




Aufgabe 1 $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +4 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ +5 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} +4,243 \cdot \cos 45^\circ \\ -4,243 \cdot \sin 45^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 4+0+3 \\ 0+5-3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +7 \\ +2 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{7^2 + 2^2} = 7,28 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ -4 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{B} = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$1 \quad D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = (-3) \cdot (-1) - (-4) \cdot (+1) = +7$$

$$2 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{(+1) \cdot (-2) - (-1) \cdot (-7)}{7} = +1,286$$

$$2 \quad b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{(-3) \cdot (-2) - (-4) \cdot (-7)}{7} = -3,143$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +1,286 \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +1,286 \cdot \sqrt{3^2 + 4^2} = +6,429 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = -3,143 \cdot \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$S_2 = -3,143 \cdot \sqrt{1^2 + 1^2} = -4,445 \text{ kN (Druck)}$$

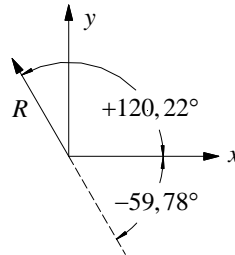
Aufgabe 2 $\sum 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +0,5 \cdot 9 \cdot 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +27 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +26 \cdot \sin 14,04^\circ \\ +26 \cdot \cos 14,04^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +6,31 \\ +25,22 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -48 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 + 6,31 - 48 \\ 0 + 25,22 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14,69 \\ +25,22 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{14,69^2 + 25,22^2} = 29,19 \text{ kN}$$



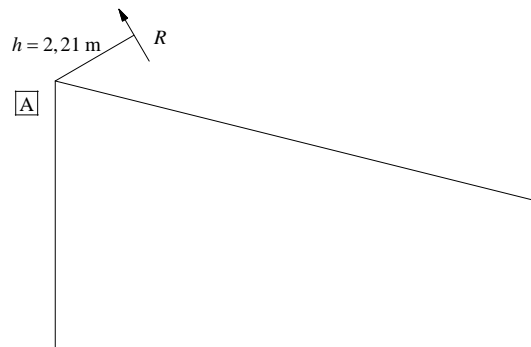
$$1 \quad \tan \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+25,22}{-14,69} = -1,717 \rightarrow \alpha = -59,78^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**

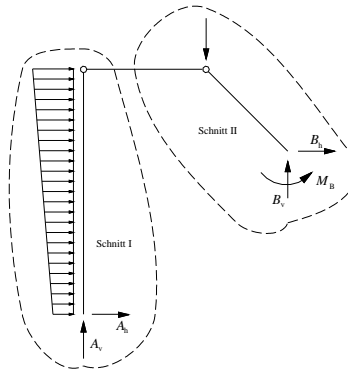
$$3 \quad M_R^{(A)} = 27 \cdot 6,0 + 26 \cdot 8,25 - 48 \cdot 6,5 = +64,5 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

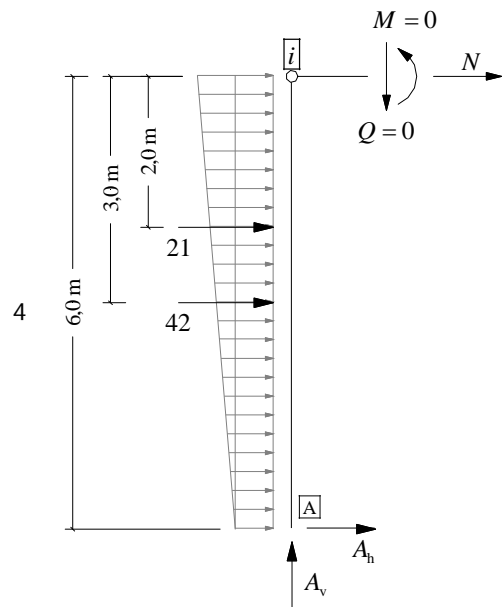
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{64,5}{29,19} = 2,21 \text{ m}$$



Aufgabe 3 $\Sigma 25$



Schnitt I

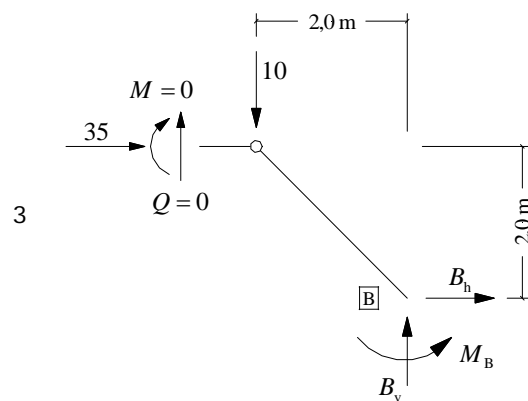


$$\sum V = 0 \rightarrow A_v = 0$$

$$\sum M^{(i)} = 0: +21 \cdot 2,0 + 42 \cdot 3,0 + A_h \cdot 6,0 = 0 \rightarrow A_h = -28 \text{ kN}$$

$$H = 0: -28 + 21 + 42 + N = 0 \rightarrow N = -35 \text{ kN}$$

Schnitt II

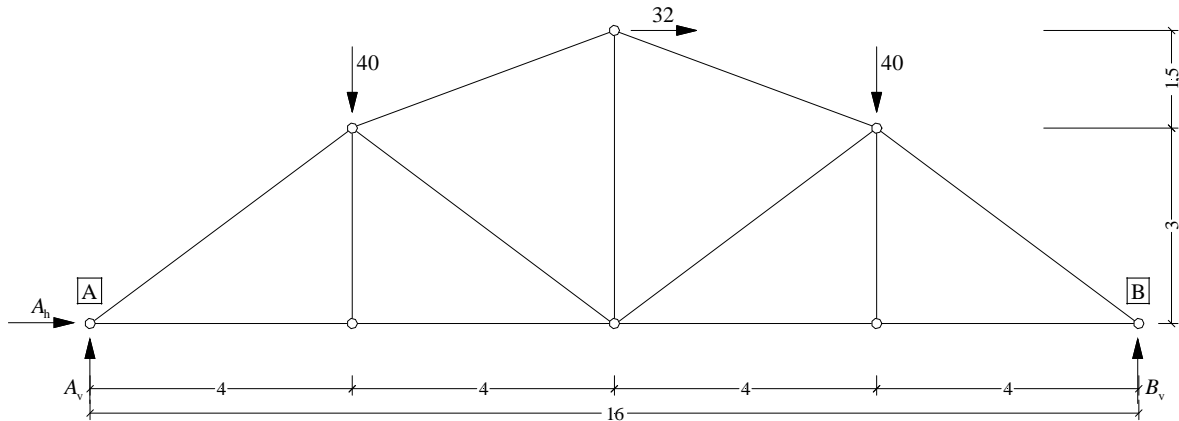


$$H = 0 \rightarrow B_h = -35 \text{ kN}$$

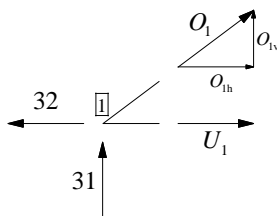
$$\sum V = 0 \rightarrow B_v = +10$$

$$\sum M^{(B)} = 0: -35 \cdot 2,0 + 10 \cdot 2,0 + M_B = 0 \rightarrow M_B = +50 \text{ kNm}$$

Aufgabe 4 $\Sigma 25$

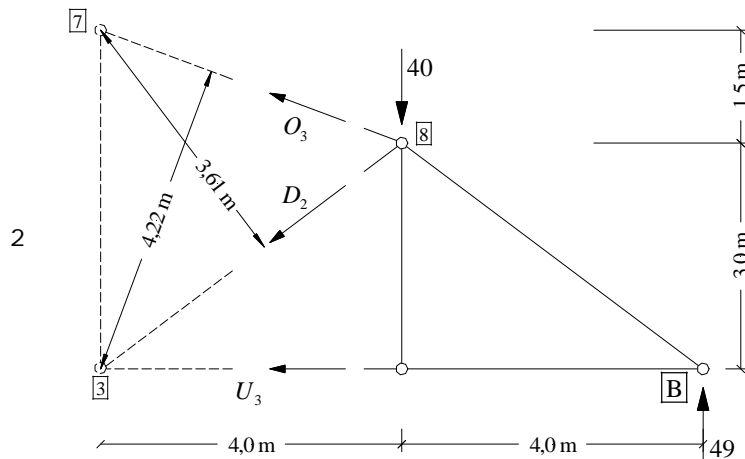


$$\begin{aligned}
 2 \quad \sum H = 0 & \rightarrow A_h = -32 \\
 2 \quad \sum M^{(B)} = 0 & \rightarrow -A_v \cdot 16 + 40 \cdot 12 - 32 \cdot 4,5 + 40 \cdot 4 = 0 \rightarrow A_v = +31 \text{ kN} \\
 2 \quad \sum V = 0 & \rightarrow B_v = +49 \text{ kN}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 1 \quad \sum V = 0 & \rightarrow -31 - O_{1v} = 0 \rightarrow O_{1v} = -31 \text{ kN} \\
 1 \quad \frac{O_{1h}}{O_{1v}} = \frac{4,0}{3,0} & \rightarrow O_{1h} = \frac{4}{3} \cdot O_{1v} \rightarrow O_{1h} = -41,33 \text{ kN} \\
 1 \quad O_1 = -\sqrt{41,33^2 + 31^2} & \rightarrow O_1 = -51,67 \text{ kN} \\
 3 \quad \sum V = 0 & \rightarrow -32 + \underbrace{O_{1h}}_{-41,33} + U_1 = 0 \rightarrow U_1 = +73,33 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

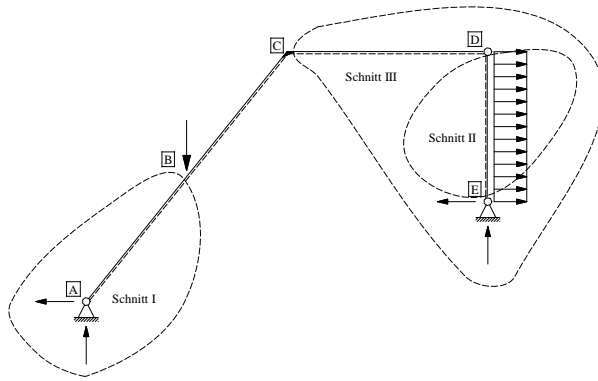
$$2 \quad \text{Knotenschnitt um } \boxed{2} \text{ bzw. Erkennung von Nullstäben: } V_1 = 0$$



Rittersches Schnittverfahren mit rechter Trägerseite

$$\begin{aligned}
 3 \quad \sum M^{(3)} = 0 & \rightarrow +O_3 \cdot 4,22 - 40 \cdot 4,0 + 49 \cdot 8,0 = 0 \rightarrow O_3 = -54,98 \text{ kN} \\
 3 \quad \sum M^{(8)} = 0 & \rightarrow -U_3 \cdot 3,0 + 49 \cdot 4,0 = 0 \rightarrow U_3 = +65,33 \text{ kN} \\
 3 \quad \sum M^{(7)} = 0 & \rightarrow -\underbrace{U_3}_{+65,33} \cdot 4,5 - D_2 \cdot 3,61 - 40 \cdot 4,0 + 49 \cdot 8,0 = 0 \rightarrow D_2 = -17,17 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 5 $\Sigma 25$



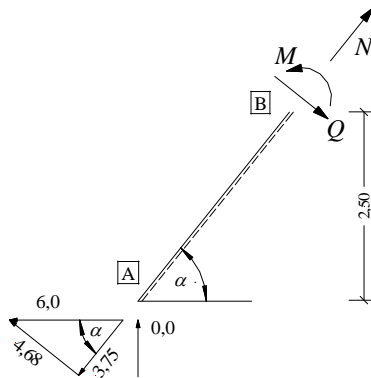
Neigungswinkel Balken A-C

$$\sin \alpha = \frac{2,50}{3,20} \text{ bzw.}$$

$$\cos \alpha = \frac{2,00}{3,20} \text{ bzw.}$$

$$\tan \alpha = \frac{2,50}{2,00} \rightarrow \alpha \approx 51,3^\circ$$

Schnitt I

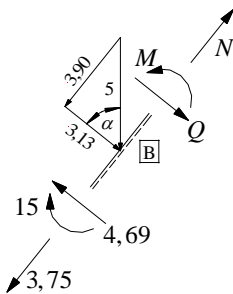


$$F_{\parallel} = 6,0 \cdot \cos \alpha = 6,0 \cdot \frac{2,0}{3,2} = 3,75 \text{ kN} \rightarrow N = +3,75 \text{ kN}$$

$$F_{\perp} = 6,0 \cdot \sin \alpha = 6,0 \cdot \frac{2,5}{3,2} = 4,69 \text{ kN} \rightarrow Q = +4,69 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(B)} = 0: -6,0 \cdot 2,5 + M = 0 \rightarrow M = +15,0 \text{ kNm}$$

Schnitt um B



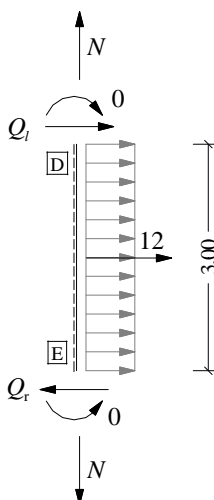
$$\sum \parallel = 0: +3,75 + \underbrace{5 \cdot \sin \alpha}_{3,90} - N = 0 \rightarrow N = +7,65 \text{ kN}$$

$$\sum \perp = 0: -4,69 + \underbrace{5 \cdot \cos \alpha}_{3,13} + Q = 0 \rightarrow Q = +1,56 \text{ kN}$$

Schnitt um E

$$\rightarrow N = -5 \text{ kN}$$

Schnitt II

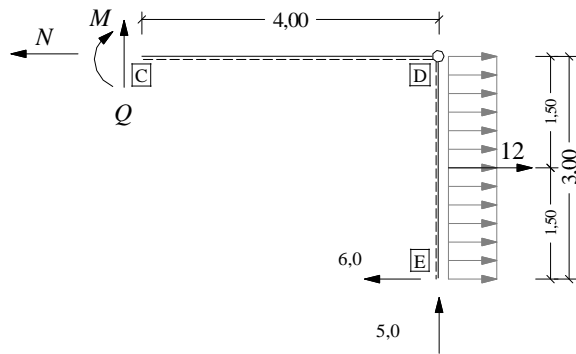


$$\sum M^{(D)} = 0: \rightarrow Q_r = +6 \text{ kN}$$

$$\sum H = 0: \rightarrow Q_l = -6 \text{ kN}$$

$$M_{\text{Mitte}} = -q \cdot \frac{l^2}{8} = -4,5 \text{ kNm}$$

Schnitt III

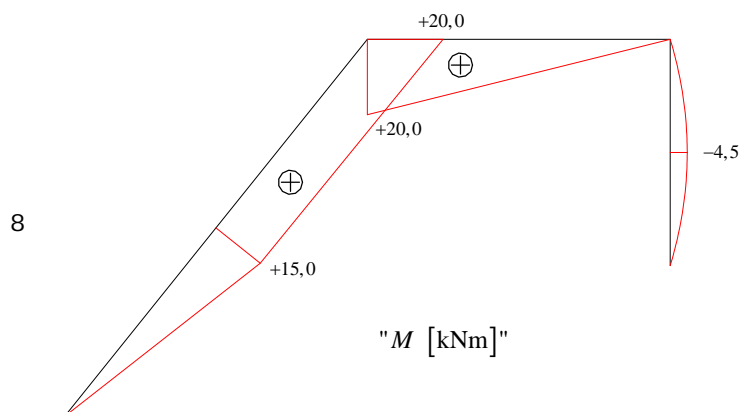
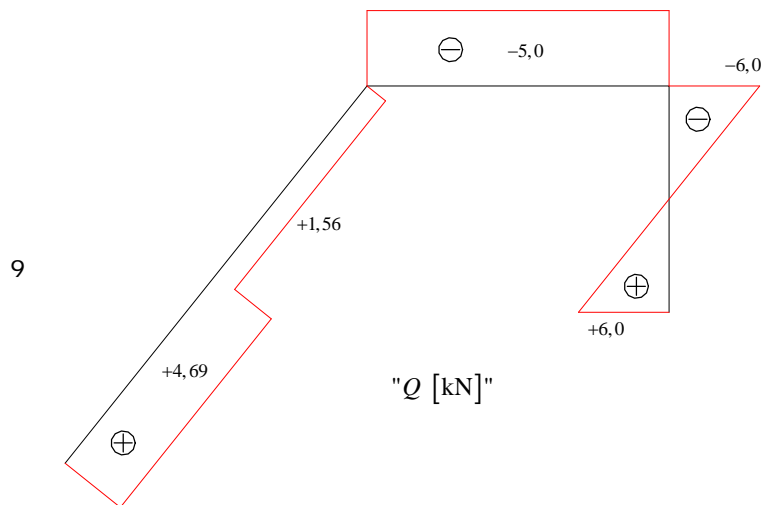
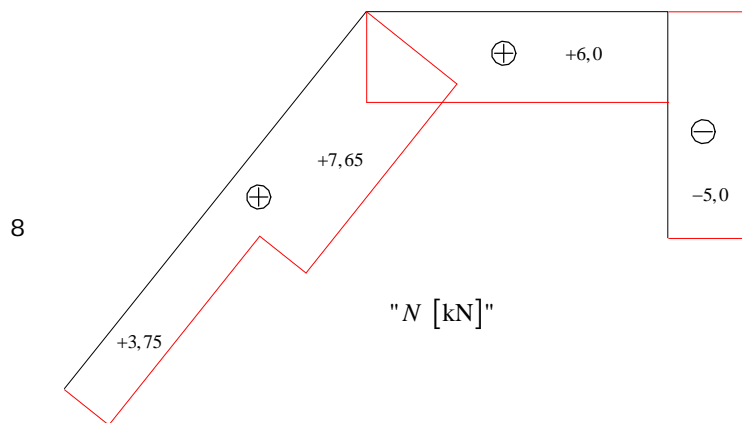


$$\rightarrow N = +6 \text{ kN}$$

$$\rightarrow Q = -5 \text{ kN}$$

$$\sum M^{(C)} = 0: -M + 12 \cdot 1,5 - 6,0 \cdot 3 + 5,0 \cdot 4 = 0$$

$$\rightarrow M = +20 \text{ kNm}$$



Prüfung Technische Mechanik I vom 4. 2. 2013

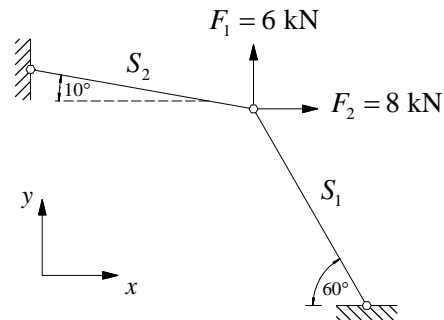
Name, Vorname: _____ Matr.-Nr.: _____

Aufgabe	1	2	3	4	5	Summe
Punkte						/100

Aufgabe 1 (15 Punkte)

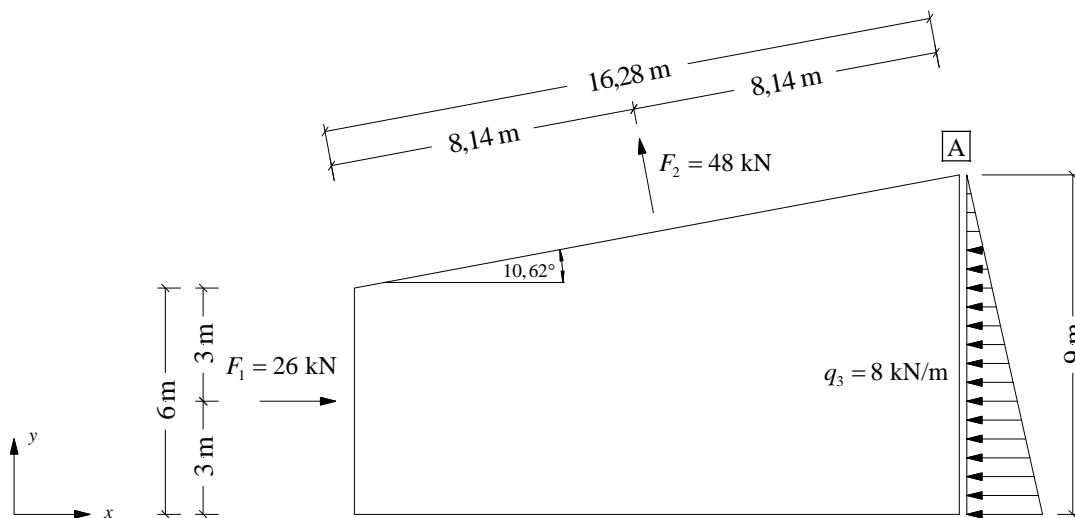
An einem aus zwei Seilen bestehenden Tragwerk greifen die eingezeichneten beiden Kräfte an.

Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe und berechnen Sie die Seilkräfte S_1 und S_2 mit Hilfe der Vektorrechnung.



Aufgabe 2 (10 Punkte)

Auf einen Baukörper wirken drei Lasten ein, deren Wirkungslinien senkrecht zur jeweiligen Angriffsfläche verlaufen.

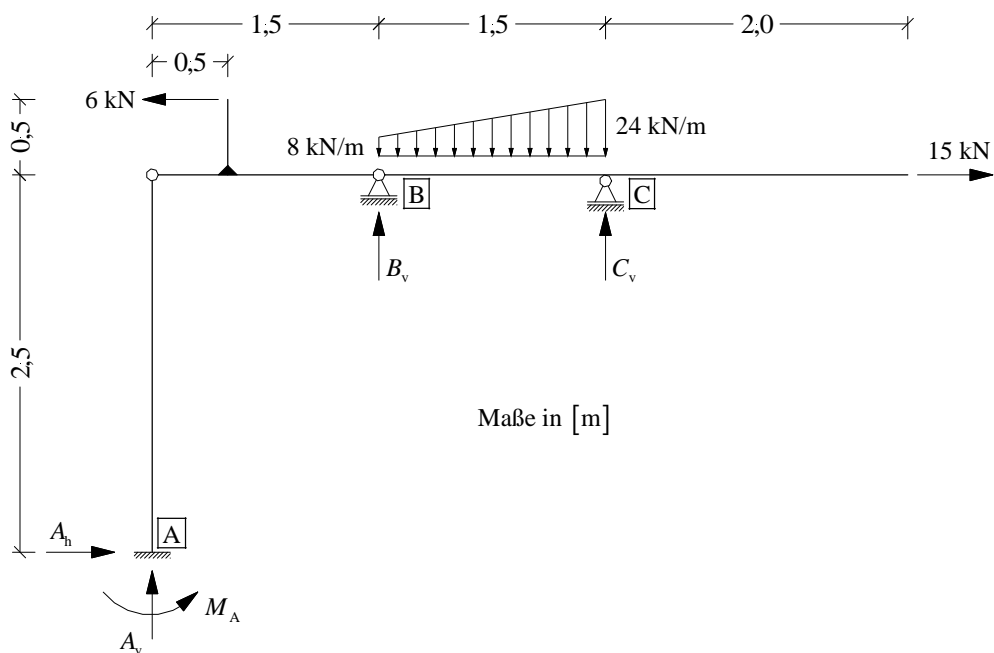


Ermitteln Sie die Resultierende dieser Kräftegruppe in folgenden Schritten:

- resultierende Kraft R und Neigungswinkel α
- resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt **A**
- Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt **A**

Aufgabe 3 (25 Punkte)

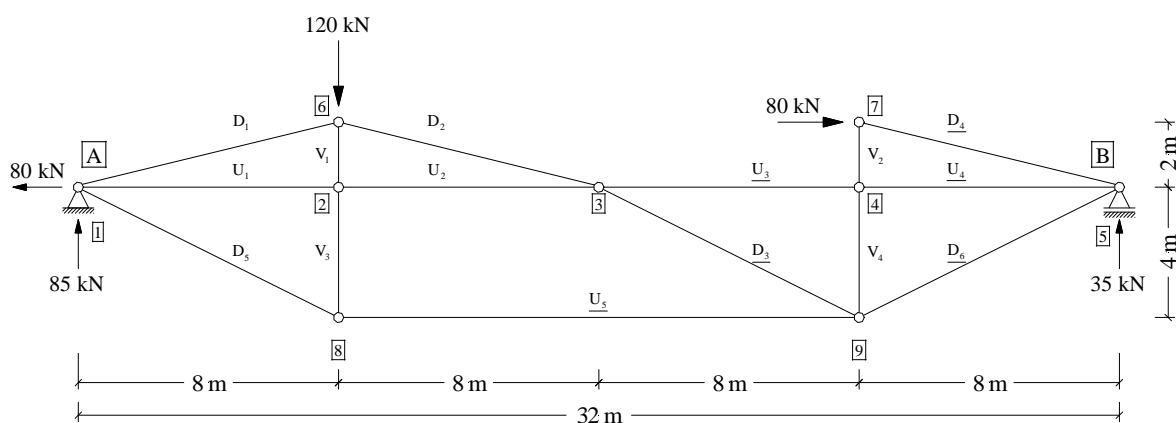
Berechnen Sie die Auflagerkräfte im nachfolgend dargestellten System.



Aufgabe 4 (25 Punkte)

Berechnen Sie für das dargestellte Fachwerk folgende Stabkräfte:

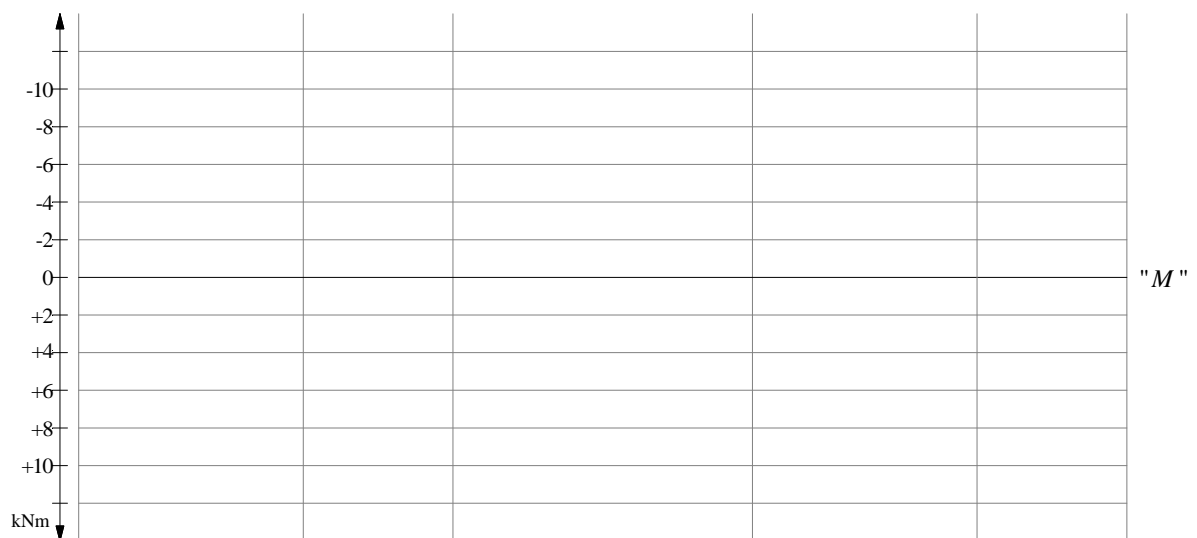
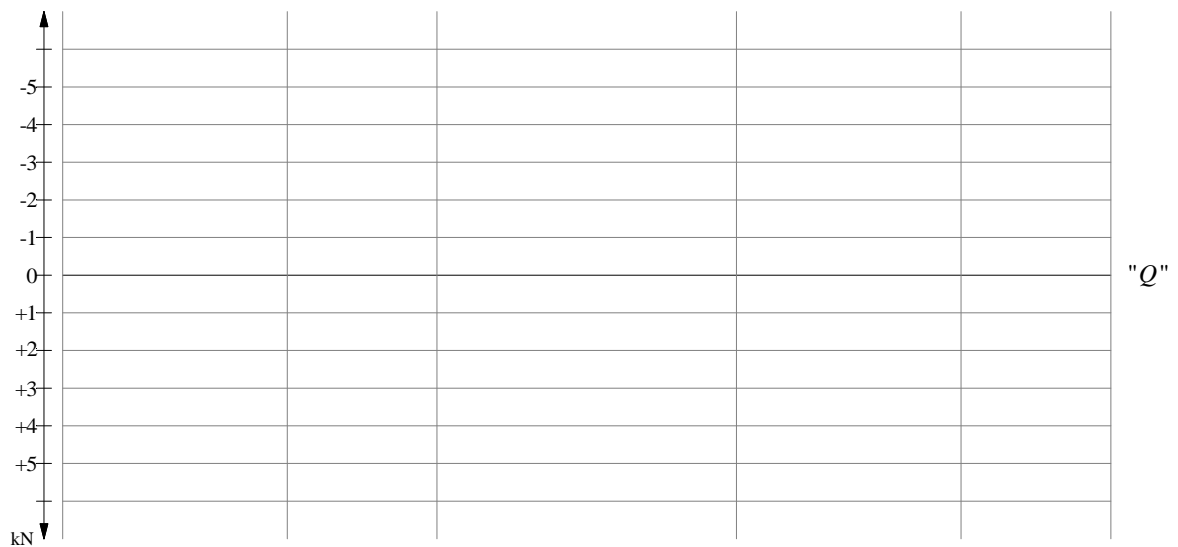
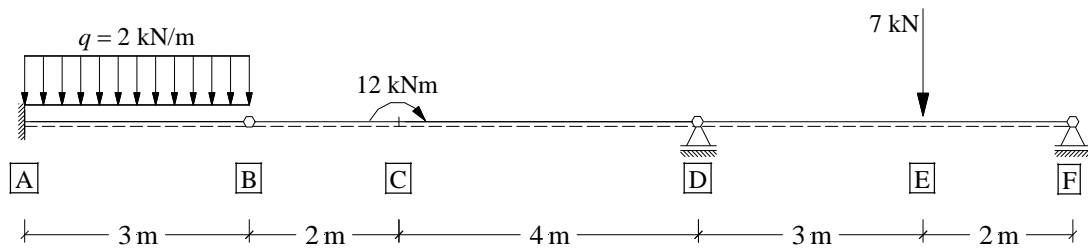
D_3, U_3, U_5 und D_4, U_4, D_6



Die Auflagerkräfte sind gegeben!

Aufgabe 5 (25 Punkte)

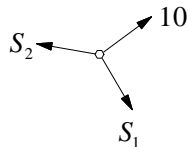
Ermitteln Sie die Zustandslinien Q und M am nachfolgend dargestellten statischen System.



Aufgabe 1 $\sum 15$

$$2 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ +6 \end{bmatrix} \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} +8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} 0+8 \\ 6+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +8 \\ +6 \end{bmatrix} \rightarrow R = |\underline{R}| = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,0 \text{ kN}$$



Gleichgewichtsbedingung:

$$1 \quad \underline{S}_1 + \underline{S}_2 + \underline{R} = \underline{0} \rightarrow \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = -\underline{R}$$

$$a \cdot \underline{A} + b \cdot \underline{B} = -\underline{R}$$

Richtungsvektoren $\underline{A}; \underline{B}$ aus der Bemaßung:

$$2 \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix}; \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$2 \quad a \cdot \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix} + b \cdot \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Lösung:

$$D = A_x \cdot B_y - A_y \cdot B_x = \cos 60^\circ \cdot (-\sin 10^\circ) - (-\sin 60^\circ) \cdot \cos 10^\circ = +0,766$$

$$5 \quad a = -\frac{B_x \cdot R_y - B_y \cdot R_x}{D} = -\frac{\cos 10^\circ \cdot 6 - (-\sin 10^\circ) \cdot 8}{0,766} = +9,53$$

$$b = +\frac{A_x \cdot R_y - A_y \cdot R_x}{D} = +\frac{\cos 60^\circ \cdot 6 - (-\sin 60^\circ) \cdot 8}{0,766} = +12,96$$

$$1 \quad \underline{S}_1 = +9,53 \cdot \begin{bmatrix} +\cos 60^\circ \\ -\sin 60^\circ \end{bmatrix}$$

$$S_1 = +9,53 \cdot \underbrace{\sqrt{\cos^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}}_{=1} = +9,53 \text{ kN (Zug)}$$

$$1 \quad \underline{S}_2 = +12,96 \cdot \begin{bmatrix} +\cos 10^\circ \\ -\sin 10^\circ \end{bmatrix}$$

$$S_2 = +12,96 \text{ kN (Zug)}$$

Aufgabe 2 $\sum 10$

a) resultierende Kraft R und Neigungswinkel α

$$3 \quad \underline{F}_1 = \begin{bmatrix} +26 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{bmatrix} -48 \cdot \sin 10,62^\circ \\ +48 \cdot \cos 10,62^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8,85 \\ +47,18 \end{bmatrix}; \quad \underline{F}_3 = \begin{bmatrix} -0,5 \cdot 8 \cdot 9 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad \underline{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 - 8,85 - 36 \\ 0 + 47,18 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18,85 \\ +47,18 \end{bmatrix}$$

$$1 \quad |\underline{R}| = R = \sqrt{18,85^2 + 47,18^2} = 50,81 \text{ kN}$$

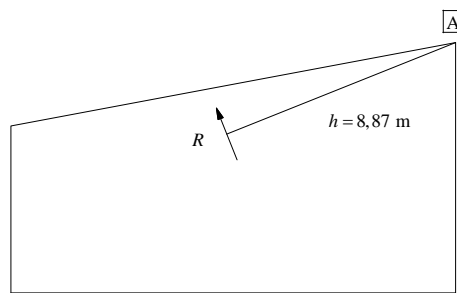
$$1 \quad \tan a = \frac{R_y}{R_x} = \frac{+47,18}{-18,85} = -2,50 \quad \rightarrow \alpha = -68,22^\circ$$

b) resultierendes Moment M_R in Bezug auf den Punkt \boxed{A}

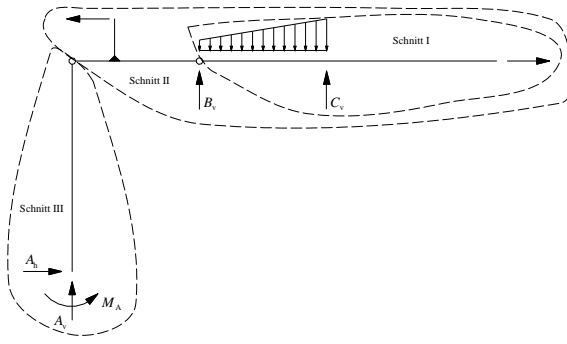
$$3 \quad M_R^{(A)} = 26 \cdot 6,0 - 48 \cdot 8,14 - 36 \cdot 6,0 = -450,72 \text{ kNm}$$

c) Abstand h der Wirkungslinie von R vom Punkt \boxed{A}

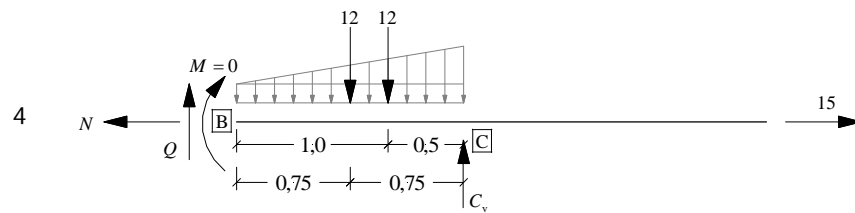
$$1 \quad h = \left| \frac{M_R^{(A)}}{R} \right| = \frac{450,72}{50,81} = 8,87 \text{ m}$$



Aufgabe 3 $\Sigma 25$

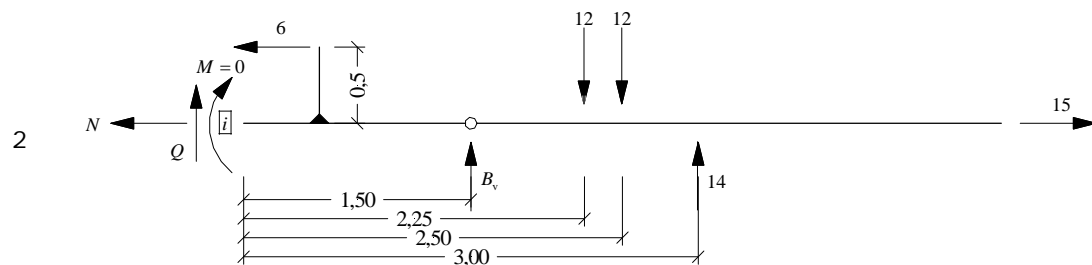


Schnitt I



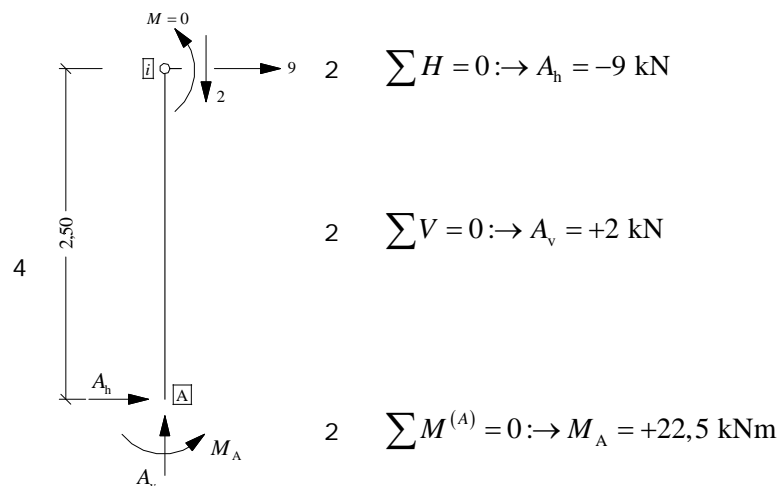
- 1 $N = +15 \text{ kN}$
- 2 $\sum M^{(B)} = 0: -12 \cdot 0,75 - 12 \cdot 1 + C_v \cdot 1,5 = 0 \rightarrow C_v = +14 \text{ kN}$

Schnitt II

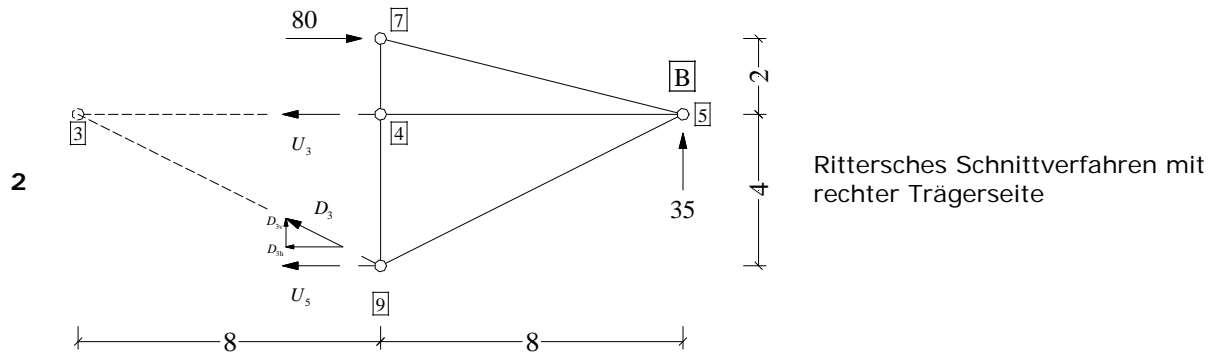


- 2 $\sum M^{(i)} = 0: +6 \cdot 0,5 + B_v \cdot 1,5 - 12 \cdot 2,25 - 12 \cdot 2,50 + 14 \cdot 3,00 = 0 \rightarrow B_v = +8 \text{ kN}$
- 2 $\sum H = 0: \rightarrow N = 9 \text{ kN}$
- 2 $\sum V = 0: -Q - 8 + 12 + 12 - 14 = 0 \rightarrow Q = +2 \text{ kN}$

Schnitt III



Aufgabe 4 $\sum 25$



2 $\sum M^{(3)} = 0: -U_5 \cdot 4 - 80 \cdot 2 + 35 \cdot 16 = 0$

$U_5 = +100 \text{ kN}$

2 $\sum M^{(9)} = 0: +U_3 \cdot 4 - 80 \cdot 6 + 35 \cdot 8 = 0$

$U_3 = +50 \text{ kN}$

2 $\sum H = 0: -D_{3h} + 80 - 50 - 100 = 0 \rightarrow$

$D_{3h} = -70 \text{ kN}$

2 $\frac{D_{3v}}{D_{3h}} = \frac{4,0}{8,0} \rightarrow D_{3v} = 0,5 \cdot D_{3h}$

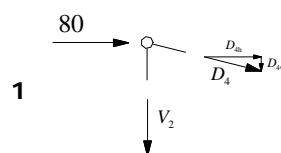
$D_{3v} = -35 \text{ kN}$

2 $D_3 = -\sqrt{70^2 + 35^2} = -78,26 \text{ kN}$

$D_3 = -78,26 \text{ kN}$

2 $U_4 = U_3 = +50 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [7]



1 $\sum H = 0: +80 + D_{4h} = 0 \rightarrow$

$D_{4h} = -80 \text{ kN}$

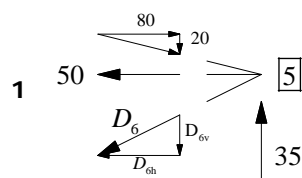
2 $\frac{D_{4v}}{D_{4h}} = \frac{2,0}{8,0} \rightarrow D_{4v} = 0,25 \cdot D_{4h}$

$D_{4v} = -20 \text{ kN}$

2 $D_4 = -\sqrt{80^2 + 20^2} = -82,46 \text{ kN}$

$D_4 = -82,46 \text{ kN}$

Knotenschnitt bei [5]



1 $\sum H = 0: 80 - 50 - D_{6h} = 0 \rightarrow$

$D_{6h} = +30 \text{ kN}$

1 $\sum V = 0: 20 + D_{6v} - 35 = 0 \rightarrow$

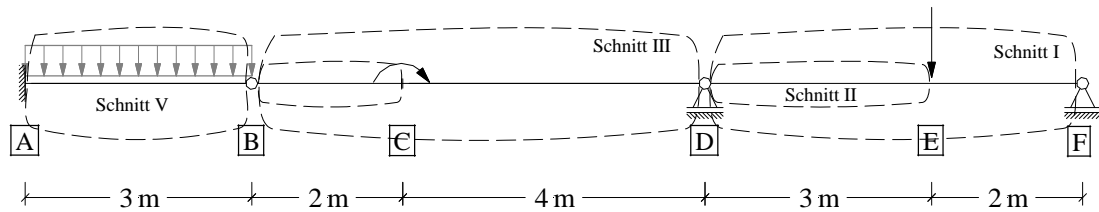
$D_{6v} = +15 \text{ kN}$

2 $D_6 = +\sqrt{30^2 + 15^2} = +33,54 \text{ kN}$

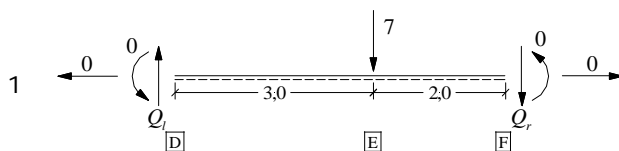
$D_6 = +33,54 \text{ kN}$

$\frac{D_{6v}}{D_{6h}} = 0,5 \quad \frac{15}{30} = 0,5 \rightarrow \text{Kontrolle ok}$

Aufgabe 5 $\Sigma 25$



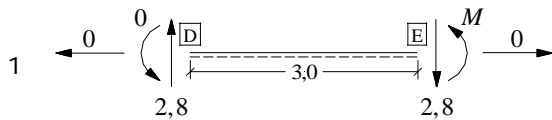
Schnitt I



$$1 \quad \sum M^{(D)} = 0: -Q_r \cdot 5 - 7 \cdot 3 = 0 \rightarrow Q_r = -4,2 \text{ kN}$$

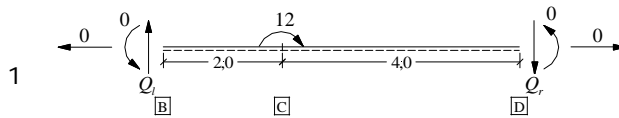
$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 7 - 4,2 = 0 \rightarrow Q_l = +2,8 \text{ kN}$$

Schnitt II



$$1 \quad \sum M^{(D)} = 0: -2,8 \cdot 3 + M = 0 \rightarrow M = +8,4 \text{ kNm}$$

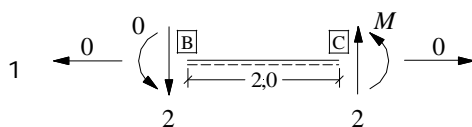
Schnitt III



$$1 \quad \sum M^{(B)} = 0: -Q_r \cdot 6 + 12,0 = 0 \rightarrow Q_r = -2 \text{ kN}$$

$$1 \quad Q(x) = \text{konstant} \rightarrow Q_l = Q_r = -2 \text{ kN}$$

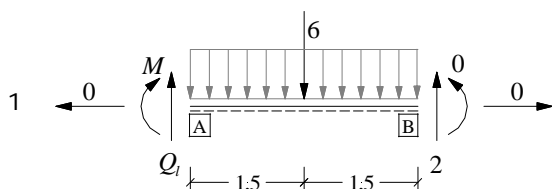
Schnitt IV



$$1 \quad \sum M^{(C)} = 0: +2 \cdot 2 + M = 0 \rightarrow M = -4 \text{ kNm}$$

1 Unstetigkeit in der Momentenlinie: Moment rechts von \boxed{C} : $M = -4 + 12 = +8 \text{ kNm}$

Schnitt V

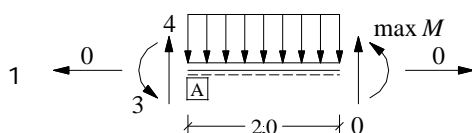


$$1 \quad \sum M^{(A)} = 0: -M + 2 \cdot 3 - 6 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow M = -3 \text{ kNm}$$

$$1 \quad \sum V = 0: -Q_l + 6 - 2 = 0 \rightarrow Q_l = 4 \text{ kN}$$

max M im Abschnitt \boxed{A} - \boxed{B}

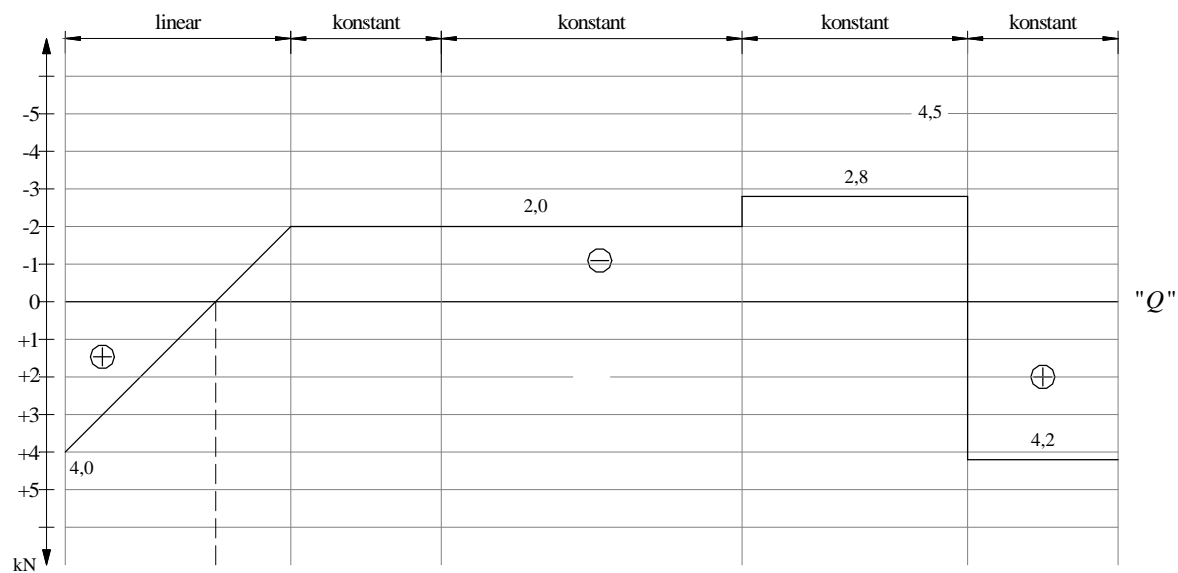
$$1 \quad Q(x) = 0 \text{ bei } x = 4,0 \text{ m von Punkt } \boxed{A}$$



$$1 \quad \sum M^{(A)} = 0: +3 - 2 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + \max M = 0$$

$$\rightarrow \max M = +1,0 \text{ kNm}$$

4



4

