

Vorlesung Holzbau II



DIN EN 1995-1-1 Eurocode 5:2010-12
DIN EN 1995-1-1 Nationaler Anhang:2013-08
DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07

Teil 2
Zusammengesetzte Biege- und Druckstäbe
mit nachgiebigem Verbund

Inhaltsverzeichnis

Beispielverzeichnis	1
Tabellenverzeichnis	1
5 Zusammengesetzte Biegestäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund	3
5.1 Ermittlung der Spannungen	3
5.2 Tragfähigkeitsnachweis der Teilquerschnitte	6
5.3 Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel	6
5.4 Vereinfachter Beulnachweis für dünnwandige Stege.....	7
5.5 Verformungsberechnung	7
6 Zusammengesetzte Druckstäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund und doppelsymmetrischem Querschnitt.....	23
6.1 Berechnung der Längssteifigkeit des Gesamtquerschnitts und der Spannungen in den Querschnittsteilen	24
6.2 Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) Typen A und B.....	24
6.3 Knicknachweis für die starre Achse (Knicken um die z-Achse) Typ A2	25
6.4 Berechnung des Knickbeiwertes	26
6.5 Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel	26
Literaturverzeichnis.....	41
Stichwortverzeichnis.....	43

Beispielverzeichnis

Beispiel 5-1 Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem genagelten I-Träger Typ A	9
Beispiel 5-2 Tragfähigkeitsnachweis an einem genagelten I-Träger Typ B	16
Beispiel 6-1 Tragfähigkeitsnachweis an einer genagelten I-Stütze NH C24 Typ A2	31
Beispiel 6-2 Tragfähigkeitsnachweis an einer Holzrahmenbau-Stütze Typ A1/B	34

Tabellenverzeichnis

Tab. 6-1 Knickbeiwerte k_c für Nadelvollholz und Brettschichtholz	27
Tab. 6-2 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse P4	28
Tab. 6-3 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse P5	28
Tab. 6-4 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse P6	29
Tab. 6-5 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse P7	29

5 Zusammengesetzte Biegestäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund

Zur Erhöhung des Trägheitsmomentes können Träger aus mehreren Querschnitten mit Hilfe von mechanischen Verbindungsmitteln zusammengesetzt werden. Da Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln eine erhebliche Nachgiebigkeit aufweisen, muss dies bei der Berechnung von Schnittgrößen und Verformungen berücksichtigt werden.

5.1 Ermittlung der Spannungen

Zusammengesetzte Biegestäbe mit nachgiebigem Verbund werden nach drei Typen unterschieden.

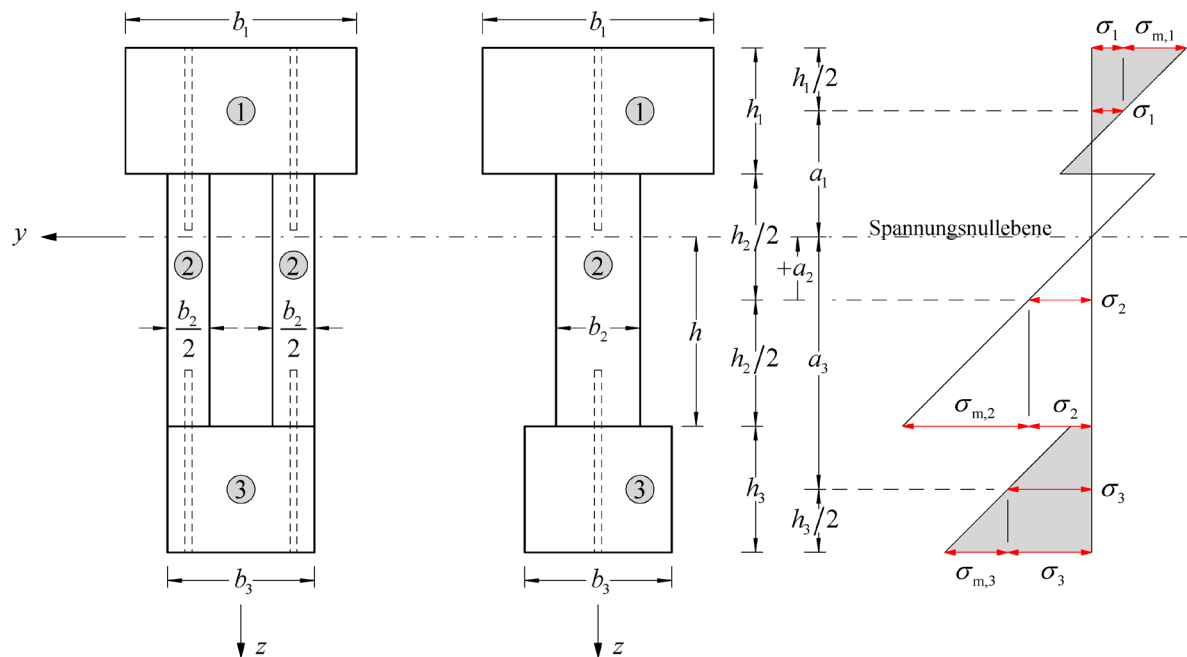


Abb. 5-1 Querschnittstypen A1 (links) und A2 (rechts)

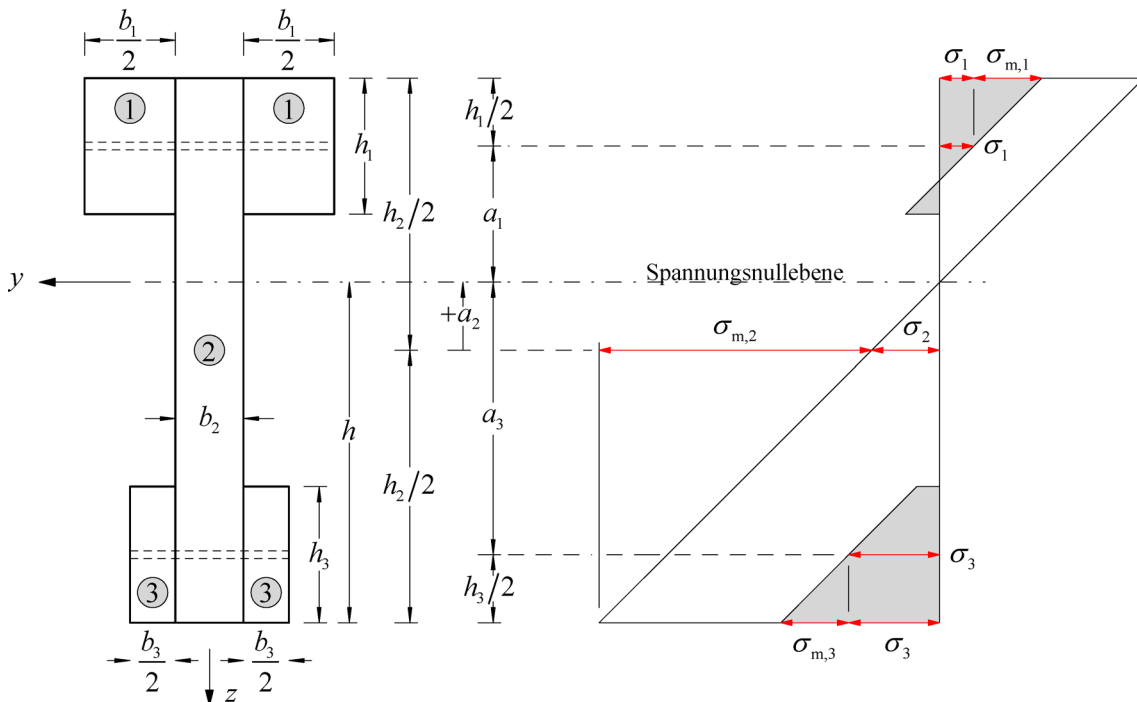


Abb. 5-2 Querschnittstyp B

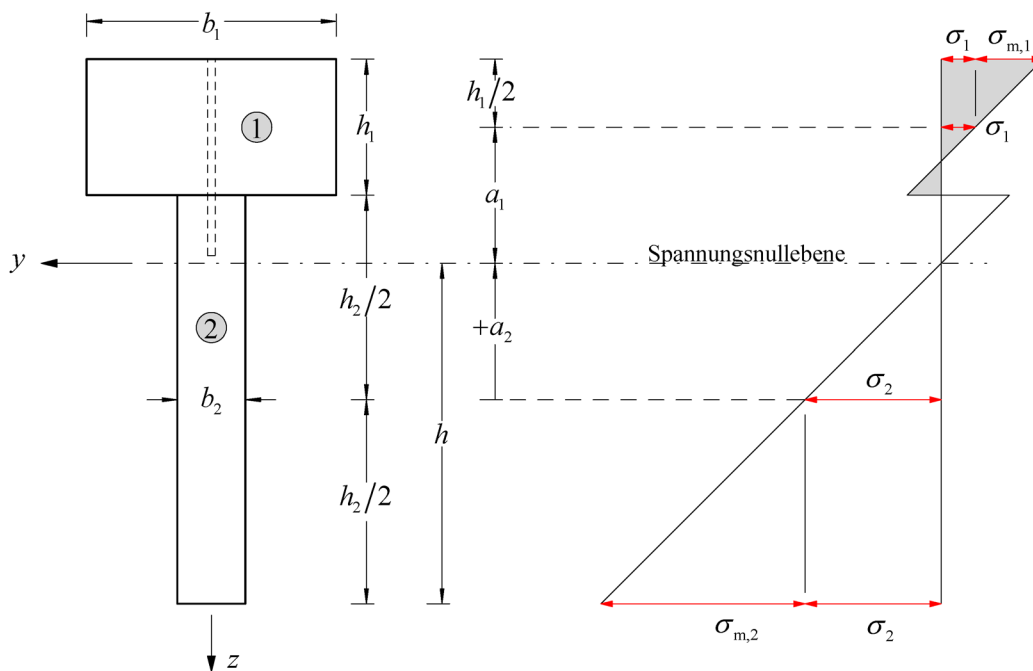


Abb. 5-3 Querschnittstyp C

Die Schnittgrößen der Teilquerschnitte von durch Streckenlasten auf Biegung beanspruchten Verbundbauteilen nach Abb. 5-1 bis Abb. 5-3 dürfen nach dem folgenden Näherungsverfahren berechnet werden.

Bei der Ermittlung der Schnittgrößen der Teilquerschnitte muss das unterschiedliche Kriechverhalten dieser Baustoffe berücksichtigt werden. Da das Kriechverhalten von Holz/Holzwerkstoffen einerseits und den Verbindungen andererseits unterschiedlich ist, werden die Schnittgrößen jeweils für den *Anfangs-* und den *Endzustand* berechnet und jeweils der Nachweis der Tragfähigkeit geführt.

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) \quad \text{bzw.} \quad (5.1)$$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = E \cdot \sum_1^3 (I_i + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2) \quad \text{für } E_1 = E_2 = E_3 = E \quad (5.2)$$

E-Modul im Anfangszustand:

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} \quad (5.3)$$

E-Modul im Endzustand:

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \quad (5.4)$$

$(E \cdot I)_{\text{ef}}$ effektive Biegesteifigkeit bezüglich der y-Achse

E_i E-Modul des jeweiligen Teilquerschnitts

I_i Trägheitsmoment I_y des jeweiligen Teilquerschnitts: $I_i = b_i \cdot h_i^3 / 12$

A_i Querschnittsfläche des jeweiligen Teilquerschnitts: $A_i = b_i \cdot h_i$

a_i Abstand des Schwerpunktes der Teilfläche A_i von der Trägheitsachse des Gesamtquerschnitts

γ_i Nachgiebigkeitsfaktor, mit dem der Steinersche Anteil $A_i \cdot a_i^2$ des jeweiligen Teilquerschnitts abgemindert wird, $0 \leq \gamma_i \leq 1$

ψ_2 Beiwert für den quasi-ständigen Anteil der Einwirkung, die die größte Spannung im Verhältnis zur Festigkeit hervorruft; falls die ständige Einwirkung maßgeblich ist: $\psi_2 = 1$

Berechnung der Nachgiebigkeitsfaktoren

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}}; \quad \gamma_2 = 1; \quad \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot s_3}{K_3 \cdot l^2}} \quad (5.5)$$

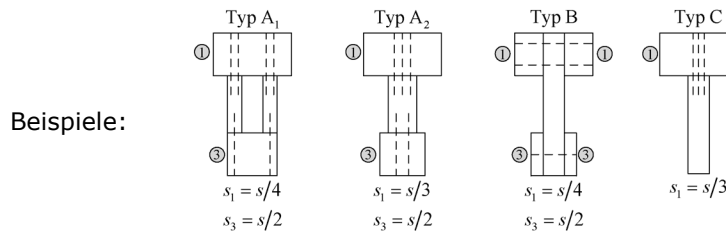
Verschiebungsmodul im Anfangszustand:

$$K_1 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},1} \quad \text{bzw.} \quad K_3 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},3} \quad (5.6)$$

Verschiebungsmodul im Endzustand:

$$K_1 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},1} / \left(1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}\right) \quad \text{bzw.} \quad K_3 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},3} / \left(1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},2} \cdot k_{\text{def},3}}\right) \quad (5.7)$$

$s_1; s_3$ Abstand der VM in Längsrichtung dividiert durch die Anzahl der Scherfugen im Anschluss der Querschnittsteile 1 an 2 bzw. Querschnittsteile 3 an 2.



$K_1; K_3$ Verschiebungsmodul in der Anschlussfuge von Querschnittsteil 1 bzw. 3 für den Tragfähigkeitsnachweis

$k_{\text{def},(1/2/3)}$ Beiwert der Kriechverformung der jeweils verbundenen Hölzer/Holzwerkstoffe

l Trägelänge:

l = Stützweite für Einfeldträger

$l = 0,8 \cdot l_i$ für das Feld i (mit der Stützweite l_i) eines Durchlaufträgers; für den Nachweis über den Zwischenstützen ist der jeweils kleinere Wert der beiden anschließenden Felder maßgebend.

$l = 2 \cdot l_k$ für Kragträger mit der Kraglänge l_k

Werden die Verbindungsmittelabstände entsprechend der Querkraftlinie zwischen s_{min} (am Ort der max. Querkraft) und $s_{\text{max}} \leq 4 \cdot s_{\text{min}}$ (am Ort der minimalen Querkraft) abgestuft, dann darf der folgende wirksame Verbindungsmittelabstand nach Gleichung (5.8) verwendet werden:

$$s_{(1/3)} = 0,75 \cdot s_{(1/3),\text{min}} + 0,25 \cdot s_{(1/3),\text{max}} \quad (5.8)$$

Lage der Spannungsnullebene (a_2) und Berechnung von a_1 und ggf. a_3

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i} \quad \text{bzw.} \quad (5.9)$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i \cdot A_i} \quad \text{für } E_1 = E_2 = E_3 \quad (5.10)$$

Für Querschnittstyp C wird in Gleichungen (5.9) und (5.10) $A_3 = 0$ gesetzt.

Doppelsymmetrische Querschnitte: $a_2 = 0$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2; \quad a_3 = \frac{h_2 + h_3}{2} + a_2 \quad (5.11)$$

Bei Querschnittstyp B müssen h_1 und h_3 in Gln. (5.9) bis (5.11) mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden.

Schwerpunktspannungen

$$\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}} \quad (5.12)$$

zusätzliche Biegespannungen

$$\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}} \quad (5.13)$$

$A_{i,n}$ Nettoquerschnittsfläche des Teilquerschnitts

$I_{i,n}$ Nettoträgheitsmoment des Teilquerschnitts

Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2

$$\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{ef} \cdot b_2} \quad \text{mit} \quad h = \frac{h_2}{2} + a_2 \quad (5.14)$$

5.2 Tragfähigkeitsnachweis der Teilquerschnitte

Die folgenden Bedingungen müssen in allen Teilquerschnitten erfüllt sein:

bei Zugspannungen bzw. $\sigma_i = 0$ im Schwerpunkt: bei Druckspannungen im Schwerpunkt:

$$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{i,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \quad (5.15) \quad \left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1 \quad (5.16)$$

Zusätzlich muss ein Schubspannungsnachweis für Teilquerschnitt 2 geführt werden:

$$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}} \leq 1 \quad (5.17)$$

$\sigma_{m,i,d}$ Bemessungswert der Biegespannungen nach Gl. (5.13)

$\sigma_{i,t,d}; \sigma_{i,c,d}$ Bemessungswert der Schwerpunktspannung (Zug/Druck) nach Gl. (5.12)

$k_{c,z}$ Knickbeiwert für den Schlankheitsgrad $\lambda_z = l_c / 0,289 \cdot b$

l_c = Abstand bei dem ein seitliches Ausweichen des Druckgurtes verhindert wird

$b = b_1$ bzw. $b = b_3$, Breite des Druckgurtes

$\tau_{2,max,d}$ Schubspannung nach Gl. (5.14)

5.3 Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Der Schubfluss in den Anschlussfugen wird durch Scherkräfte in den Verbindungsmitteln aufgenommen, die über die Länge des Biegestabes in gleichen oder nach dem Verlauf der Querkraftlinie abgestuften Abständen vorhanden sind. Die Wirkungsrichtung der Scherkräfte ist parallel zur Stablängsachse. Der Nachweis wird wie üblich geführt:

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} \leq 1 \quad \text{bzw.} \quad \frac{F_{3,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{3,v,Rd}} \leq 1 \quad (5.18)$$

$F_{1,v,Ed}, F_{3,v,Ed}$ Bemessungswert der einwirkenden Scherbelastung auf ein Verbindungsmittel in der Anschlussfuge von Querschnitt 1 bzw. 3 nach Gl. (5.19)

n_{ef} effektiv wirksame Anzahl von VM in Faserrichtung hintereinander;
für Nägel in versetzter Anordnung sowie für SDü, Passbolzen, Bolzen und Gewindestangen darf $(n_{ef}/n) = 1,0$ gesetzt werden

$F_{1,v,Rd}, F_{3,v,Rd}$ Bemessungswert der Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels in der Anschlussfuge von Querschnitt 1 bzw. 3

Der Bemessungswert der einwirkenden Scherbelastung auf ein Verbindungsmittel wird berechnet mit:

$$F_{1,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,\min}}{(E \cdot I)_{ef}} \quad \text{bzw.} \quad F_{3,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 \cdot s_{3,\min}}{(E \cdot I)_{ef}} \quad (5.19)$$

5.4 Vereinfachter Beulnachweis für dünnwandige Stege

Falls kein genauere Beulnachweis geführt wird, müssen für dünnwandige Stege folgende zusätzlichen Bedingungen eingehalten sein:

$$h_w + \frac{1}{2} \cdot (h_{f,c} + h_{f,t}) \leq 70 \cdot b_w \quad (5.20)$$

$$F_{v,w,Ed} \leq n \cdot b_w \cdot h_w \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{h_{f,c} + h_{f,t}}{h_w} \right] \cdot f_{v,0,d} \quad \text{für} \quad h_w \leq 35 \cdot b_w \quad (5.21)$$

$$F_{v,w,Ed} \leq n \cdot 35 \cdot b_w^2 \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{h_{f,c} + h_{f,t}}{h_w} \right] \cdot f_{v,0,d} \quad \text{für} \quad 35 \cdot b_w < h_w \leq 70 \cdot b_w \quad (5.22)$$

$h_w, h_{f,c}, h_{f,t}, b_w$ siehe Abb. 5-4 (unten)

$f_{v,0,d}$ Bemessungswert der Schubfestigkeit des Stegmaterials bei Scheibenbeanspruchung

$F_{v,w,Ed}$ Bemessungswert der Querkraft

n Anzahl der Stege mit jeweils der Dicke b_w

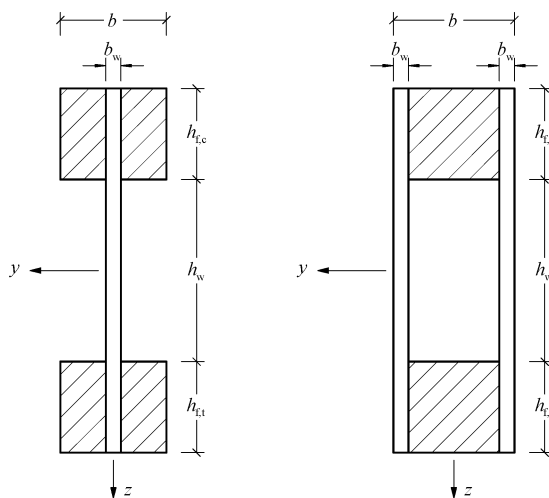


Abb. 5-4 Maße für den vereinfachten Beulnachweis dünnwandiger Stege

5.5 Verformungsberechnung

Zur Ermittlung der Anfangs- und Endverformungen wird die effektive Biegesteifigkeit nach Gleichung (5.1) mit folgenden Werten berechnet:

E-Modul im Anfangszustand:

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} \quad (5.23)$$

E-Modul im Endzustand:

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + k_{\text{def},i}) \quad (5.24)$$

Die Berechnung der Nachgiebigkeitsfaktoren γ_i nach Gleichung (5.5) erfolgt mit:

Verschiebungsmodul im Anfangszustand:

$$K_1 = K_{\text{ser},1} \quad \text{bzw.} \quad K_3 = K_{\text{ser},3} \quad (5.25)$$

Verschiebungsmodul im Endzustand:

$$K_1 = K_{\text{ser},1} / \left(1 + 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}} \right) \text{ bzw. } K_3 = K_{\text{ser},3} / \left(1 + 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},2} \cdot k_{\text{def},3}} \right) \quad (5.26)$$

$K_1; K_3$ Verschiebungsmodul der Anschlussfuge von Querschnitt 1 bzw. 3

$k_{\text{def},(1/2/3)}$ Beiwert der Kriechverformung der verbundenen Hölzer/Holzwerkstoffe

Beispiel 5-1 Tragfähigkeits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweis an einem genagelten I-Träger Typ A

Ein in NKL 1 eingesetzter Einfeldträger mit einer Stützweite $l = 9,0 \text{ m}$ ist aus drei Nadelholz-Querschnitten C30 mit nicht vorgebohrten, versetzt angeordnete Nägeln gefertigt. Die Nagelabstände werden in den Anschlussfugen von Ober- und Untergurt gemäß der Querkraftlinie abgestuft. Der Obergurt ist in der Mitte gegen seitliches Ausweichen gehalten ($l_c = 4,50 \text{ m}$).

Die charakteristischen Werte der Belastung sind:

$$q_{G,k} = 0,3 \text{ kN/m}; \quad q_{Q,k} = 0,6 \text{ kN/m}, \quad \text{KLED} = \text{mittel, Kategorie C}, \quad \psi_2 = 0,6$$

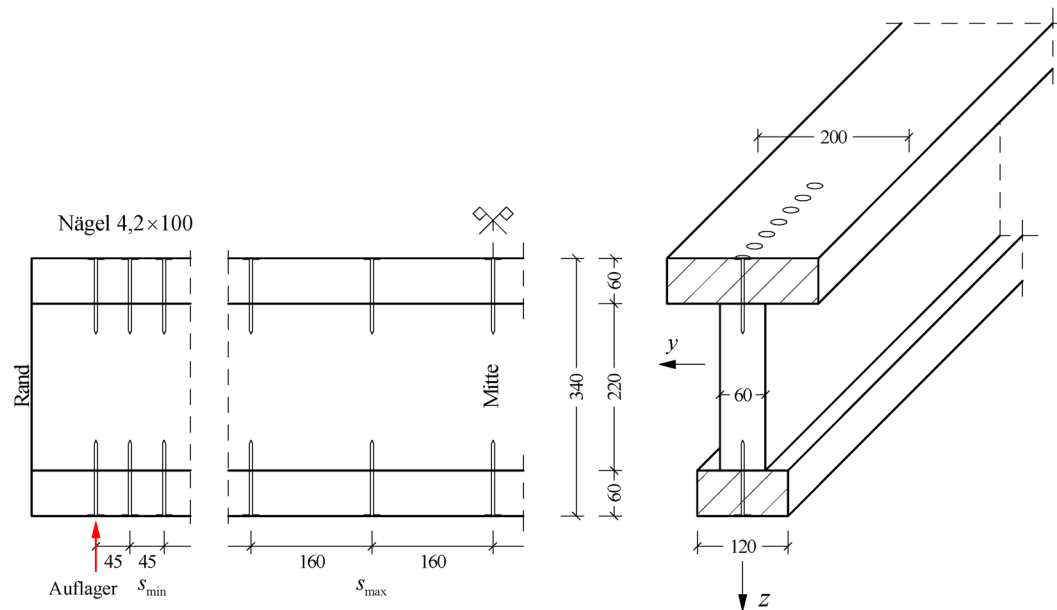
Bemessungswerte des maximalen Momentes und der maximalen Querkraft:

$$q_d = 1,35 \cdot q_{G,k} + 1,5 \cdot q_{Q,k} = 1,35 \cdot 0,3 + 1,5 \cdot 0,6 = 1,305 \text{ kN/m}$$

$$M_d = 1,305 \cdot 9^2 / 8 = 13,21 \text{ kNm} \quad V_{\max,d} = 1,305 \cdot 9 / 2 = 5,87 \text{ kN}$$

Es sollen die folgenden Schritte durchgeführt werden:

- Ermittlung der Beanspruchungen im Anfangszustand,
- Ermittlung der Beanspruchungen im Endzustand,
- Tragfähigkeitsnachweise für die maßgeblichen Beanspruchungen,
- Gebrauchstauglichkeitsnachweis (Träger nicht überhöht).



Querschnittswerte

$$A_1 = 12.000 \text{ mm}^2 \quad A_2 = 13.200 \text{ mm}^2 \quad A_3 = 7.200 \text{ mm}^2$$

$$I_1 = 3,6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_2 = 53,24 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_3 = 2,16 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Knickbeiwert für den druckbelasteten Obergurt (1), Knicken um die z-Achse

$$\lambda_z = \frac{l_c}{0,289 \cdot b} = \frac{4.500}{0,289 \cdot 200} = 77,9 \rightarrow k_{c,z} = 0,465$$

Verbindungsmitteabstand

$$s_{(1/3)} = 0,75 \cdot s_{\min} + 0,25 \cdot s_{\max} = 0,75 \cdot 45 + 0,25 \cdot 160 = 73,75 \text{ mm}$$

a) Ermittlung der Beanspruchungen im Anfangszustand	b) Ermittlung der Beanspruchungen im Endzustand
Gl. (5.3): $E_{1/2/3} = E_{0,\text{mean}} = 12.000 \text{ N/mm}^2$	Gl. (5.4) mit $k_{\text{def},1/2/3} = 0,6$: $E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow E_{1/2/3} = 12.000 / (1 + 0,6 \cdot 0,6) = 8.824 \text{ N/mm}^2$
Gl. (5.6): $K_{1/3} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot 1.037 = 691 \text{ N/mm}$	Gl. (5.7): $K_{1/3} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},1} / \left(1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}\right)$ $= \frac{2}{3} \cdot 1.037 / \left(1 + 0,6 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}\right) = 402 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} ; \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot s_3}{K_3 \cdot l^2}}$ $\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.000 \cdot 12.000 \cdot 73,75}{691 \cdot 9.000^2}} = 0,348$ $\gamma_2 = 1$ $\gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.000 \cdot 7.200 \cdot 73,75}{691 \cdot 9.000^2}} = 0,471$	$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8.824 \cdot 12.000 \cdot 73,75}{402 \cdot 9.000^2}} = 0,297$ $\gamma_2 = 1$ $\gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8.824 \cdot 7.200 \cdot 73,75}{402 \cdot 9.000^2}} = 0,413$
Lage der Spannungsnullebene, siehe Gln. (5.10) und (5.11): $a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2) - \gamma_3 \cdot A_3 \cdot (h_2 + h_3)}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i \cdot A_i} ; a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - a_2 ; a_3 = \frac{h_2 + h_3}{2} + a_2$	
$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,348 \cdot 12.000 \cdot (60 + 220) - 0,471 \cdot 7.200 \cdot (220 + 60)}{0,348 \cdot 12.000 + 1 \cdot 13.200 + 0,471 \cdot 7.200} = 5,3 \text{ mm}$ $a_1 = \frac{60 + 220}{2} - 5,3 = 134,7 \text{ mm}$ $a_3 = \frac{60 + 220}{2} + 5,3 = 145,3 \text{ mm}$	$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,297 \cdot 12.000 \cdot (60 + 220) - 0,413 \cdot 7.200 \cdot (220 + 60)}{0,297 \cdot 12.000 + 1 \cdot 13.200 + 0,413 \cdot 7.200} = 4,2 \text{ mm}$ $a_1 = \frac{60 + 220}{2} - 4,2 = 135,8 \text{ mm}$ $a_3 = \frac{60 + 220}{2} + 4,2 = 144,2 \text{ mm}$

Effektive Biegesteifigkeit, Gl. (5.2): $(E \cdot I)_{\text{ef}} = E_{1/2/3} \cdot \sum_1^3 (I_i + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = E_{1/2/3} \cdot (I_1 + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2 + I_2 + A_2 \cdot a_2^2 + I_3 + \gamma_3 \cdot A_3 \cdot a_3^2)$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 12 \cdot 10^3 \cdot \left(3,6 \cdot 10^6 + 0,348 \cdot 12.000 \cdot 134,7^2 + 53,24 \cdot 10^6 + \right. \\ \left. 13.200 \cdot 5,3^2 + 2,16 \cdot 10^6 + 0,471 \cdot 7.200 \cdot 145,3^2 \right) \\ (E \cdot I)_{\text{ef}} = 2,481 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 8.824 \cdot \left(3,6 \cdot 10^6 + 0,297 \cdot 12.000 \cdot 135,8^2 + 53,24 \cdot 10^6 + \right. \\ \left. 13.200 \cdot 4,2^2 + 2,16 \cdot 10^6 + 0,413 \cdot 7.200 \cdot 142,2^2 \right) \\ (E \cdot I)_{\text{ef}} = 1,648 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

Schwerpunktspannungen, Gl. (5.12): $\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \underbrace{\frac{A_i}{A_{i,n}}}_{=1}$

$$\sigma_{1,d} = \frac{13,21 \cdot 10^6}{\underbrace{2,481 \cdot 10^{12}}_{=0,06389}} \cdot 12.000 \cdot 0,348 \cdot 134,7 = 3,00 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0,06389 \cdot 1,0 \cdot 4,0 = 0,34 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_{3,d} = 0,06389 \cdot 0,471 \cdot 144,0 = 4,37 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_{1,d} = \frac{13,21 \cdot 10^6}{\underbrace{1,648 \cdot 10^{12}}_{=0,07073}} \cdot 8.824 \cdot 0,297 \cdot 135,8 = 2,85 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0,07073 \cdot 1,0 \cdot 3,0 = 0,30 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_{3,d} = 0,07073 \cdot 0,413 \cdot 144,2 = 4,21 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

Randspannungen, Gl. (5.13): $\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{\text{ef}}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \underbrace{\frac{I_i}{I_{i,n}}}_{=1}$

$$\sigma_{m,1,d} = 0,06389 \cdot \frac{60}{2} = 1,92 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 0,06389 \cdot \frac{220}{2} = 7,03 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,3,d} = 0,06389 \cdot \frac{60}{2} = 1,92 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = 0,07073 \cdot \frac{60}{2} = 2,12 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = 0,07073 \cdot \frac{220}{2} = 7,78 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,3,d} = 0,07073 \cdot \frac{60}{2} = 2,12 \text{ N/mm}^2$$

Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2, Gl. (5.14): $\tau_{2,\max,d} = \frac{V_{\max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{\text{ef}} \cdot b_2}$ mit $h = \frac{h_2}{2} + a_2$

$$h = \frac{220}{2} + 5,3 = 115,3 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot \left(0,471 \cdot 12.000 \cdot 7.200 \cdot 145,3 + 0,5 \cdot 12.000 \cdot 60 \cdot 115,3^2 \right)}{2,481 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,422 \text{ N/mm}^2$$

$$h = \frac{220}{2} + 4,2 = 114,2 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,\max,d} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot \left(0,413 \cdot 8.824 \cdot 7.200 \cdot 144,2 + 0,5 \cdot 8.824 \cdot 60 \cdot 114,2^2 \right)}{1,648 \cdot 10^{12} \cdot 60} = 0,429 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Scherkraft in den Anschlussfugen, Gl. (5.19): $F_{1,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,\min}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$; $F_{3,v,Ed} = \frac{V_{\max,d} \cdot \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 \cdot s_{3,\min}}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot 0,348 \cdot 12.000 \cdot 12.000 \cdot 134,7 \cdot 45}{2,481 \cdot 10^{12}} = 719 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot 0,297 \cdot 8.824 \cdot 12.000 \cdot 135,8 \cdot 45}{1,648 \cdot 10^{12}} = 648 \text{ N}$$

$$F_{3,v,Ed} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot 0,471 \cdot 12.000 \cdot 7.200 \cdot 145,3 \cdot 45}{2,481 \cdot 10^{12}} = 629 \text{ N}$$

$$F_{3,v,Ed} = \frac{5,87 \cdot 10^3 \cdot 0,413 \cdot 8.824 \cdot 7.200 \cdot 144,20 \cdot 45}{1,648 \cdot 10^{12}} = 606 \text{ N}$$

c) Tragfähigkeitsnachweise für die maßgeblichen Beanspruchungen

		Bemessungswert der Festigkeit C30 $[\text{N/mm}^2]$			
Querschnitt	b/h [mm]	$f_{t,0,d}$	$f_{m,d}$	$f_{c,0,d}$	$k_{cr} \cdot f_{v,d}$
1	200/60	11,7	$1,201 \cdot 18,5 = 22,2$	14,8	1,23
2	60/220	11,7	$1,0 \cdot 18,5 = 18,5$		
3	120/60	$1,046 \cdot 11,7 = 12,2$	$1,201 \cdot 18,5 = 22,2$		

Tragfähigkeitsnachweise für Querschnitte und Verbindungsmittel								
Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\sigma_{3,d}$	$\sigma_{m,3,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[N/mm^2]$	-3,00	1,92	+0,34	7,03	+4,37	1,92	0,422	719 N
Ende $[N/mm^2]$	-2,85	2,12	+0,30	7,78	+4,21	2,12	0,429	648 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{3,0}{14,8}\right)^2 + \frac{1,92}{22,2} = 0,12 < 1$ $\left(\frac{2,85}{14,8}\right)^2 + \frac{2,12}{22,2} = 0,13 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{3,0}{0,465 \cdot 14,8} = 0,44 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}}$			$\frac{0,34}{11,7} + \frac{7,03}{22,2} = 0,34 < 1$ $\frac{0,30}{11,7} + \frac{7,78}{22,2} = 0,38 < 1$		$\frac{4,37}{11,6} + \frac{1,92}{22,2} = 0,46 < 1$ $\frac{4,21}{11,6} + \frac{2,12}{22,2} = 0,46 < 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}}$							$\frac{0,429}{1,23} = 0,35 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}}$								$\frac{719}{1,0 \cdot 800} = 0,90 < 1$

Vereinfachter Beulnachweis für dünnwandige Stege, siehe Gl. (5.21)

$$h_w = 220 \text{ mm} < 35 \cdot b_w = 35 \cdot 60 = 2.100 \text{ mm}$$

$$V_d \leq n \cdot b_w \cdot h_w \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{h_{f,c} + h_{f,t}}{h_w} \right] \cdot f_{v,d} \rightarrow 5.870 \text{ N} < 1 \cdot 60 \cdot 220 \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{60 + 60}{220} \right] \cdot 1,23 = 20.664 \text{ N}$$

d) Verformungsnachweis

Anfangszustand	Endzustand
Gl. (5.23): $E_1 = E_2 = E_3 = E_{0,\text{mean}} = 12.000$	Gl. (5.24): $E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + k_{\text{def},i}) \rightarrow E_{1/2/3} = 12.000 / (1 + 0,6) = 7.500 \text{ N/mm}^2$
Gl. (5.25): $K_{1/3} = K_{\text{ser}} = 1.037 \text{ N/mm}$	Gl. (5.26): $K_{1/3} = K_{\text{ser},1} / (1 + 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}) = 1.037 / (1 + 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}) = 471 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.000 \cdot 12.000 \cdot 73,75}{1.037 \cdot 9.000^2}} = 0,445$	$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 7.500 \cdot 12.000 \cdot 73,75}{471 \cdot 9.000^2}} = 0,331$
$\gamma_2 = 1$	$\gamma_2 = 1$
$\gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.000 \cdot 7.200 \cdot 73,75}{1.037 \cdot 9.000^2}} = 0,572$	$\gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 7.500 \cdot 7.200 \cdot 73,75}{471 \cdot 9.000^2}} = 0,452$
$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,445 \cdot 12.000 \cdot (60 + 220) - 0,572 \cdot 7.200 \cdot (220 + 60)}{0,445 \cdot 12.000 + 1 \cdot 13.200 + 0,572 \cdot 7.200} = 7,6 \text{ mm}$	$a_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{0,331 \cdot 12.000 \cdot (60 + 220) - 0,452 \cdot 7.200 \cdot (220 + 60)}{0,331 \cdot 12.000 + 1 \cdot 13.200 + 0,452 \cdot 7.200} = 4,9 \text{ mm}$
$a_1 = \frac{60 + 220}{2} - 7,6 = 132,4 \text{ mm}$	$a_1 = \frac{60 + 220}{2} - 4,9 = 135,1 \text{ mm}$
$a_3 = \frac{60 + 220}{2} + 7,6 = 147,6 \text{ mm}$	$a_3 = \frac{60 + 220}{2} + 4,9 = 144,9 \text{ mm}$
$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 12 \cdot 10^3 \cdot \left(3,6 \cdot 10^6 + 0,445 \cdot 12.000 \cdot 132,4^2 + 53,24 \cdot 10^6 + 13.200 \cdot 7,6^2 + 2,16 \cdot 10^6 + 0,572 \cdot 7.200 \cdot 147,6^2 \right)$ $(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2,92 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 7.500 \cdot \left(3,6 \cdot 10^6 + 0,331 \cdot 12.000 \cdot 135,1^2 + 53,24 \cdot 10^6 + 13.200 \cdot 4,9^2 + 2,16 \cdot 10^6 + 0,452 \cdot 7.200 \cdot 144,9^2 \right)$ $(E \cdot I)_{\text{ef}} = 1,77 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{G,k}} \cdot l^4}{(E \cdot I)_{\text{ef}}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,3 \cdot 9.000^4}{2,92 \cdot 10^{12}} = 8,78 \approx 8,8 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{q_{\text{Q,k}}}{q_{\text{G,k}}} \cdot w_{\text{inst,G}} = \frac{0,6}{0,3} \cdot 8,78 \approx 17,6 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}}) = 8,8 + 17,6 = 26,4 \text{ mm} < \frac{9.000}{300} = 30 \text{ mm}$$

Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{fin,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_{\text{G,k}} \cdot l^4}{(E \cdot I)_{\text{ef}}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,3 \cdot 9.000^4}{1,77 \cdot 10^{12}} = 14,48 \approx 14,5 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin,Q,1}} = \frac{q_{\text{Q,k}}}{q_{\text{G,k}}} \cdot w_{\text{fin,G}} = \frac{0,6}{0,3} \cdot 14,48 \approx 29,0 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + w_{\text{fin,G}} - w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n [\psi_{2,i} \cdot (w_{\text{fin,Q,i}} - w_{\text{inst,Q,i}})]$$

$$w_{\text{fin}} = 26,4 + 14,5 - 8,8 + 0,6 \cdot (29,0 - 17,6) = 38,9 \text{ mm} < \frac{9.000}{200} = 45$$

Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{fin,G}} + \sum_{i=1}^n (\psi_{2,i} \cdot w_{\text{fin,Q,i}}) - w_{\text{c}} = 14,5 + 0,6 \cdot 29,0 = 31,9 \text{ mm} \approx \frac{9.000}{300} = 30 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 5-1

Beispiel 5-2 Tragfähigkeitsnachweis an einem genagelten I-Träger Typ B

Ein in NKL 1 eingesetzter Einfeldträger mit einer Stützweite $l = 7,00$ m ist aus einem Steg aus Sperrholz F40/30 E60/40 nach DIN EN 636-2 und Nadelholz-Gurten C30 mit vorgebohrten, gegenüber der Faserrichtung versetzt angeordneten Nägeln gefertigt. Die Nagelabstände werden in den Anschlussfugen von Ober- und Untergurt über die gesamte Trägerlänge konstant gewählt. Der Obergurt ist in einem Drittel der Länge gegen seitliches Ausweichen gehalten

$$(l_c = 7,00/3 = 2,33 \text{ m}).$$

Die charakteristischen Werte der Belastung sind:

$$q_{G,k} = 5,2 \text{ kN/m}$$

$$q_{Q,k} = 6,5 \text{ kN/m, KLED = kurz, Kategorie A, } \psi_2 = 0,3$$

Bemessungswerte Tragfähigkeitsnachweis:

$$q_d = 1,35 \cdot q_{G,k} + 1,5 \cdot q_{Q,k} = 16,77 \text{ kN/m}$$

$$M_d = 17,45 \cdot 7^2 / 8 = 102,7 \text{ kNm}$$

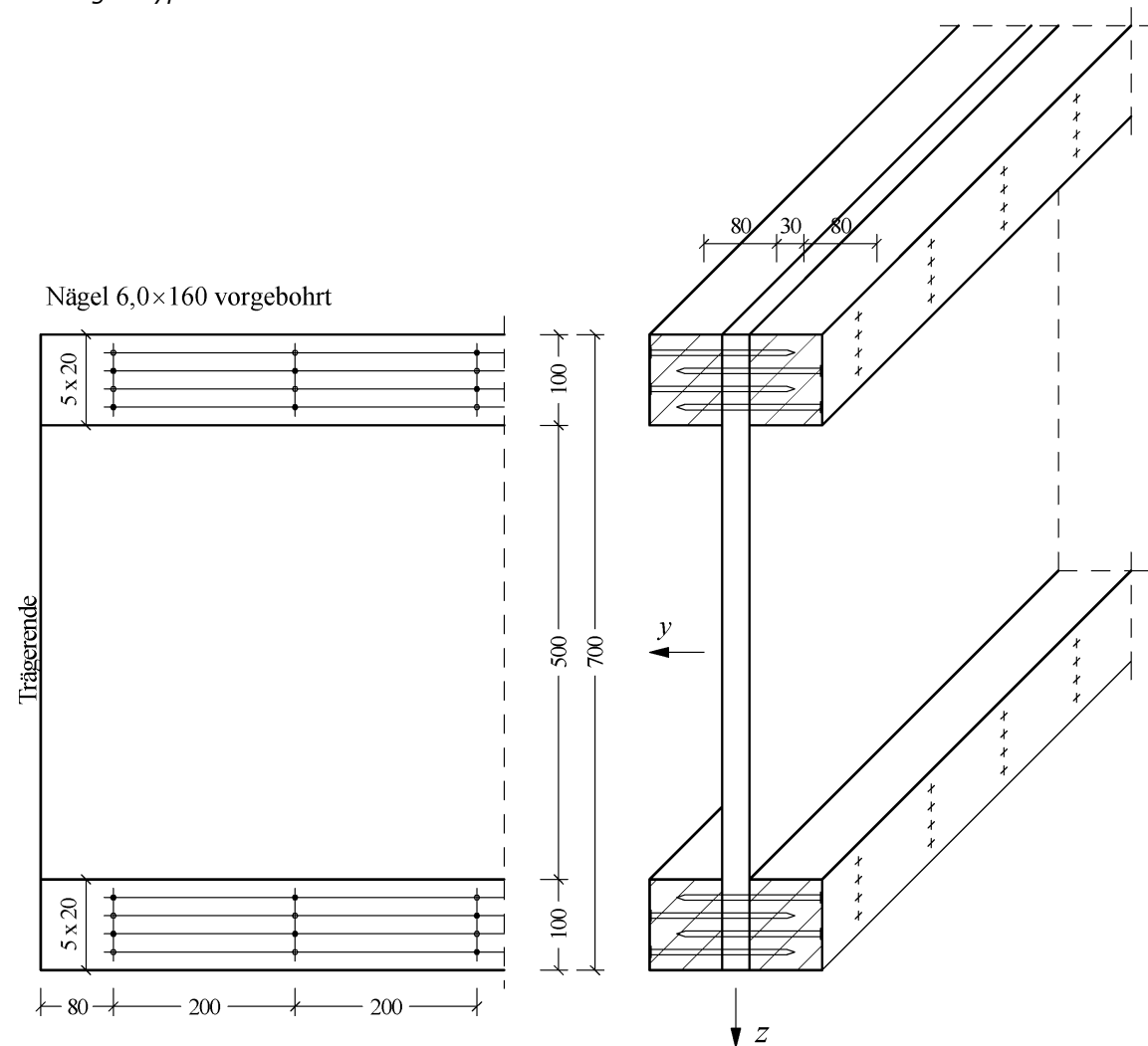
$$V_{\max,d} = 17,45 \cdot 7 / 2 = 58,7 \text{ kN}$$

Der Bemessungswert für die Tragfähigkeit der Nägel je Scherfuge beträgt für KLED=kurz: $R_d = 2.465 \text{ N}$

Es sollen die folgenden Schritte durchgeführt werden:

- Ermittlung der Beanspruchungen im Anfangszustand
- Ermittlung der Beanspruchungen im Endzustand
- Tragfähigkeitsnachweise für die maßgeblichen Beanspruchungen.

Materialwerte Sperrholz F40/30 E60/40: $E_{\text{mean}} = 4.400 \text{ N/mm}^2$; $f_{m,d} = f_{t,0,d} = 20,1 \text{ N/mm}^2$; $f_{c,0,d} = 14,5 \text{ N/mm}^2$; $f_{v,d} = 6,58 \text{ N/mm}^2$; $\rho_{\text{mean}} = 600 \text{ kg/m}^3$



Lösung:

Querschnittswerte

$$A_1 = 16 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = 21 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = 16 \cdot 10^3 \text{ mm}^2$$

$$I_1 = \frac{160 \cdot 100^3}{12} = 13,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{30 \cdot 700^3}{12} = 857,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = I_1 = 13,33 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Knickbeiwert für den druckbelasteten Obergurt

$$\lambda_z = \frac{l_c}{0,289 \cdot b} = \frac{7.000/3}{0,289 \cdot 160} = 50,5 \rightarrow k_c = 0,787$$

$$A_{1,n} = 160 \cdot 100 = 16 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad (\text{Druck}) \rightarrow A_1 / A_{1,n} = 1$$

$$A_{2,n} = 30 \cdot 700 = 21 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad (\sigma_{2,d} = 0) \rightarrow A_2 / A_{2,n} = 1$$

$$A_{3,n} = 160 \cdot (100 - 4 \cdot 6) = 12,16 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \quad (\text{Zug}) \rightarrow A_3 / A_{3,n} = 1,316$$

$$I_{1,n} = \underbrace{\frac{160 \cdot 100^3}{12}}_{13,33 \cdot 10^6} - \underbrace{2 \cdot \frac{160 \cdot 6^3}{12}}_{5,76 \cdot 10^3 \text{ vernachlässigbar}} - \underbrace{160 \cdot 6 \cdot (10^2 + 30^2)}_{0,96 \cdot 10^6 \text{ Steiner-Anteil der Schwächungen}}$$

Abzug für 2 Bohrungen in der Biegezugzone

$$I_{1,n} = 12,37 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \rightarrow I_1 / I_{1,n} = 1,078$$

$$I_{2,n} = \underbrace{\frac{30 \cdot 700^3}{12}}_{857,5 \cdot 10^6} - \underbrace{4 \cdot \frac{30 \cdot 6^3}{12}}_{2,16 \cdot 10^3 \text{ vernachlässigbar}} - \underbrace{30 \cdot 6 \cdot (270^2 + 290^2 + 310^2 + 330^2)}_{65,16 \cdot 10^6 \text{ Steiner-Anteil Schwächung}}$$

Abzug für 4 Bohrungen in der Biegezugzone

$$I_{2,n} = 792,3 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \rightarrow I_2 / I_{2,n} = 1,082$$

$$I_{3,n} = I_{1,n} = 12,37 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \rightarrow I_3 / I_{3,n} = 1,078$$

Verbindungsmittelabstand

$$s_1 = s_3 = 200 / 8 = 25 \text{ mm}$$

a) Ermittlung der Beanspruchungen im Anfangszustand	b) Ermittlung der Beanspruchungen im Endzustand
Gl. (5.3): $E_1 = E_3 = 12.000$; $E_2 = 4.400$	Gl. (5.4): $E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i})$ $E_{(1/3)} = 12.000 / (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 10.170 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 4.400 / (1 + 0,3 \cdot 0,8) = 3.550 \text{ N/mm}^2$
$K_{\text{ser},(1/3)} = \frac{\rho_{\text{mean}}^{1,5}}{23} \cdot d = \frac{(\sqrt{460 \cdot 600})^{1,5}}{23} \cdot 6,0 = 3.140$ Gl. (5.6): $K_{(1/3)} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},(1/3)} = \frac{2}{3} \cdot 3.140 = 2.094 \text{ N/mm}$ $\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 12.000 \cdot 16.000 \cdot 25}{2.094 \cdot 7.000^2}} = 0,684$ $\gamma_2 = 1$ $a_2 = 0$ (Symmetrie) $a_1 = a_3 = \frac{-100 + 700}{2} - 0 = 300 \text{ mm}$	Gl. (5.7): $K_{(1/3)} = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser},(1/3)} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $= \frac{2}{3} \cdot 3.140 / (1 + 0,3 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,8}) = 1.480 \text{ N/mm}$ $\gamma_1 = \gamma_3 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 10.170 \cdot 16.000 \cdot 25}{1.480 \cdot 7.000^2}} = 0,644$ $\gamma_2 = 1$ $a_2 = 0$ (Symmetrie) $a_1 = a_3 = \frac{-100 + 700}{2} - 0 = 300 \text{ mm}$
Effektive Biegesteifigkeit, Gl. (5.1): $(E \cdot I)_{\text{ef}} = \sum_1^3 (E_i \cdot I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = 2 \cdot E_1 \cdot (I_1 + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_2 + \underbrace{\gamma_2}_{=0} \cdot E_2 \cdot A_2 \cdot a_2^2$ $(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 12.000 \cdot (13,33 \cdot 10^6 + 0,684 \cdot 16.000 \cdot 300^2) + 4.400 \cdot 857,5 \cdot 10^6$ $= 27,7 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{\text{ef}} = 2 \cdot 10.170 \cdot (13,33 \cdot 10^6 + 0,644 \cdot 16.000 \cdot 300^2) + 3.550 \cdot 857,5 \cdot 10^6$ $= 22,2 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

Schwerpunktspannungen, Gl. (5.12): $\sigma_{i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \gamma_i \cdot a_i \cdot \frac{A_i}{A_{i,n}}$

$$\sigma_{1,d} = \underbrace{\frac{102,7 \cdot 10^6}{27,7 \cdot 10^{12}} \cdot 12.000 \cdot 0,684 \cdot 300 \cdot 1,0}_{=0,04449} = 9,49 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{3,d} = 0,04449 \cdot 0,684 \cdot 300 \cdot 1,316 = 12,48 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

$$\sigma_{1,d} = \underbrace{\frac{102,7 \cdot 10^6}{22,2 \cdot 10^{12}} \cdot 10.170 \cdot 0,644 \cdot 300 \cdot 1,0}_{=0,04705} = 9,47 \text{ N/mm}^2 \text{ (Druck)}$$

$$\sigma_{2,d} = 0$$

$$\sigma_{3,d} = 0,04705 \cdot 0,644 \cdot 300 \cdot 1,316 = 12,46 \text{ N/mm}^2 \text{ (Zug)}$$

Randspannungen, Gl. (5.13): $\sigma_{m,i,d} = \frac{M_d}{(EI)_{ef}} \cdot E_i \cdot \frac{h_i}{2} \cdot \frac{I_i}{I_{i,n}}$

$$\sigma_{m,1,d} = 0,04449 \cdot \frac{100}{2} \cdot 1,078 = 2,49 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = \frac{102,7 \cdot 10^6}{26,6 \cdot 10^{12}} \cdot 4.400 \cdot \frac{700}{2} \cdot 1,082 = 6,42 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,3,d} = 0,04449 \cdot \frac{100}{2} \cdot 1,078 = 2,49 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,1,d} = 0,04705 \cdot \frac{100}{2} \cdot 1,078 = 2,64 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,2,d} = \frac{102,7 \cdot 10^6}{21,2 \cdot 10^{12}} \cdot 3.550 \cdot \frac{700}{2} \cdot 1,082 = 6,48 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,3,d} = 0,04705 \cdot \frac{100}{2} \cdot 1,078 = 2,64 \text{ N/mm}^2$$

Die Schubspannung in der neutralen Ebene des Querschnittsteils 2, Gl. (5.14): $\tau_{2,max,d} = \frac{V_{max,d} \cdot (\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2)}{(E \cdot I)_{ef} \cdot b_2}$ mit $h = \frac{h_2}{2} + a_2$

$$h = \frac{700}{2} + 0 = 350 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{58,7 \cdot 10^3 \cdot \left(0,684 \cdot 12.000 \cdot 16.000 \cdot 300 + 0,5 \cdot 4.400 \cdot 30 \cdot 350^2 \right)}{27,7 \cdot 10^{12} \cdot 30} = 3,49 \text{ N/mm}^2$$

$$h = \frac{700}{2} + 0 = 350 \text{ mm}$$

$$\tau_{2,max,d} = \frac{58,7 \cdot 10^3 \cdot \left(0,644 \cdot 10.170 \cdot 16.000 \cdot 300 + 0,5 \cdot 3.550 \cdot 30 \cdot 350^2 \right)}{22,2 \cdot 10^{12} \cdot 30} = 3,48 \text{ N/mm}^2$$

Bemessungswert der Scherkraft in den Anschlussfugen, Gl. (5.19): $F_{1,v,Ed} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_{1,min}}{(E \cdot I)_{ef}} ; F_{3,v,Ed} = \frac{V_{max,d} \cdot \gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 \cdot s_{3,min}}{(E \cdot I)_{ef}}$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{58,7 \cdot 10^3 \cdot 0,684 \cdot 12.000 \cdot 16.000 \cdot 300 \cdot 25}{27,7 \cdot 10^{12}} = 2.169 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = F_{3,v,Ed} = \frac{58,7 \cdot 10^3 \cdot 0,644 \cdot 10.170 \cdot 16.000 \cdot 300 \cdot 25}{22,2 \cdot 10^{12}} = 2.164 \text{ N}$$

c) Tragfähigkeitsnachweise für die maßgeblichen Beanspruchungen

		Bemessungswert der Festigkeit C30 $[\text{N/mm}^2]$			
Querschnitt	b/h [mm]	$f_{t,0,d}$	$f_{m,d}$	$f_{c,0,d}$	$k_{cr} \cdot f_{v,d}$
1 und 3	80/100	$1,084 \cdot 1,125 \cdot 11,7 = 14,3$	$1,084 \cdot 1,125 \cdot 18,5 = 22,6$	$1,125 \cdot 14,8 = 16,7$	$1,125 \cdot 1,23 = 1,38$
2	30/700	20,1	14,5	20,1	6,58

Tragfähigkeitsnachweise für Querschnitte und Verbindungsmittel								
Zustand	$\sigma_{1,d}$	$\sigma_{m,1,d}$	$\sigma_{2,d}$	$\sigma_{m,2,d}$	$\sigma_{3,d}$	$\sigma_{m,3,d}$	$\tau_{2,max,d}$	$\max F_{(1/3),v,Ed}$
Anfang $[\text{N/mm}^2]$	-9,49	2,49	0	6,43	+12,48	2,49	3,49	2.169 N
Ende $[\text{N/mm}^2]$	-9,47	2,64	0	6,48	+12,46	2,64	3,35	2.164 N
$\left(\frac{\sigma_{i,c,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1$	$\left(\frac{9,49}{16,7}\right)^2 + \frac{2,49}{22,6} = 0,43 < 1$ $\left(\frac{9,47}{16,7}\right)^2 + \frac{2,64}{22,6} = 0,44 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$	$\frac{9,49}{0,787 \cdot 16,7} = 0,72 < 1$							
$\frac{\sigma_{i,t,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,i,d}}{f_{m,y,d}}$			$\frac{6,48}{20,1} = 0,32 < 1$		$\frac{12,48}{14,3} + \frac{2,49}{22,6} = 0,98 < 1$ $\frac{12,46}{14,3} + \frac{2,64}{22,6} = 0,99 < 1$			
$\frac{\tau_{2,max,d}}{k_{cr} \cdot f_{v,d}}$							$\frac{3,49}{6,58} = 0,53 < 1$	
$\frac{\max F_{(1/3),v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}}$								$\frac{2.169}{1,0 \cdot 2.465} = 0,88 < 1$

Vereinfachter Beulnachweis für dünnwandige Stege, siehe Gl. (5.21)

$$h_w = 500 \text{ mm} < 35 \cdot b_w = 35 \cdot 30 = 1.050 \text{ mm} \quad / \quad V_d \leq n \cdot b_w \cdot h_w \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{h_{f,c} + h_{f,t}}{h_w} \right] \cdot f_{v,d} \rightarrow 58.700 \text{ N} < 1 \cdot 30 \cdot 500 \cdot \left[1 + 0,5 \cdot \frac{100 + 100}{500} \right] \cdot 6,58 = 118.440 \text{ N}$$

Ende Beispiel 5-2

6 Zusammengesetzte Druckstäbe aus Holz und Holzwerkstoffen mit nachgiebigem Verbund und doppelsymmetrischem Querschnitt

Zur Erhöhung des Trägheitsmomentes können Druckstäbe aus mehreren Querschnitten mit Hilfe von mechanischen Verbindungsmitteln zusammengesetzt werden. Da Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln eine erhebliche Nachgiebigkeit aufweisen, muss dies beim Nachweis der Knickstabilität berücksichtigt werden. Die nachfolgende Berechnungsmethode kann nur auf Druckstäbe mit doppelsymmetrischem Querschnitt angewendet werden, die beidseitig gelenkig gelagert und planmäßig mittig belastet sind.

Zusammengesetzte Druckstäbe mit nachgiebigem Verbund werden nach zwei Typen unterschieden.

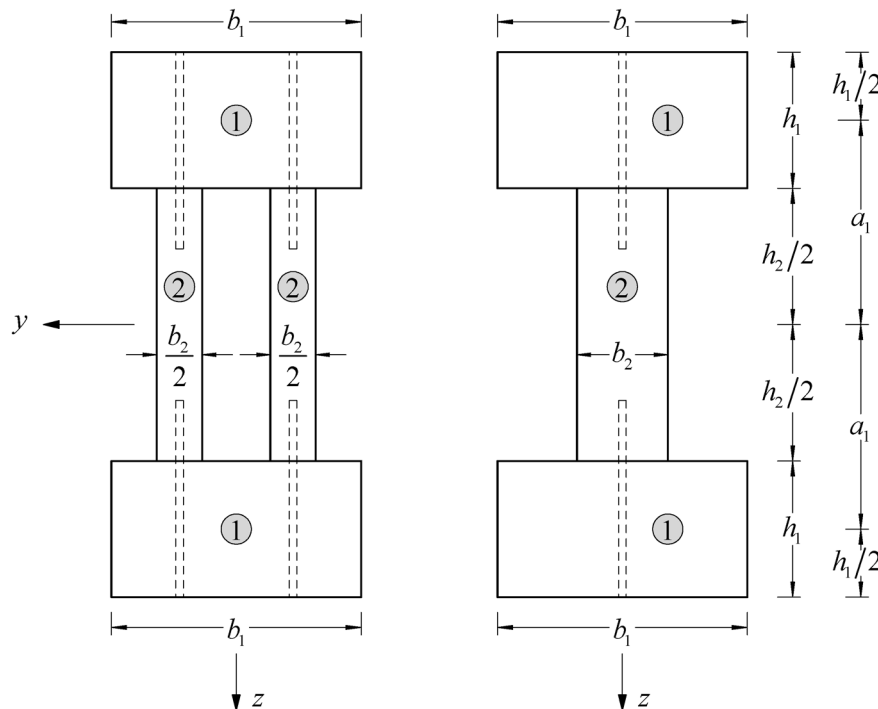


Abb. 6-1 Querschnittstypen A1 (links) und A2 (rechts)

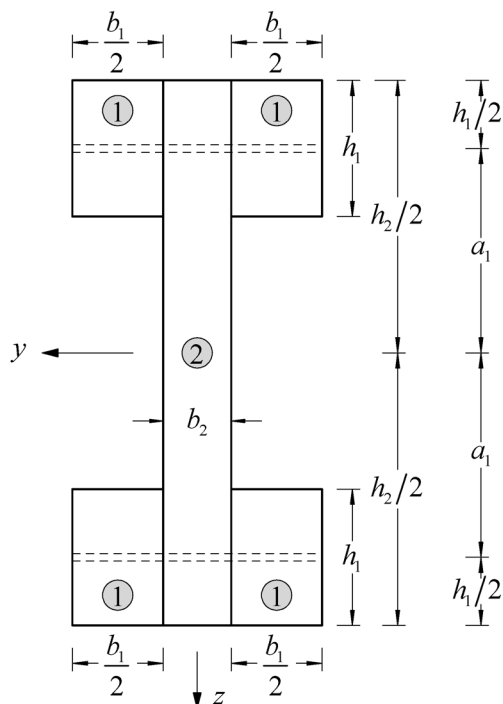


Abb. 6-2 Querschnittstyp B

Beim **Querschnittstyp A2** wirkt sich die Nachgiebigkeit der Verbindungen nur auf die Biegesteifigkeit um die y-Achse aus. $(E \cdot I)_{y,ef}$ wird nach Gl. (6.8) berechnet. Die Biegesteifigkeit um die z-Achse $(E \cdot I)_{z,ef}$ wird wie für einen zusammengesetzten Querschnitt mit starren Verbindungen nach Gl. (6.16) berechnet.

Bei den **Querschnittstypen A1** und **B** wirkt sich die Nachgiebigkeit der Verbindungen auf die Biegesteifigkeit um beide Achsen aus. Die Biegesteifigkeit um die y-Achse $(E \cdot I)_{y,ef}$ wird nach Gl. (6.8) berechnet. Zur Berechnung von $(E \cdot I)_{z,ef}$ werden y- und z-Achse getauscht. Damit erhält man die Steifigkeitsverhältnisse wie beim **Querschnittstyp A2**. Die Biegesteifigkeit kann dann wiederum nach Gl. (6.8) ermittelt werden.

6.1 Berechnung der Längssteifigkeit des Gesamtquerschnitts und der Spannungen in den Querschnittsteilen

Bei der Ermittlung der Schnittgrößen der Teilquerschnitte muss das unterschiedliche Kriechverhalten dieser Baustoffe berücksichtigt werden. Da das Kriechverhalten von Holz/Holzwerkstoffen einerseits und den Verbindungen andererseits unterschiedlich ist, werden die Schnittgrößen für den *Anfangs-* und den *Endzustand* berechnet und der Nachweis der Tragfähigkeit geführt.

$$\sigma_{1,c,d} = \frac{F_{c,d} \cdot E_1}{(EA)_{\text{tot}}} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{2,c,d} = \frac{F_{c,d} \cdot E_2}{(EA)_{\text{tot}}} \quad \text{mit} \quad (6.1)$$

$$(EA)_{\text{tot}} = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 \quad (6.2)$$

E-Modul im Anfangszustand:

$$E_i = E_{0,\text{mean},i} \quad (6.3)$$

E-Modul im Endzustand:

$$E_{(1/2)} = E_{0,\text{mean},(1/2)} / \left(1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},(1/2)} \right) \quad \text{wie Gl. (5.4)} \quad (6.4)$$

$\sigma_{(1/2),c,d}$ Bemessungswert der Druckspannung im jeweiligen Teilquerschnitt 1/2

$F_{c,d}$ Bemessungswert der Druckkraft

$E_{(1/2)}$ E-Modul des jeweiligen Teilquerschnitts 1/2

$A_{(1/2)}$ Querschnittsfläche des jeweiligen Teilquerschnitts: $A_1 = b_1 \cdot h_1$ bzw. $A_2 = b_2 \cdot h_2$

ψ_2 Beiwert für den quasi-ständigen Anteil der Einwirkung, die die größte Spannung im Verhältnis zur Festigkeit hervorruft; falls die ständige Einwirkung maßgeblich ist: $\psi_2 = 1$

6.2 Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) Typen A und B

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{1,c,d}} \leq 1 \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{2,c,d}} \leq 1 \quad (6.5)$$

Bestimmung der Schlankheitsgrade $k_{(1/2),c,y}$ für die nachgiebige Achse

$$\lambda_{y,\text{ef}} = \frac{l_y}{i_{y,\text{ef}}} \quad (6.6)$$

$$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,\text{ef}}}{(E \cdot A)_{\text{tot}}}} \quad (6.7)$$

$$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y} \quad (6.8)$$

$I_{(1/2),y}$ Trägheitsmoment des jeweiligen Teilquerschnitts: $I_{(1/2),y} = b_{(1/2)} \cdot h_{(1/2)}^3 / 12$

γ_1 Nachgiebigkeitsfaktor des Teilquerschnitts 1, $0 \leq \gamma_1 \leq 1$

Berechnung der Nachgiebigkeitsfaktoren

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} \quad (6.9)$$

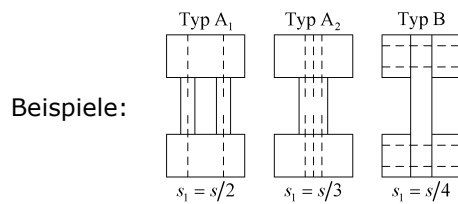
Verschiebungsmodul im Anfangszustand:

$$K_1 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},l} \quad (6.10)$$

Verschiebungsmodul im Endzustand:

$$K_1 = 2/3 \cdot K_{\text{ser},1} / \left(1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}} \right) \quad \text{wie Gl. (5.7)} \quad (6.11)$$

s_1 Abstand der VM in Längsrichtung dividiert durch die Anzahl der Scherfugen im Anschluss von Querschnittsteil 1 an Querschnittsteil 2.



K_1 Verschiebungsmodul in der Anschlussfuge von Querschnittsteil 1

$k_{\text{def},(1/2)}$ Beiwert der Kriechverformung der jeweils verbundenen Hölzer/Holzwerkstoffe im jeweiligen Teilquerschnitt 1/2

l Stützenlänge

Berechnung von a_1

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (6.12)$$

Bei Querschnittstyp B muss h_1 mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden.

6.3 Knicknachweis für die starre Achse (Knicken um die z-Achse) Typ A2

Der hier beschriebene vereinfachte Nachweis gilt nur für den Querschnittstyp A2, bei denen die Schwerpunkte aller Teilflächen auf der z-Achse liegen, und damit die Steinerschen Anteile am Trägheitsmoment gleich Null sind.

Die folgende Bedingung muss den Teilquerschnitten 1 und 2 erfüllt sein:

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,z} \cdot f_{1,c,d}} \leq 1 \quad \text{und} \quad \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,z} \cdot f_{2,c,d}} \leq 1 \quad (6.13)$$

$k_{(1/2),c,z}$ Knickbeiwert abhängig vom Schlankheitsgrad λ_z von der Holz-/Holzwerkstoffart im jeweiligen Teilquerschnitt 1/2

$f_{(1/2),c,0,d}$ Bemessungswert der Druckfestigkeit parallel zur Faserrichtung im jeweiligen Teilquerschnitt 1/2

Bestimmung der Schlankheitsgrade $k_{(1/2),c,z}$ für die starre Achse

$$\lambda_z = \frac{l_z}{i_z} \quad (6.14)$$

$$i_z = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_z}{(E \cdot A)_{\text{tot}}}} \quad (6.15)$$

$$(E \cdot I)_{z,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot I_{1,z} + E_2 \cdot I_{2,z} \quad (6.16)$$

6.4 Berechnung des Knickbeiwertes

$$k_{c,y} = \min \left\{ \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} ; 1 \right\} \quad \text{bzw.} \quad k_{c,z} = \min \left\{ \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} ; 1 \right\} \quad (6.17)$$

$$k_y = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2 \right] \quad \text{bzw.} \quad k_z = 0,5 \cdot \left[1 + \beta_c \cdot (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2 \right] \quad (6.18)$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_{y,ef}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{bzw.} \quad \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad (6.19)$$

β_c Beiwert für Imperfektionen
 = 0,2 für Vollholz und Balkenschichtholz
 = 0,1 für Brettschichtholz und Holzwerkstoffe

Alternativ zur direkten Berechnung des Knickbeiwertes kann dieser für Nadelholz und Brettschichtholz aus Tab. 6-1 (S.27) entnommen werden. Für kunstharzgebundene Spanplatten der technischen Klassen P4 bis P7 können Knickbeiwerte in Abhängigkeit vom Bereich der Nenndicke aus Tab. 6-2 (S.28) bis Tab. 6-5 (S.29) abgelesen werden. Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.

6.5 Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel

Bei ideal geraden Druckstäben ist der Schubfluss in den Anschlussfugen gleich Null. Da Druckstäbe innerhalb von Maßtoleranzen gekrümmt sind und die Baustoffeigenschaften der inhomogenen Baustoffe bezüglich der Trägheitsachsen nicht symmetrisch sind, müssen Verbindungsmittel für eine über die Stablänge konstant *angenommene Querkraft* nach Gl. (6.20) bis (6.22) bemessen werden.

$$V_d = F_{c,d} / (120 \cdot k_c) \quad \text{für} \quad \lambda_{ef} \leq 30 \quad (6.20)$$

$$V_d = F_{c,d} \cdot \lambda_{ef} / (3.600 \cdot k_c) \quad \text{für} \quad 30 < \lambda_{ef} < 60 \quad (6.21)$$

$$V_d = F_{c,d} / (60 \cdot k_c) \quad \text{für} \quad \lambda_{ef} \geq 60 \quad (6.22)$$

Der Bemessungswert der Scherkraft in den Anschlussfugen wird berechnet mit:

$$F_{1,v,Ed} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef}} \quad (6.23)$$

Die Wirkungsrichtung der Scherkräfte in den Verbindungsmitteln ist parallel zur Stablängsachse. Der Nachweis wird wie üblich geführt:

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} \leq 1 \quad \text{siehe Gl. (5.18)} \quad (6.24)$$

λ	Knickbeiwerte für Nadelvollholz und Brettschichtholz							
	C24	C30	GL24c	GL24h	GL28c	GL28h	GL32c	GL32h
15	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
20	0,991	0,989	0,999	0,998	0,999	0,997	1,000	0,996
25	0,971	0,968	0,990	0,989	0,990	0,987	0,992	0,986
30	0,948	0,943	0,980	0,978	0,980	0,975	0,982	0,975
35	0,920	0,914	0,967	0,965	0,968	0,961	0,971	0,960
40	0,887	0,878	0,952	0,948	0,954	0,943	0,957	0,942
45	0,846	0,834	0,933	0,927	0,935	0,919	0,940	0,917
50	0,796	0,781	0,906	0,897	0,910	0,885	0,917	0,882
55	0,739	0,720	0,870	0,857	0,876	0,839	0,887	0,834
60	0,676	0,655	0,823	0,803	0,830	0,779	0,846	0,773
65	0,614	0,591	0,763	0,740	0,773	0,711	0,794	0,703
70	0,554	0,531	0,698	0,672	0,709	0,641	0,733	0,633
75	0,499	0,477	0,633	0,606	0,644	0,575	0,669	0,567
80	0,450	0,429	0,571	0,545	0,582	0,516	0,608	0,508
85	0,406	0,387	0,516	0,491	0,526	0,464	0,551	0,457
90	0,368	0,351	0,466	0,443	0,476	0,418	0,499	0,412
95	0,335	0,318	0,423	0,402	0,432	0,379	0,454	0,373
100	0,305	0,290	0,385	0,365	0,394	0,344	0,413	0,339
105	0,279	0,265	0,352	0,334	0,359	0,314	0,378	0,309
110	0,256	0,244	0,322	0,305	0,329	0,287	0,346	0,283
115	0,236	0,224	0,296	0,281	0,303	0,264	0,319	0,260
120	0,218	0,207	0,273	0,259	0,279	0,243	0,294	0,239
125	0,202	0,192	0,253	0,239	0,258	0,225	0,272	0,221
130	0,188	0,178	0,234	0,222	0,240	0,208	0,252	0,205
135	0,175	0,166	0,218	0,206	0,223	0,194	0,235	0,191
140	0,163	0,155	0,203	0,192	0,208	0,181	0,219	0,178
145	0,153	0,145	0,190	0,180	0,194	0,169	0,204	0,166
150	0,143	0,136	0,178	0,168	0,182	0,158	0,191	0,155
155	0,134	0,127	0,167	0,158	0,170	0,148	0,180	0,146
160	0,126	0,120	0,157	0,148	0,160	0,139	0,169	0,137
165	0,119	0,113	0,147	0,140	0,151	0,131	0,159	0,129
170	0,112	0,107	0,139	0,132	0,142	0,124	0,150	0,122
175	0,106	0,101	0,131	0,124	0,134	0,117	0,142	0,115
180	0,101	0,095	0,124	0,118	0,127	0,110	0,134	0,109
185	0,096	0,091	0,118	0,112	0,121	0,105	0,127	0,103
190	0,091	0,086	0,112	0,106	0,114	0,099	0,121	0,098
195	0,086	0,082	0,106	0,101	0,109	0,094	0,115	0,093
200	0,082	0,078	0,101	0,096	0,104	0,090	0,109	0,088
205	0,078	0,074	0,096	0,091	0,099	0,086	0,104	0,084
210	0,075	0,071	0,092	0,087	0,094	0,082	0,099	0,080
215	0,071	0,068	0,088	0,083	0,090	0,078	0,095	0,077
220	0,068	0,065	0,084	0,079	0,086	0,074	0,090	0,073
225	0,065	0,062	0,080	0,076	0,082	0,071	0,087	0,070
230	0,063	0,059	0,077	0,073	0,079	0,068	0,083	0,067
235	0,060	0,057	0,074	0,070	0,075	0,065	0,079	0,064
240	0,058	0,055	0,071	0,067	0,072	0,063	0,076	0,062
245	0,055	0,052	0,068	0,064	0,069	0,060	0,073	0,059
250	0,053	0,050	0,065	0,062	0,067	0,058	0,070	0,057

Tab. 6-1 Knickbeiwerte k_c für Nadelvollholz und Brettschichtholz

λ	Klasse P4 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
5	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,984	0,987	0,985	0,985
20	0,961	0,966	0,962	0,963
25	0,926	0,935	0,927	0,929
30	0,864	0,883	0,868	0,871
35	0,763	0,796	0,769	0,775
40	0,641	0,681	0,648	0,656
45	0,530	0,569	0,537	0,544
50	0,440	0,475	0,447	0,453
55	0,370	0,400	0,375	0,380
60	0,314	0,340	0,319	0,323
65	0,270	0,292	0,274	0,278
70	0,234	0,254	0,237	0,241
75	0,205	0,222	0,208	0,211
80	0,181	0,196	0,183	0,186
85	0,161	0,174	0,163	0,165
90	0,144	0,156	0,146	0,148
95	0,129	0,140	0,131	0,133
100	0,117	0,127	0,119	0,120
105	0,106	0,115	0,108	0,109
110	0,097	0,105	0,098	0,100
115	0,089	0,096	0,090	0,091
120	0,082	0,089	0,083	0,084
125	0,075	0,082	0,076	0,078

λ	Klasse P4 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
130	0,070	0,076	0,071	0,072
135	0,065	0,070	0,066	0,067
140	0,060	0,065	0,061	0,062
145	0,056	0,061	0,057	0,058
150	0,053	0,057	0,053	0,054
155	0,049	0,054	0,050	0,051
160	0,046	0,050	0,047	0,048
165	0,044	0,047	0,044	0,045
170	0,041	0,045	0,042	0,042
175	0,039	0,042	0,039	0,040
180	0,037	0,040	0,037	0,038
185	0,035	0,038	0,035	0,036
190	0,033	0,036	0,033	0,034
195	0,031	0,034	0,032	0,032
200	0,030	0,032	0,030	0,031
205	0,028	0,031	0,029	0,029
210	0,027	0,029	0,027	0,028
215	0,026	0,028	0,026	0,027
220	0,025	0,027	0,025	0,025
225	0,024	0,026	0,024	0,024
230	0,023	0,024	0,023	0,023
235	0,022	0,023	0,022	0,022
240	0,021	0,023	0,021	0,021
245	0,020	0,022	0,020	0,020
250	0,019	0,021	0,019	0,020

Tab. 6-2 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse **P4**

λ	Klasse P5 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
5	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,986	0,988	0,984	0,986
20	0,964	0,968	0,961	0,965
25	0,931	0,939	0,926	0,933
30	0,875	0,892	0,864	0,880
35	0,783	0,813	0,763	0,791
40	0,665	0,703	0,641	0,676
45	0,553	0,591	0,530	0,564
50	0,461	0,495	0,440	0,470
55	0,387	0,418	0,369	0,395
60	0,329	0,355	0,314	0,336
65	0,283	0,306	0,269	0,289
70	0,245	0,265	0,234	0,251
75	0,215	0,233	0,205	0,220
80	0,190	0,205	0,181	0,194
85	0,169	0,183	0,160	0,172
90	0,151	0,163	0,143	0,154
95	0,136	0,147	0,129	0,139
100	0,123	0,133	0,117	0,125
105	0,111	0,121	0,106	0,114
110	0,102	0,110	0,097	0,104
115	0,093	0,101	0,089	0,095
120	0,086	0,093	0,082	0,088
125	0,079	0,086	0,075	0,081

λ	Klasse P5 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
130	0,073	0,079	0,070	0,075
135	0,068	0,074	0,065	0,070
140	0,063	0,069	0,060	0,065
145	0,059	0,064	0,056	0,060
150	0,055	0,060	0,053	0,056
155	0,052	0,056	0,049	0,053
160	0,049	0,053	0,046	0,050
165	0,046	0,050	0,043	0,047
170	0,043	0,047	0,041	0,044
175	0,041	0,044	0,039	0,042
180	0,038	0,042	0,037	0,039
185	0,036	0,040	0,035	0,037
190	0,035	0,038	0,033	0,035
195	0,033	0,036	0,031	0,034
200	0,031	0,034	0,030	0,032
205	0,030	0,032	0,028	0,030
210	0,028	0,031	0,027	0,029
215	0,027	0,029	0,026	0,028
220	0,026	0,028	0,025	0,026
225	0,025	0,027	0,024	0,025
230	0,024	0,026	0,023	0,024
235	0,023	0,025	0,022	0,023
240	0,022	0,024	0,021	0,022
245	0,021	0,023	0,020	0,021
250	0,020	0,022	0,019	0,021

Tab. 6-3 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse **P5**

λ	Klasse P6 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
5	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,989	0,986	0,985	0,984
20	0,969	0,965	0,962	0,961
25	0,942	0,933	0,928	0,924
30	0,897	0,879	0,868	0,861
35	0,823	0,790	0,770	0,758
40	0,718	0,674	0,649	0,635
45	0,607	0,562	0,538	0,525
50	0,509	0,468	0,447	0,435
55	0,430	0,394	0,375	0,365
60	0,366	0,335	0,319	0,310
65	0,315	0,288	0,274	0,266
70	0,274	0,250	0,238	0,231
75	0,240	0,219	0,208	0,202
80	0,212	0,193	0,184	0,178
85	0,188	0,172	0,163	0,159
90	0,168	0,154	0,146	0,142
95	0,152	0,138	0,131	0,128
100	0,137	0,125	0,119	0,115
105	0,125	0,114	0,108	0,105
110	0,114	0,104	0,098	0,096
115	0,104	0,095	0,090	0,088
120	0,096	0,087	0,083	0,081
125	0,089	0,081	0,077	0,074

λ	Klasse P6 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
130	0,082	0,075	0,071	0,069
135	0,076	0,069	0,066	0,064
140	0,071	0,064	0,061	0,059
145	0,066	0,060	0,057	0,056
150	0,062	0,056	0,053	0,052
155	0,058	0,053	0,050	0,049
160	0,054	0,050	0,047	0,046
165	0,051	0,047	0,044	0,043
170	0,048	0,044	0,042	0,041
175	0,046	0,041	0,039	0,038
180	0,043	0,039	0,037	0,036
185	0,041	0,037	0,035	0,034
190	0,039	0,035	0,033	0,033
195	0,037	0,033	0,032	0,031
200	0,035	0,032	0,030	0,029
205	0,033	0,030	0,029	0,028
210	0,032	0,029	0,027	0,027
215	0,030	0,028	0,026	0,025
220	0,029	0,026	0,025	0,024
225	0,028	0,025	0,024	0,023
230	0,027	0,024	0,023	0,022
235	0,025	0,023	0,022	0,021
240	0,024	0,022	0,021	0,020
245	0,023	0,021	0,020	0,020
250	0,022	0,020	0,019	0,019

Tab. 6-4 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse **P6**

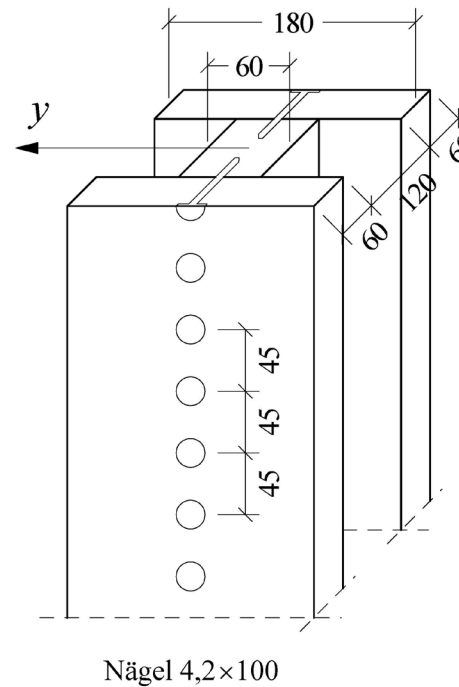
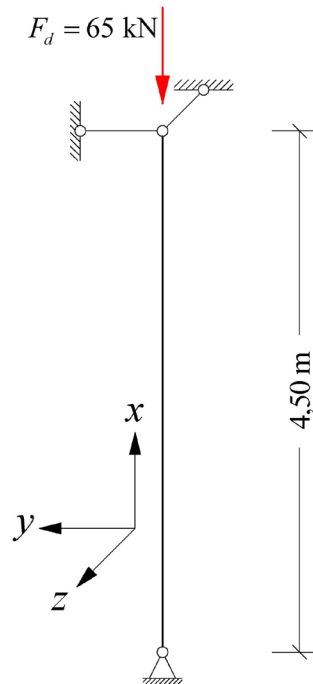
λ	Klasse P7 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
5	1,000	1,000	1,000	1,000
10	1,000	1,000	1,000	1,000
15	0,987	0,988	0,987	0,985
20	0,967	0,968	0,967	0,963
25	0,937	0,939	0,937	0,930
30	0,887	0,892	0,887	0,873
35	0,803	0,813	0,804	0,778
40	0,691	0,705	0,692	0,659
45	0,579	0,593	0,579	0,548
50	0,484	0,496	0,484	0,456
55	0,407	0,418	0,408	0,383
60	0,347	0,356	0,347	0,325
65	0,298	0,306	0,298	0,280
70	0,259	0,266	0,259	0,243
75	0,227	0,233	0,227	0,212
80	0,200	0,206	0,200	0,187
85	0,178	0,183	0,178	0,167
90	0,159	0,164	0,159	0,149
95	0,143	0,147	0,143	0,134
100	0,129	0,133	0,130	0,121
105	0,118	0,121	0,118	0,110
110	0,107	0,111	0,108	0,101
115	0,098	0,101	0,099	0,092
120	0,090	0,093	0,091	0,085
125	0,084	0,086	0,084	0,078

λ	Klasse P7 Nenndicke in mm			
	13-20	20-25	25-32	32-40
130	0,077	0,080	0,077	0,072
135	0,072	0,074	0,072	0,067
140	0,067	0,069	0,067	0,063
145	0,062	0,064	0,062	0,058
150	0,058	0,060	0,058	0,055
155	0,055	0,056	0,055	0,051
160	0,051	0,053	0,051	0,048
165	0,048	0,050	0,048	0,045
170	0,046	0,047	0,046	0,043
175	0,043	0,044	0,043	0,040
180	0,041	0,042	0,041	0,038
185	0,038	0,040	0,039	0,036
190	0,037	0,038	0,037	0,034
195	0,035	0,036	0,035	0,032
200	0,033	0,034	0,033	0,031
205	0,031	0,032	0,031	0,029
210	0,030	0,031	0,030	0,028
215	0,029	0,029	0,029	0,027
220	0,027	0,028	0,027	0,026
225	0,026	0,027	0,026	0,024
230	0,025	0,026	0,025	0,023
235	0,024	0,025	0,024	0,022
240	0,023	0,024	0,023	0,021
245	0,022	0,023	0,022	0,021
250	0,021	0,022	0,021	0,020

Tab. 6-5 Knickbeiwerte k_c für kunstharzgebundene Spanplatten technische Klasse **P7**

Beispiel 6-1 Tragfähigkeitsnachweis an einer genagelten I-Stütze NH C24 Typ A2

Eine in NKL 1 genutzte Stütze mit einer Länge $l = 4,50$ m ist aus drei Nadelholz-Querschnitten C24 mit nicht vorgebohrten Nägeln gefertigt.



Der Bemessungswert der Druckkraft beträgt

$$F_d = 65 \text{ kN, KLED} = \text{mittel, Kategorie A, } \psi_2 = 0,3$$

Es soll der Nachweis der Knickstabilität in folgenden Schritten geführt werden

- Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) im Anfangszustand
- Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) im Endzustand
- Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel mit $R_d = 789$ N
- Knicknachweis für die starre Achse (Knicken um die z-Achse)

Querschnittswerte

$$\begin{aligned} A_1 &= 10,8 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 & A_2 &= 7,2 \cdot 10^3 \text{ mm}^2 \\ I_{1,y} &= 3,24 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & I_{2,y} &= 8,64 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \\ I_{1,z} &= 29,16 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & I_{2,z} &= 2,16 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \end{aligned}$$

a) Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) im Anfangszustand	b) Knicknachweis für die nachgiebige Achse (Knicken um die y-Achse) im Endzustand
Gl. (5.3): $E_1 = E_2 = E_{0,\text{mean}} = 11.000$	Gl. (5.4): $E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow E_{1/2} = 11.000 / (1 + 0,3 \cdot 0,6) = 9.320 \text{ N/mm}^2$
Gl. (5.6): $K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot 904 = 603 \text{ N/mm}$	Gl. (5.7): $K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $K_1 = \frac{2}{3} \cdot 904 / (1 + 0,3 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,6 \cdot 0,6}) = 443 \text{ N/mm}$
$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 11.000 \cdot 10.800 \cdot 45}{603 \cdot 4.500^2}} = 0,188$	$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 9.320 \cdot 10.800 \cdot 45}{443 \cdot 4.500^2}} = 0,167$
$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{60 + 120}{2} = 90 \text{ mm}$	
Längssteifigkeit, Gl. (6.2): $(EA)_{\text{tot}} = \sum_i E_i \cdot A_i = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2 = E_1 \cdot (2 \cdot A_1 + A_2)$	
$(EA)_{\text{tot}} = 11.000 \cdot (2 \cdot 10,8 \cdot 10^3 + 7,2 \cdot 10^3) = 316,8 \cdot 10^6 \text{ N}$	$(EA)_{\text{tot}} = 9.320 \cdot (2 \cdot 10,8 \cdot 10^3 + 7,2 \cdot 10^3) = 268,4 \cdot 10^6 \text{ N}$
Effektive Biegesteifigkeit, Gl. (6.8): $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y} = E_1 \cdot [2 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + I_{2,y}]$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 9.320 \cdot [2 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + I_{2,y}]$
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 11.000 \cdot [2 \cdot (3,24 \cdot 10^6 + 0,188 \cdot 10.800 \cdot 90^2) + 8,64 \cdot 10^6]$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 9.320 \cdot [2 \cdot (3,24 \cdot 10^6 + 0,167 \cdot 10.800 \cdot 90^2) + 8,64 \cdot 10^6]$
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 528,0 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 413,4 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$
Schlankheitsgrad und Knickbeiwert $k_{(1/2),c,y}$ für die nachgiebige Achse, Gl.(6.7) und (6.6): $i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,\text{ef}}}{(E \cdot A)_{\text{tot}}}}$ und $\lambda_y = \frac{l_y}{i_{y,\text{ef}}}$	
$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{528 \cdot 10^9}{316,9 \cdot 10^6}} = 40,82 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{4.500}{40,82} = 110,2$	$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{413,4 \cdot 10^9}{268,4 \cdot 10^6}} = 39,25 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{4.500}{39,25} = 114,7$
$k_{1,c,y} = k_{2,c,y} = 0,253$ nach Tab. 6-1	$k_{1,c,y} = k_{2,c,y} = 0,235$ nach Tab. 6-1
Druckspannungen, Gl. (6.1): $\sigma_{i,c,d} = \frac{F_d \cdot E_i}{(EA)_{\text{tot}}}$	
$\sigma_{1,c,d} = \sigma_{2,c,d} = \frac{65.000 \cdot 11.000}{316,8 \cdot 10^6} = 2,26 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{1,c,d} = \sigma_{2,c,d} = \frac{65.000 \cdot 9.320}{268,4 \cdot 10^6} = 2,26 \text{ N/mm}^2$

Knicknachweis für die nachgiebige Achse, Gl. (6.5): $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,y} \cdot f_{i,c,d}} \leq 1$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{2,26}{0,253 \cdot 12,9} = 0,69 < 1$$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{2,26}{0,235 \cdot 12,9} = 0,75 < 1$$

c) Tragfähigkeitsnachweis der Verbindungsmittel mit $R_d = 789 \text{ N}$

Anfangszustand

Endzustand

und Scherkraft im Nagel nach (6.23): $F_{1,d} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef}}$ mit angenommener Querkraft, Gl. (6.22): $V_d = \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,y}}$

$$V_d = \frac{65.000}{60 \cdot 0,253} = 4.282 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{4.282 \cdot 0,150 \cdot 11.000 \cdot 10.800 \cdot 90 \cdot 45}{528 \cdot 10^9} = 732 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{732}{1,0 \cdot 789} = 0,93 < 1$$

$$V_d = \frac{65.000}{60 \cdot 0,235} = 4.610 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{4.610 \cdot 0,132 \cdot 9.320 \cdot 10.800 \cdot 90 \cdot 45}{413,4 \cdot 10^9} = 758 \text{ N}$$

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{758}{1,0 \cdot 789} = 0,96 < 1$$

d) Knicknachweis für die starre Achse (Knicken um die z-Achse)

Anfangszustand

Endzustand

Biegesteifigkeit, Gl. (6.16): $(E \cdot I)_{z,ef} = 2 \cdot E_1 \cdot I_{1,z} + E_2 \cdot I_{2,z}$; Trägheitsradius, Gl. (6.15): $i_z = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{z,ef}}{(E \cdot A)_{tot}}}$; Schlankheitsgrad, Gl. (6.14): $\lambda_z = \frac{l_z}{i_z}$

$$(E \cdot I)_{z,ef} = 11.000 \cdot (2 \cdot 29,16 \cdot 10^6 + 2,16 \cdot 10^6) = 665,3 \cdot 10^9$$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{665,3 \cdot 10^9}{316,9 \cdot 10^6}} = 45,82 \text{ mm} \rightarrow \lambda_y = \frac{4.500}{45,82} = 98,2$$

$$(E \cdot I)_{z,ef} = 9.320 \cdot (2 \cdot 29,16 \cdot 10^6 + 2,16 \cdot 10^6) = 563,7 \cdot 10^9$$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{563,7 \cdot 10^9}{268,4 \cdot 10^6}} = 45,82 \text{ mm} \rightarrow \lambda_y = \frac{4.500}{45,82} = 98,2$$

Knicknachweis für die starre Achse ist nicht maßgeblich

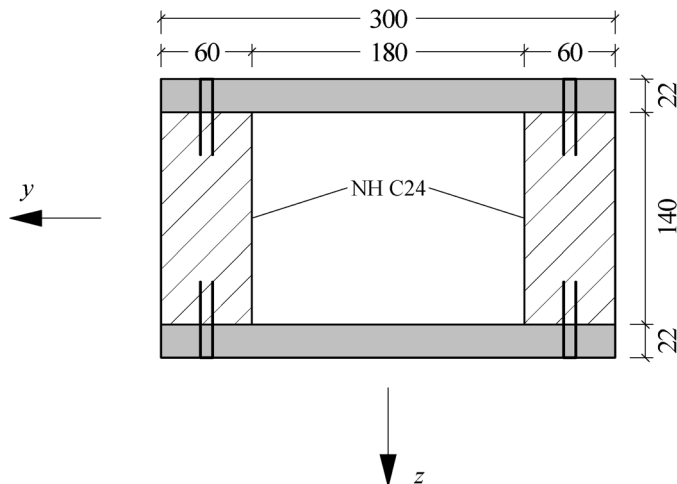
Ende Beispiel 6-1

Beispiel 6-2 Tragfähigkeitsnachweis an einer Holzrahmenbau-Stütze Typ A1/B

Eine in NKL 1 genutzte Holzrahmenbau-Stütze mit einer Länge $l = 2,80$ m ist aus zwei Nadelholz-Ständern C24 und beidseitiger Beplankung aus kunstharzgebundenen Spanplatten, technische Klasse P6 gefertigt. Als Verbindungsmittel wurden Klammern gewählt.

Beplankung: kunstharzgebundene Spanplatte technische Klasse P6

Verbindungsmittel: Klammern $d = 2,0$ mm / $l = 50$ mm, einreihig $s = 30$ mm



Der Bemessungswert der Druckkraft beträgt

$F_d = 130$ kN, KLED = mittel,

Kategorie Sonstige Einwirkungen, $\psi_2 = 0,5$

Der Nachweis der Knickstabilität soll in folgenden Schritten geführt werden

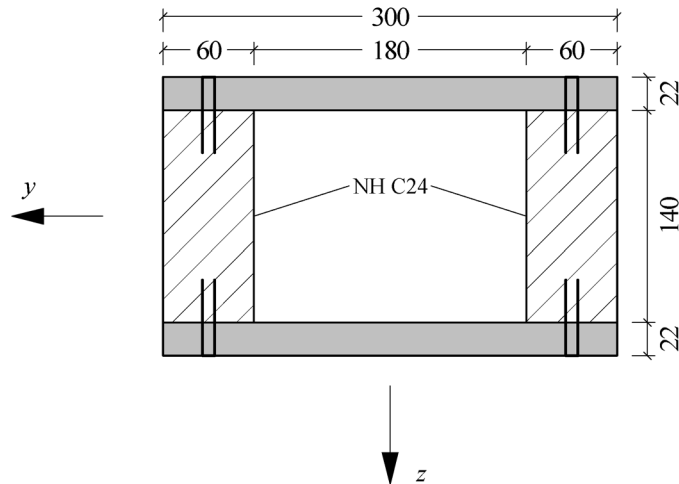
- Knicknachweis um die y-Achse im Anfangs- und Endzustand sowie Ermittlung der Scherbelastung der Klammern
- Knicknachweis um die z-Achse im Anfangs- und Endzustand sowie Ermittlung der Scherbelastung der Klammern
- Tragfähigkeitsnachweis der Klammern für die Scherkräfte in den Anschlussfugen aus den Knicknachweisen um die y- und die z-Achse mit einer Tragfähigkeit je Klammerschaft und Scherfuge von $F_{v,Rd} = 275$ N
- Gegenüberstellung der Ergebnisse für γ und die Ausnutzungsgrade von Spanplatte, Holz und Nägeln im Anfangs- und Endzustand

Druckfestigkeit und E-Modul der Spanplatte P6 in der Plattenebene:

$$f_{c,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,k}}{\gamma_M} = 0,70 \cdot \frac{12,8}{1,3} = 6,89 \text{ N/mm}^2; E_{mean} = 2.100 \text{ N/mm}^2$$

Rohdichte der Spanplatte P6: $\rho_{mean} = 550 \text{ kg/m}^3$

a) Knicknachweis um die y-Achse sowie Ermittlung der Scherbelastung der Klammern



Querschnittswerte

$$A_1 = 6.600 \text{ mm}^2 \quad A_2 = 16.800 \text{ mm}^2$$

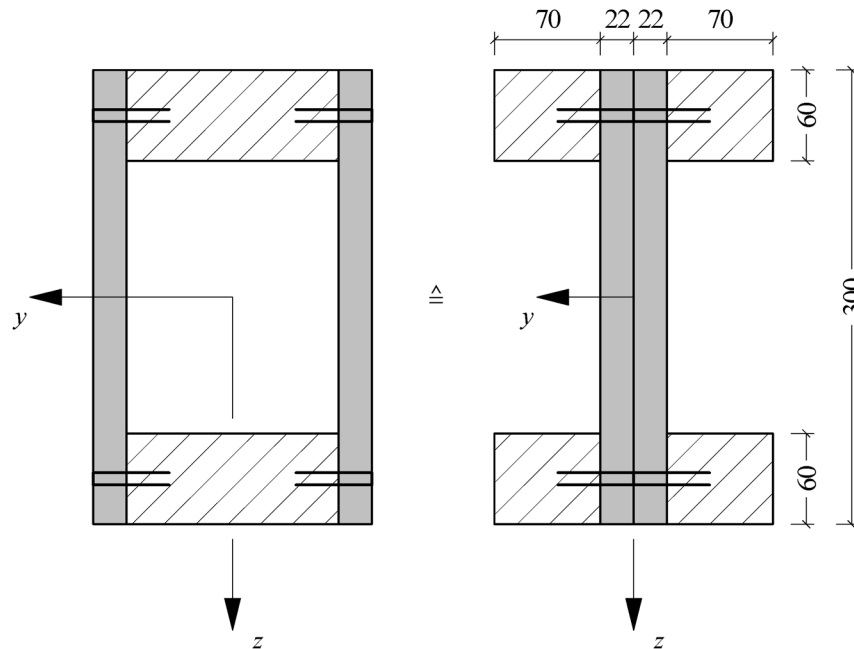
$$I_{1,y} = 0,2662 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_{2,y} = 27,44 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Abb. 6-3 Berechnungsmodell für Knicken um die y-Achse, Querschnittstyp A1

Anfangszustand	Endzustand
$E_1 = 2.100 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 11.000 \text{ N/mm}^2$ $\rho_{\text{mean}} = \sqrt{420 \cdot 550} = 481 \text{ kg/m}^3$ $K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\rho_m^{1,5}}{80} \cdot d^{0,8} = \frac{2}{3} \cdot \frac{481^{1,5}}{80} \cdot 2,0^{0,8} = 153 \text{ N/mm}$ $\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 2.100 \cdot 6.600 \cdot 7,5}{153 \cdot 2.800^2}} = 0,539$	$E_i = E_{0,\text{mean},i} / (1 + \psi_2 \cdot k_{\text{def},i}) \rightarrow$ $E_1 = 2.100 / (1 + 0,5 \cdot 2,25) \cong 990 \text{ N/mm}^2$ $E_2 = 11.000 / (1 + 0,5 \cdot 0,6) \cong 8.460 \text{ N/mm}^2$ $K_1 = \frac{2}{3} \cdot K_{\text{ser}} / (1 + \psi_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}})$ $K_1 = 153 / (1 + 0,5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2,25 \cdot 0,6}) = 71 \text{ N/mm}$ $\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 990 \cdot 6.600 \cdot 7,5}{71 \cdot 2.800^2}} = 0,535$
$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{22 + 140}{2} = 81 \text{ mm}$	

Längssteifigkeit $(EA)_{\text{tot}} = \sum_i E_i \cdot A_i = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2$	
$(EA)_{\text{tot}} = 2 \cdot 2.100 \cdot 6.600 + 11.000 \cdot 16.800 = 212,5 \cdot 10^6 \text{ N}$	$(EA)_{\text{tot}} = 2 \cdot 990 \cdot 6.600 + 8.460 \cdot 16.800 = 155,2 \cdot 10^6 \text{ N}$
Effektive Biegesteifigkeit $(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y}$	
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot 2.100 \cdot (0,2662 \cdot 10^6 + 0,539 \cdot 6.600 \cdot 81^2) + 11.000 \cdot 27,44 \cdot 10^6$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 2 \cdot 990 \cdot (0,2662 \cdot 10^6 + 0,535 \cdot 6.600 \cdot 81^2) + 8.460 \cdot 27,44 \cdot 10^6$
$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 401,0 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$	$(E \cdot I)_{y,\text{ef}} = 278,5 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$
Schlankheitsgrad und Knickbeiwert $k_{(1/2),\text{c},y}$ für die nachgiebige Achse, Gl.(6.7) und (6.6): $i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,\text{ef}}}{(E \cdot A)_{\text{tot}}}}$ und $\lambda_y = \frac{l_y}{i_{y,\text{ef}}}$	
$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{401 \cdot 10^9}{212,5 \cdot 10^6}} = 43,44 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{2.800}{43,44} = 64,5$	$i_{y,\text{ef}} = \sqrt{\frac{278,5 \cdot 10^9}{155,2 \cdot 10^6}} = 42,36 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,\text{ef}} = \frac{2.800}{42,36} = 66,1$
$k_{1,\text{c},y} = 0,293$ nach Tab. 6-4; $k_{2,\text{c},y} = 0,617$ nach Tab. 6-1	$k_{1,\text{c},y} = 0,279$; $k_{2,\text{c},y} = 0,596$
Druckspannungen, Gl. (6.1): $\sigma_{i,\text{c},d} = \frac{F_d \cdot E_i}{(EA)_{\text{tot}}}$	
$\sigma_{1,\text{c},d} = \frac{130.000 \cdot 2.100}{212,5 \cdot 10^6} = 1,28 \text{ N/mm}^2$ / $\sigma_{2,\text{c},d} = \frac{130.000 \cdot 11.000}{212,5 \cdot 10^6} = 6,73 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{1,\text{c},d} = \frac{130.000 \cdot 990}{155,2 \cdot 10^6} = 0,83 \text{ N/mm}^2$ / $\sigma_{2,\text{c},d} = \frac{130.000 \cdot 8.460}{155,2 \cdot 10^6} = 7,09 \text{ N/mm}^2$
Knicknachweis für die nachgiebige Achse: $\frac{\sigma_{i,\text{c},d}}{k_{i,\text{c},y} \cdot f_{i,\text{c},d}} \leq 1$	
$\frac{\sigma_{1,\text{c},d}}{k_{1,\text{c},y} \cdot f_{\text{c},d}} = \frac{1,28}{0,293 \cdot 6,89} = 0,63 < 1$ / $\frac{\sigma_{2,\text{c},d}}{k_{2,\text{c},y} \cdot f_{\text{c},d}} = \frac{6,73}{0,617 \cdot 12,9} = 0,85 < 1$	$\frac{\sigma_{1,\text{c},d}}{k_{1,\text{c},y} \cdot f_{\text{c},d}} = \frac{0,83}{0,279 \cdot 6,89} = 0,43 < 1$ / $\frac{\sigma_{2,\text{c},d}}{k_{2,\text{c},y} \cdot f_{\text{c},d}} = \frac{7,09}{0,596 \cdot 12,9} = 0,92 < 1$
Scherbelastung der Klammern	
Anfangszustand	Endzustand
Scherkraft nach (6.23): $F_{1,d} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{\text{ef}}}$ mit angenommener Querkraft, Gl. (6.22) : $\lambda_{y,\text{ef}} \geq 60 \rightarrow V_d = \frac{F_{\text{c},d}}{60 \cdot k_{\text{c},y}}$	
$V_d = \frac{130.000}{60 \cdot 0,293} = 7.395 \text{ N}$	$V_d = \frac{130.000}{60 \cdot 0,279} = 7.766 \text{ N}$
$F_{1,\text{v},\text{Ed}} = \frac{7.395 \cdot 0,539 \cdot 2.100 \cdot 6.600 \cdot 81 \cdot 7,5}{401 \cdot 10^9} = 84 \text{ N}$	$F_{1,\text{v},\text{Ed}} = \frac{7.766 \cdot 0,535 \cdot 990 \cdot 6.600 \cdot 81 \cdot 7,5}{278,5 \cdot 10^9} = 59 \text{ N}$

b) Knicknachweis um die z-Achse sowie Ermittlung der Scherbelastung der Klammern



Zur leichteren Handhabung wird der Querschnitt um 90° gedreht, das Koordinatensystem behält jedoch seine ursprüngliche Lage. Das Berechnungsmodell für Knicken um die ursprüngliche z-Achse (jetzt y-Achse) entspricht Typ B.

Querschnittswerte

$$\begin{array}{l|l}
 b_1 = 140 \text{ mm} & b_2 = 2 \cdot 22 = 44 \text{ mm} \\
 h_1 = -60 \text{ mm} & h_2 = 300 \text{ mm} \\
 A_1 = 140 \cdot 60 = 8.400 \text{ mm}^2 & A_2 = 44 \cdot 300 = 13.200 \text{ mm}^2 \\
 I_{1,y} = \frac{140 \cdot 60^3}{12} = 2,52 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & I_{2,y} = \frac{44 \cdot 300^3}{12} = 99,0 \cdot 10^6 \text{ mm}^4
 \end{array}$$

Abb. 6-4 Berechnungsmodell für Knicken um die ursprüngliche z-Achse, Querschnittstyp B

Anfangszustand

$$E_1 = 11.000 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad E_2 = 2.100 \text{ N/mm}^2$$

$$K_1 = 153 \text{ N/mm}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s_1}{K_1 \cdot l^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 11.000 \cdot 8.400 \cdot 7,5}{153 \cdot 2.800^2}} = 0,149$$

Endzustand

$$E_1 \cong 8.460 \text{ N/mm}^2 \quad / \quad E_2 \cong 990 \text{ N/mm}^2$$

$$K_1 = 71 \text{ N/mm}$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 8.460 \cdot 8.400 \cdot 7,5}{71 \cdot 2.800^2}} = 0,096$$

$$a_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{300 - 60}{2} = 120 \text{ mm}$$

$$\text{Längssteifigkeit } (EA)_{\text{tot}} = \sum_i E_i \cdot A_i = 2 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2$$

$$(EA)_{\text{tot}} = 212,5 \cdot 10^6 \text{ N unverändert}$$

$$(EA)_{\text{tot}} = 155,2 \cdot 10^6 \text{ N unverändert}$$

Effektive Biegesteifigkeit $(E \cdot I)_{y,ef} = 2 \cdot E_1 \cdot (I_{1,y} + \gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1^2) + E_2 \cdot I_{2,y}$

$$(E \cdot I)_{y,ef} = 2 \cdot 11.000 \cdot (2,52 \cdot 10^6 + 0,149 \cdot 8.400 \cdot 120^2) + 2.100 \cdot 99,0 \cdot 10^6$$

$$(E \cdot I)_{y,ef} = 660,4 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$(E \cdot I)_{y,ef} = 2 \cdot 8.460 \cdot (2,52 \cdot 10^6 + 0,096 \cdot 8.400 \cdot 120^2) + 990 \cdot 99,0 \cdot 10^6$$

$$(E \cdot I)_{y,ef} = 336,5 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

Schlankheitsgrad und Knickbeiwert $k_{(1/2),c,y}$ für die nachgiebige Achse, Gl.(6.7) und (6.6): $i_{y,ef} = \sqrt{\frac{(E \cdot I)_{y,ef}}{(E \cdot A)_{tot}}}$ und $\lambda_y = \frac{l_y}{i_{y,ef}}$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{660,4 \cdot 10^9}{212,5 \cdot 10^6}} = 55,75 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,ef} = \frac{2.800}{53,78} = 50,2$$

$$k_{1,c,y} = 0,791 \text{ nach Tab. 6-1}; k_{2,c,y} = 0,465 \text{ nach Tab. 6-4}$$

$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{336,5 \cdot 10^9}{155,2 \cdot 10^6}} = 46,56 \text{ mm} \rightarrow \lambda_{y,ef} = \frac{2.800}{46,56} = 60,1$$

$$k_{1,c,y} = 0,671; k_{2,c,y} = 0,334$$

Druckspannungen, Gl. (6.1): $\sigma_{i,c,d} = \frac{F_d \cdot E_i}{(EA)_{tot}}$

$$\sigma_{1,c,d} = 6,73 / \sigma_{2,c,d} = 1,28 \text{ N/mm}^2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{1,c,d} = 7,09 \text{ N/mm}^2 / \sigma_{2,c,d} = 0,83 \text{ N/mm}^2$$

Knicknachweis für die nachgiebige Achse: $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,y} \cdot f_{i,c,d}} \leq 1$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,0,d}} = \frac{6,73}{0,791 \cdot 12,9} = 0,66 < 1 / \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{1,28}{0,465 \cdot 6,89} = 0,40 < 1$$

$$\frac{\sigma_{1,c,d}}{k_{1,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{7,09}{0,671 \cdot 12,9} = 0,82 < 1 / \frac{\sigma_{2,c,d}}{k_{2,c,y} \cdot f_{c,d}} = \frac{0,83}{0,334 \cdot 6,89} = 0,36 < 1$$

Scherbelastung der Klammern

Anfangszustand

Endzustand

Scherkraft nach (6.23): $F_{1,d} = \frac{V_d \cdot \gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1}{(E \cdot I)_{ef}}$ mit angenommener Querkraft

$$\text{nach Gl.(6.21): } 30 \leq \lambda_{ef} \leq 60 \rightarrow V_d = \frac{F_{c,d} \cdot \lambda_{y,ef}}{3.600 \cdot k_{c,y}}$$

$$V_d = \frac{130.000 \cdot 50,2}{3.600 \cdot 0,465} = 3.904 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{3.904 \cdot 0,132 \cdot 11.000 \cdot 8.400 \cdot 120 \cdot 7,5}{660,4 \cdot 10^9} = 73 \text{ N}$$

$$\text{nach Gl. (6.22): } \lambda_{y,ef} \geq 60 \rightarrow V_d = \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_{c,y}}$$

$$V_d = \frac{130.000}{60 \cdot 0,334} = 6.487 \text{ N}$$

$$F_{1,v,Ed} = \frac{6.487 \cdot 0,085 \cdot 8.460 \cdot 8.400 \cdot 120 \cdot 7,5}{336,5 \cdot 10^9} = 118 \text{ N}$$

c) Tragfähigkeitsnachweis der Klammern für die Scherkräfte aus den Knicknachweisen um die y- und die z-Achse mit $F_{v,Rd} = 275 \text{ N}$

Anfangszustand

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{84}{1,0 \cdot 275} = 0,31 < 1$$

Endzustand

$$\frac{F_{1,v,Ed}}{(n_{ef}/n) \cdot F_{1,v,Rd}} = \frac{118}{1,0 \cdot 275} = 0,43 < 1$$

d) Gegenüberstellung der Ergebnisse für γ und die Ausnutzungsgrade von Spanplatte, Holz und Nägeln im Anfangs- und Endzustand

	Knicknachweis um ursprüngliche y-Achse		Knicknachweis um ursprüngliche z-Achse		Ausnutzungsgrad Klammer
	Ausnutzungsgrad $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,y} \cdot f_{i,c,d}}$		Ausnutzungsgrad $\frac{\sigma_{i,c,d}}{k_{i,c,z} \cdot f_{i,c,d}}$		
	Spanplatte	Holz	Spanplatte	Holz	
Anfang	0,63	0,85	0,40	0,66	0,57
Ende	0,43	0,92	0,36	0,82	0,64

Ende Beispiel 6-1

Literaturverzeichnis

Zitierte Normen

- [DIN 1] DIN EN 1995-1-1:2010-12
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004 + AC:2006 + A1:2008
- [DIN 2] DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
- [DIN 3] DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004/A2:2014
- [DIN 4] DIN EN 338:2016-07 Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen
- [DIN 5] DIN EN 14080:2013-09 Holzbauwerke – Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen
- [DIN 6] DIN EN 14592:2008 Holzbauwerke - Stiftförmige Verbindungsmittel - Anforderungen

Weiterführende Literatur

- [1] Blaß, Hans J.; Ehlbeck, Jürgen; Kreuzinger, Heinrich; Steck, Günter: *Erläuterungen zu DIN 1052:2004-08. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken*. Bruderverlag Albert Bruder GmbH & Co. KG, Karlsruhe 2005
- [2] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 1 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bemessung und Baustoffe. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [3] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 2 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bauteile Konstruktionen Details. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [4] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 3 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Grundlagen Entwicklungen Ergänzungen. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995

Stichwortverzeichnis

Knickbeiwert	25	Spannungsermittlung	3
Berechnung	26	Tragfähigkeit Teilquerschnitte	6
Knickbeiwerte		Tragfähigkeit VM	6
Spanplatten P4	28	Verformungsberechnung.....	7
Spanplatten P5	28	Zusammengesetzte Druckstäbe.....	23
Spanplatten P6	29	angenommene Querkraft	26
Spanplatten P7	29	Knicknachweis nachgiebige Achse.....	24
Zusammengesetzte Biegestäbe.....	3	Knicknachweis starre Achse	25
Anfangs-/Endzustand.....	4, 24	Längssteifigkeit	24
Beulnachweis.....	7	Querschnittstypen	23
Querschnittstypen	3	Tragfähigkeit VM	26