

Vorlesung Holzbau II



DIN EN 1995-1-1 Eurocode 5:2010-12
DIN EN 1995-1-1 Nationaler Anhang:2013-08
DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07

Teil 1
Zimmermannsmäßige Verbindungen
Biegesteife Anschlüsse
Gebrauchstauglichkeit
Verformungsberechnung

Inhaltsverzeichnis

Beispielverzeichnis	2
Tabellenverzeichnis	2
Vorwort.....	3
1 Zimmermannsmäßige Verbindungen	5
1.1 Grundregeln für Versätze	5
1.2 Druckanschluss durch einfachen Versatz	7
1.3 Berücksichtigung des ausmittigen Anschlusses bei einfachen Versätzen	8
1.4 Druckanschluss durch doppelten Versatz.....	11
1.5 Grundregeln für Zapfenverbindungen.....	14
1.6 Tragfähigkeit von Zapfenverbindungen	14
2 Biegesteife Anschlüsse.....	17
2.1 Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung aus Moment	17
2.2 Verbindungsmittelbeanspruchung aus M bei regelmäßigem Anschlussbild.....	18
2.3 Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung aus Normal- und Querkraft.....	18
2.4 Ermittlung von Größe und Richtung der resultierenden Verbindungsmittelkraft	18
2.5 Ermittlung der Querkraft im Anschlussbereich.....	18
3 Gebrauchstauglichkeit.....	21
3.1 Grundregeln	21
3.2 Anfangs- und Endverformung aus mehreren veränderlichen Einwirkungen.....	22
3.3 Durchbiegungsnachweise	23
4 Verformungsberechnung von Balken- und Fachwerktragwerken nach PvK.....	30
4.1 Elastische Anfangsverformung w_{inst} und Endverformung w_{fin}	30
4.2 Zur Berechnung der Verformungsanteile aus Verbindungen	31
Literaturverzeichnis.....	39
Stichwortverzeichnis.....	41

Beispielverzeichnis

Beispiel 1-1	Kopfbandanschluss mit zweiseitigem Stirnversatz in einem Hallendach	9
Beispiel 1-2	Anschluss einer Druckstrebe durch doppelten Versatz	12
Beispiel 1-3	Balkenaufleger mit Zapfenverbindung	15
Beispiel 2-1	Bemessung eines Reparaturstoßes in einem Biegebalken	19
Beispiel 3-1	Gebrauchstauglichkeitsnachweis mit einer veränderlichen Einwirkung.....	25
Beispiel 3-2	Gebrauchstauglichkeitsnachweis mit mehreren veränderlichen Einwirkungen.....	27
Beispiel 3-3	Zementgebundene Spanplatte auf einem Deckenbalken.....	29
Beispiel 4-1	Durchbiegungsberechnung eines BSH-Trägers nach PvK	33
Beispiel 4-2	Verformungen an einem Biegebalken mit Reparaturstoß	34
Beispiel 4-3	Verformungen an einem Kragträger mit Bolzenverbindungen	36

Tabellenverzeichnis

Tab. 1-1	Versatz-Druckfestigkeit $f_{c,\alpha,d}$	6
Tab. 3-1	Verformungsbeiwerte k_{def} für Holzbaustoffe und Verbindungen	22
Tab. 3-2	Kombinationsbeiwerte ψ_0 und ψ_2 nach DIN 1055-100.....	23
Tab. 3-3	Empfohlene Grenzwerte der Durchbiegungen von Biegestäben	23
Tab. 4-1	Verschiebungsmoduln K_{ser} für stiftförmige Verbindungsmittel	31
Tab. 4-2	Werte K_{ser} für stiftförmige Verbindungsmittel	32

Vorwort

Das vorliegende zweiteilige Skript soll die Lehrveranstaltung Holzbau II im Bachelorstudiengang Bauingenieurwesen unterstützen. Begleitend zum Vorlesungsskript stehen eine Sammlung von Übungsaufgaben und die dazu gehörigen Musterlösungen zur Verfügung. Themenschwerpunkte von Teil 1 sind Zimmermannsmäßige Verbindungen und biegesteife Anschlüsse sowie Gebrauchstauglichkeitsnachweise und Berechnung von Verformungen. Teil 2 enthält die Regeln zum Tragfähigkeitsnachweis für zusammengesetzte Biege- und Druckstäbe mit nachgiebigem Verbund.

Der Stand der zugrundeliegenden technischen Baubestimmungen entspricht

DIN EN 1995-1-1:2010-12 [DIN 1] (EC5) einschließlich der Änderungen A1 und A2 [DIN 3] und

DIN EN 1995-1-1/NA:2013-08 [DIN 2], Nationaler Anhang zu EC5. Das Skript und die zugehörigen Übungsaufgaben werden in unregelmäßigen Abständen möglichst zeitnah überarbeitet, da sich die Regelungen für den Holzbau im Umbruch befinden.

Berlin, Februar 2020

Ralf-W. Boddenberg

1 Zimmermannsmäßige Verbindungen

1.1 Grundregeln für Versätze

Versätze können zum Anschluss druckbelasteter Stäbe gewählt werden. Beim einseitigen Versatzeinschnitt wird nur auf einer Seite des lastaufnehmenden Holzes ein Versatz angeordnet. Beim zweiseitigen Versatzeinschnitt liegen zwei Anschlüsse symmetrisch unmittelbar gegenüber. Die durch Versatz verbundenen Einzelteile sind in ihrer Lage zu sichern, z. B. durch Bolzen.

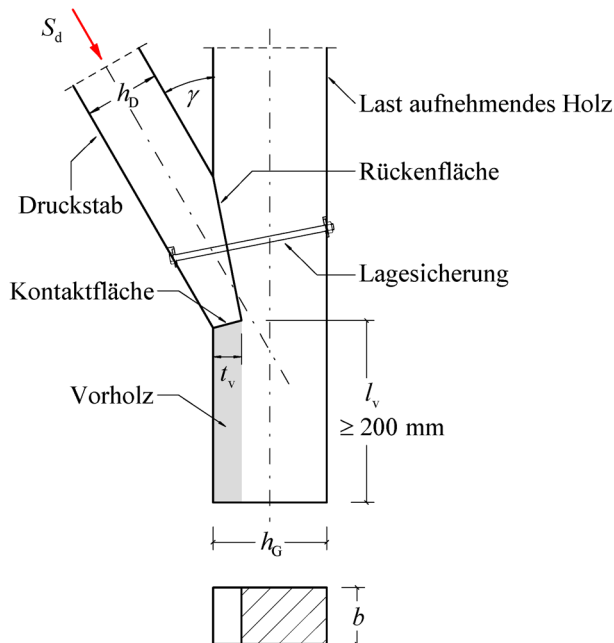


Abb. 1-1 einseitiger Versatzeinschnitt mit Bezeichnungen

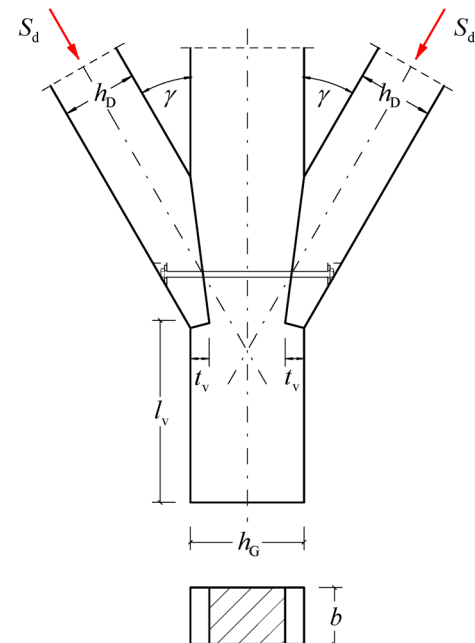


Abb. 1-2 zweiseitiger Versatzeinschnitt

Bei einseitigen Versätzen sollte die Einschnitttiefe t_v die Bedingungen der Gl. (1.1) erfüllen. Werte für $50^\circ < \gamma < 60^\circ$ werden durch Interpolation ermittelt

$$t_v \leq \begin{cases} h_G/4 & \text{für } \gamma \leq 50^\circ \\ h_G/6 & \text{für } \gamma \geq 60^\circ \end{cases} \quad (1.1)$$

Bei zweiseitigen Versätzen sollte die Einschnitttiefe t_v die Bedingungen der Gl. (1.2) erfüllen.

$$t_v \leq h_G/6 \quad (1.2)$$

t_v Einschnitttiefe / Versatztiefe

l_v Vorholzlänge

h_G Höhe des lastaufnehmenden Holzes

γ Anschlusswinkel zwischen Druckstab und Last aufnehmendem Holz

Im Last aufnehmenden Holz entstehen vor der Kontaktfläche Schubspannungen, die gleichmäßig verteilt angenommen werden dürfen. Die Vorholzlänge l_v muss so bemessen sein, dass diese Spannungen die Schubfestigkeit nicht überschreiten. Vorholzlängen $> 8 \cdot t_v$ dürfen in diesem Fall nicht rechnerisch berücksichtigt werden. Darüber hinaus wird empfohlen die Vorholzlänge mit mindestens 200 mm zu wählen.

Bei Versätzen wird der Bemessungswert der Druckfestigkeit $f_{c,\alpha,d}$ (*Versatz-Druckfestigkeit*) schräg zur Faserrichtung abweichend nach Gl. (1.3) berechnet. In Tab. 1-1 ist $f_{c,\alpha,d}$ für häufig verwendete Hölzer und übliche Werte von α gegeben, wobei mit dem um 40% erhöhten Wert von $f_{v,d}$ gerechnet wurde. Zwischenwerte dürfen linear interpoliert werden.

$$f_{c,\alpha,d} = \frac{f_{c,0,d}}{\sqrt{\left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{c,90,d}} \cdot \sin^2 \alpha\right)^2 + \left(\frac{f_{c,0,d}}{2 \cdot f_{v,d}} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha\right)^2 + \cos^4 \alpha}} \quad (1.3)$$

Bemessungswert der Versatz-Druckfestigkeit $f_{c,\alpha,d}$ [N/mm ²] bei NKL 1+2 für KLED=mittel ¹⁾								
α	C24	C30	GL24h	GL24c	GL28h	GL28c	GL32h	GL32c
15°	11,0	12,0	11,3	10,7	12,1	11,3	12,8	11,4
16°	10,8	11,7	11,0	10,4	11,7	11,0	12,3	11,1
18°	10,3	11,1	10,3	9,86	10,9	10,3	11,4	10,4
20°	9,82	10,5	9,72	9,34	10,2	9,72	10,5	9,79
22°	9,33	9,93	9,14	8,84	9,50	9,14	9,77	9,19
24°	8,85	9,38	8,60	8,36	8,88	8,60	9,08	8,64
25°	8,62	9,12	8,34	8,13	8,59	8,34	8,77	8,38
26°	8,39	8,86	8,10	7,91	8,31	8,10	8,47	8,13
28°	7,94	8,37	7,63	7,48	7,80	7,63	7,92	7,66
30°	7,52	7,91	7,20	7,09	7,33	7,20	7,42	7,22
32°	7,11	7,49	6,81	6,72	6,91	6,81	6,98	6,82
34°	6,74	7,09	6,44	6,37	6,52	6,44	6,58	6,46
35°	6,56	6,90	6,28	6,21	6,34	6,28	6,39	6,29
36°	6,39	6,73	6,11	6,06	6,17	6,11	6,21	6,12
38°	6,06	6,39	5,81	5,77	5,86	5,81	5,89	5,82
40°	5,76	6,08	5,53	5,50	5,57	5,53	5,59	5,54
42°	5,49	5,80	5,28	5,25	5,31	5,28	5,32	5,28
44°	5,23	5,54	5,05	5,03	5,07	5,05	5,08	5,05
45°	5,12	5,42	4,94	4,92	4,96	4,94	4,97	4,94
46°	5,00	5,30	4,83	4,82	4,85	4,83	4,86	4,84
48°	4,79	5,08	4,64	4,63	4,65	4,64	4,66	4,64
50°	4,59	4,88	4,46	4,45	4,47	4,46	4,48	4,46
52°	4,42	4,70	4,30	4,29	4,31	4,30	4,31	4,30
54°	4,25	4,53	4,15	4,15	4,16	4,15	4,16	4,15
55°	4,18	4,46	4,08	4,08	4,09	4,08	4,09	4,08
56°	4,10	4,38	4,02	4,01	4,02	4,02	4,02	4,02
58°	3,97	4,24	3,90	3,89	3,90	3,90	3,90	3,90
60°	3,85	4,12	3,78	3,78	3,79	3,78	3,79	3,79
1) Für andere KLED sind die Werte zu multiplizieren mit: ständig: 0,75; lang: 0,875; kurz: 1,125								

Tab. 1-1 Versatz-Druckfestigkeit $f_{c,\alpha,d}$

1.2 Druckanschluss durch einfachen Versatz

Zu unterscheiden sind drei Typen von *einfachen Versätzen* nach Abb. 1-3. Bei *Stirn- und Brustversatz* ist die Stirnfläche unter der Winkelhalbierenden ausgerichtet. Beim *Fersenversatz* liegt die Stirnfläche rechtwinklig zur Stabachse des Druckstabs.

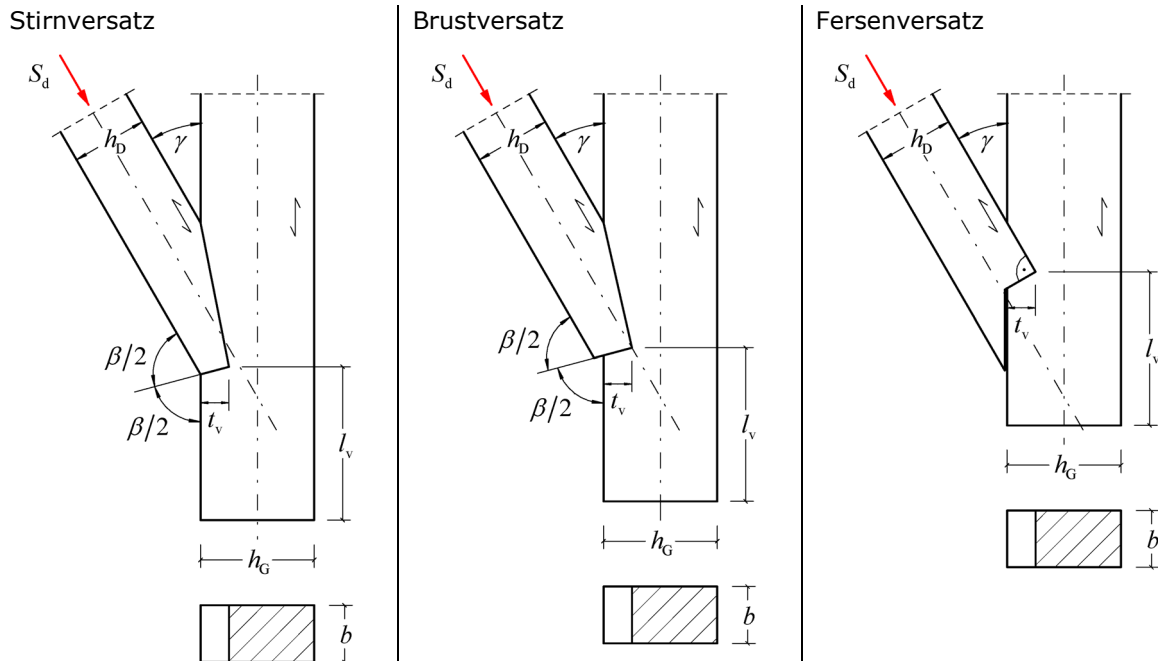


Abb. 1-3 Versatztypen

In der Regel wird bei der Konstruktion von einfachen Versätzen angestrebt, die Schwächung durch den Einschnitt ins Last aufnehmende Holz gering zu halten. Daher ist es ratsam den Nachweis der Tragfähigkeit über den Nachweis der erforderlichen Einschnitttiefe und der erforderlichen Vorholzlänge nach Gl. (1.4) bis (1.6) zu führen.

$$\frac{\text{erf } t_v}{\text{vorh } t_v} \leq 1 \quad (1.4)$$

$$\frac{\text{erf } l_v}{\text{vorh } l_v} \leq 1 \quad (1.5)$$

$$\frac{\text{erf } l_v}{8 \cdot t_v} \leq 1 \quad (1.6)$$

Berechnung der erforderlichen Einschnitttiefe bei Stirn- und Brustversatz nach Gl. (1.7)

$$\text{erf } t_v = \frac{S_{Ed} \cdot \cos^2 \alpha}{b \cdot f_{c,\alpha,d}} \quad \text{mit } \alpha = \frac{\gamma}{2} \quad \text{und } f_{c,\alpha,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{c,\alpha,d} \text{ für das Last aufnehmende Holz} \\ f_{c,\alpha,d} \text{ für den Druckstab} \end{array} \right\} \quad (1.7)$$

Berechnung der erforderlichen Einschnitttiefe bei Fersenversatz nach Gl. (1.8)

$$\text{erf } t_v = \frac{S_{Ed} \cdot \cos \alpha}{b \cdot f_{c,d}} \quad \text{mit } \alpha = \gamma \quad \text{und } f_{c,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{c,\alpha,d} \text{ für das Last aufnehmende Holz} \\ f_{c,0,d} \text{ für den Druckstab}^{1)} \end{array} \right\} \quad (1.8)$$

¹⁾ nicht maßgeblich bei gleichen Hölzern

Berechnung der erforderlichen Vorholzlänge bei allen Versatztypen

$$\text{erf } l_v = \frac{S_{Ed} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} \quad (1.9)$$

$\text{erf } t_v$ erforderliche Einschnitttiefe, bei der die Druckspannungen in der Kontaktfläche den Bemessungswert der Versatz-Druckfestigkeit $f_{c,\alpha,d}$ nicht überschreiten

$\text{erf } l_v$ erforderliche Vorholzlänge, bei der die Schubspannungen im Vorholz den Bemessungswert der Schubfestigkeit $f_{v,d}$ nicht überschreiten

S_{Ed} Bemessungswert der vorhandenen Normalkraft im Druckstab

b Breite der Stirnfläche, siehe Abb. 1-3

$k_{cr} \cdot f_{v,d}$ rechnerischer Bemessungswert der Schubfestigkeit für das Last aufnehmende Holz

1.3 Berücksichtigung des ausmittigen Anschlusses bei einfachen Versätzen

Bei Brustversätzen ist die Ausmittigkeit in der Regel vernachlässigbar. Bei Stirn- und Fersenversätzen muss bei der Bemessung des Druckstabes ein Zusatzmoment infolge der erheblichen Ausmittigkeit berücksichtigt werden.

$$M_d = S_{Ed} \cdot e \quad \text{mit} \quad (1.10)$$

$$e = 0,5 \cdot (h_D - t_v) \quad \text{beim Stirnversatz und} \quad (1.11)$$

$$e = 0,5 \left(h_D - \frac{t_v}{\cos \gamma} \right) \quad \text{beim Fersenversatz} \quad (1.12)$$

h_D Höhe des Druckstabes

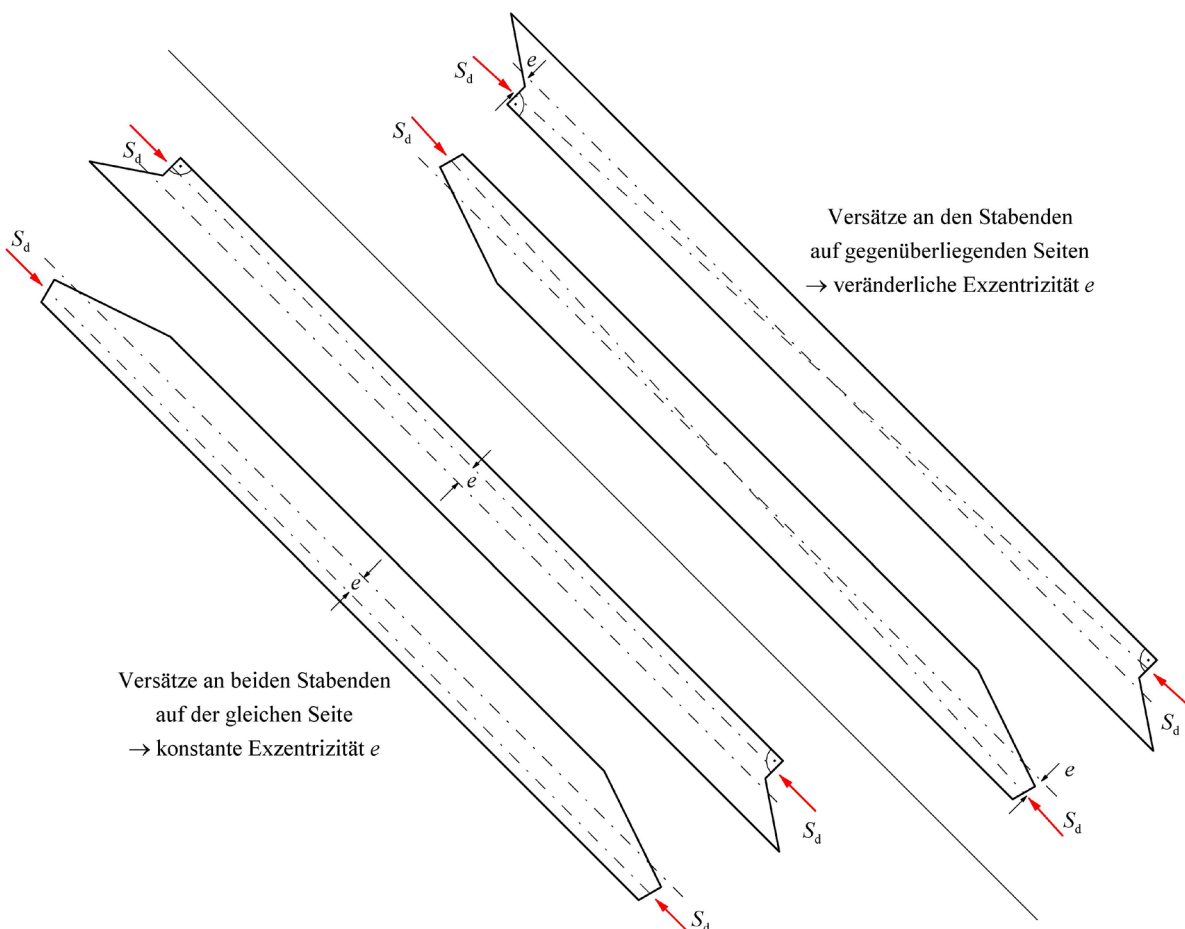


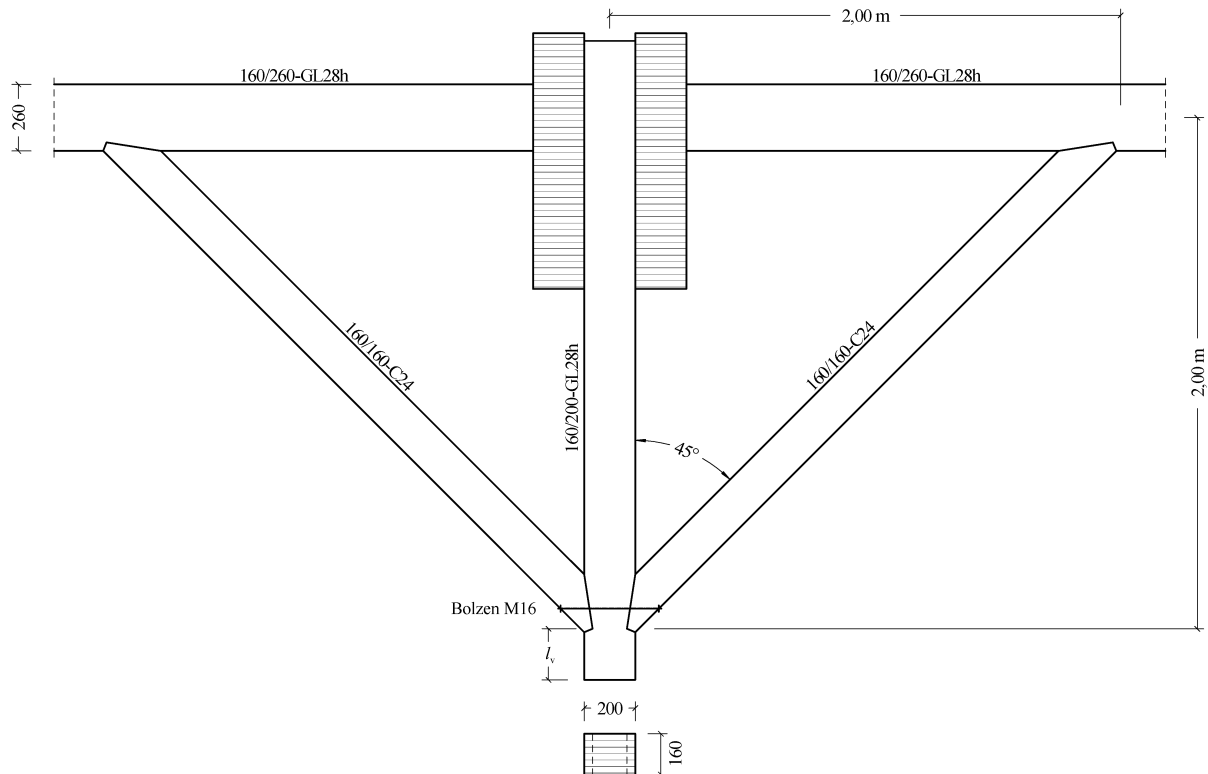
Abb. 1-4 links unten:
Ausmittigkeit bei Versatz
auf der gleichen Stabseite

Abb. 1-5 rechts oben:
Ausmittigkeit bei Versatz auf
gegenüber liegenden Stabseiten

Bei einem Anschluss wie in Abb. 1-4, bei dem beide Versätze auf der gleichen Stabseite liegen, ist der Stab neben der Normalkraft durch ein konstantes Moment nach Gl. (1.10) belastet, das einen Einfluss auf den Nachweis der Knickstabilität hat.

Bei einem Anschluss wie in Abb. 1-5, bei dem die Versätze auf der entgegengesetzten Stabseite liegen, ist der Stab neben der Normalkraft durch gegenläufige Momente mit einem Maximalwert nach Gl. (1.10) belastet, das keinen Einfluss auf den Nachweis der Knickstabilität hat, da das Zusatzmoment in Stabmitte gleich Null ist.

Beispiel 1-1 Kopfbandanschluss mit zweiseitigem Stirnversatz in einem Hallendach



Die Pfetten eines Hallendaches sind zur Verringerung der Stützweite über symmetrisch angeordnete Kopfbänder mit Stirnversätzen an einen Zugstab angeschlossen, der zwischen den beiden Hälften eines Doppelbinders aus Brettschichtholz hängt. Zu ermitteln ist der Bemessungswert der maximal aufnehmbaren Druckkraft in den Kopfbändern und der Mindestwert der Vorholzlänge des Zugstabes. Die Nutzungsklasse ist NKL 1 und die Klasse der Lasteinwirkungsdauer ist KLED kurz.

Maximale Einschnitttiefe in den beiden lastaufnehmenden Hölzern

$$t_v \leq h_G/4 = 260/4 = 65 \text{ mm} \quad \text{für } \gamma \leq 50^\circ \quad \text{bei einseitigem Versatzeinschnitt in der Pfette}$$

$t_v \leq h_G/6 = 200/6 = 33 \text{ mm}$ bei zweiseitigem Versatzeinschnitt im Zugstab $\rightarrow$ maßgeblich

Maximale Kraft im Druckstab

Der Vertikalstab (aus GL28h) weist bei diesem Winkel eine geringere Druckfestigkeit als die Kopfbänder auf, daher ist die geringere Versatzdruckfestigkeit für den Stirnversatz maßgeblich

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = 22,5^\circ \rightarrow f_{c,\alpha,d} = 1,125 \cdot 9,34 = 10,5 \text{ N/mm}^2, \text{ Versatzdruckfestigkeit GL28h siehe Tab. 1-1 (6)}$$

$$\text{erf } t_v = \frac{S_{\text{Ed}} \cdot \cos^2 \alpha}{b \cdot f_{c,d}} \rightarrow \max S_{\text{Ed}} = \frac{\max t_v \cdot b \cdot f_{c,d}}{\cos^2 \alpha} = \frac{33 \cdot 160 \cdot 10,5}{\cos^2 22,5^\circ} = 64\,952 \text{ N} \approx 65,0 \text{ kN}$$

Stabilitätsnachweis für die Kopfbänder

Druckstäbe mit Rechteckquerschnitt durch Biegung und Druckkraft belastet, die y-Achse der Querschnitte wird senkrecht zur Zeichnungsebene angenommen

$$e = 0,5 \cdot (h_D - t_v) = 0,5 \cdot (160 - 33) = 63,5 \text{ mm}$$

$$M_{y,d} = \max S_{Ed} \cdot e = 65\,000 \cdot 63,5 = 4\,127\,500 \text{ Nmm}$$

Da die Kopfbänder einen quadratischen Querschnitt haben ist der Knickbeiwert $k_{c,y} = k_{c,z}$, außerdem ist der Kippbeiwert $k_{crit} = 1$. Sie sind zu behandeln wie gelenkig gelagerte Fachwerkstäbe

$$\beta = 1,0 \rightarrow l_{ef} = 1,0 \cdot 2.000 \cdot \sqrt{2} = 2.828 \text{ mm}$$

$$i_y = \frac{160}{\sqrt{12}} = 46,2 \rightarrow \lambda_y = \frac{2.828}{46,2} = 61,2 \rightarrow k_{c,y} = 0,658$$

$$f_{c,0,d} = 1,125 \cdot 12,9 = 14,5 \text{ N/mm}^2 \quad f_{m,d} = 1,125 \cdot 14,8 = 16,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} \cdot f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} \cdot f_{m,y,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \right)^2 = \frac{65\,000}{160^2} + \frac{4\,127\,500}{(160 \cdot 160^2)/6} = 0,266 + 0,362 = 0,63 < 1$$

Tragfähigkeitsnachweis des geschwächten Querschnitts des senkrechten Zugstabes

$$f_{t,0,d} = 1,125 \cdot 12,0 = 13,5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_n = (160 - 17) \cdot (200 - 2 \cdot 33) = 143 \cdot 134 = 19.162 \text{ mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} = \frac{A_n}{f_{t,0,d}} = \frac{19.162}{13,5} = 0,36 \leq 1$$

Mindestwert der Vorholzlänge des Zugstabes

für das Last aufnehmende Holz, GL28h

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 1,125 \cdot 1,54 = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{erf } l_v = \frac{S_{Ed} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{65\,000 \cdot \cos 45^\circ}{160 \cdot 1,73} = 166 \text{ mm}$$

$$\frac{\text{erf } l_v}{8 \cdot t_v} = \frac{166}{8 \cdot 33} = 0,63 < 1$$

gewählte Vorholzlänge $l_v = 200 \text{ mm}$

Ende Beispiel 1-1

1.4 Druckanschluss durch doppelten Versatz

Beim *doppelten Versatz* werden Stirn- und Fersenversatz an einem Anschlusspunkt kombiniert. Wegen des höheren Aufwandes und der höheren Anforderungen an die Genauigkeit bei der Herstellung wird diese Versatzform eingesetzt, wenn ein einfacher Versatz keine ausreichende Tragfähigkeit liefert. Konstruktion und Bemessung werden in der Regel für die maximal zulässigen Einschnitttiefen durchgeführt um die maximale Tragfähigkeit zu erreichen. Hierzu werden die Gln. (1.15) bis (1.24) genutzt.

Bei Druckstäben, die mit doppeltem Versatz angeschlossen werden, ist die Ausmittigkeit vernachlässigbar gering.

Die Gesamtlänge des Einschnittes beträgt

$$L = h_D / \sin \gamma \quad (1.13)$$

der Abstand zwischen Fersen- und Stirnversatz beträgt

$$a = L - t_{v2} \cdot \cot \gamma - t_{v1} \cdot \tan(\gamma/2) \quad (1.14)$$

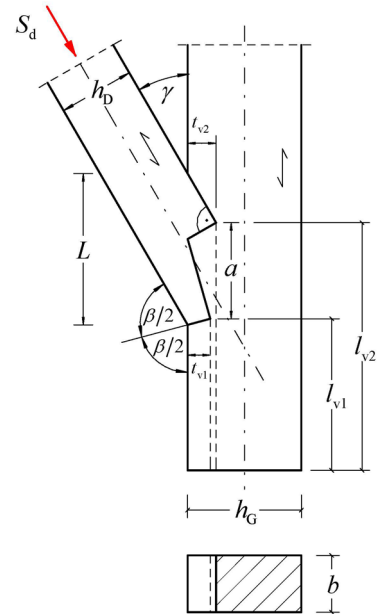


Abb. 1-6 doppelter Versatz

Wahl der Einschnitttiefen

$$t_{v2} \leq \begin{cases} h_G/4 & \text{für } \gamma \leq 50^\circ \\ h_G/6 & \text{für } \gamma \geq 60^\circ \end{cases} \quad \text{bei einseitigem Versatzeinschnitt} \quad (1.15)$$

$$t_{v2} \leq h_G/6 \quad \text{bei zweiseitigem Versatzeinschnitt} \quad (1.16)$$

$$t_{v1} \leq \min \begin{cases} 0,8 \cdot t_{v2} \\ t_{v2} - 10 \text{ mm} \end{cases} \quad (1.17)$$

Maximal aufnehmbare Anteile der Stabkraft im Druckstab durch Stirnversatz und Fersenversatz

$$S_{1,Rd} = \frac{t_{v1} \cdot b \cdot f_{c,\alpha,d}}{\cos^2 \alpha} \quad \text{mit } \alpha = \frac{\gamma}{2} \quad \text{und } f_{c,\alpha,d} = \min \begin{cases} f_{c,\alpha,d} & \text{für das Last aufnehmende Holz} \\ f_{c,\alpha,d} & \text{für den Druckstab} \end{cases} \quad (1.18)$$

$$S_{2,Rd} = \frac{t_{v2} \cdot b \cdot f_{c,d}}{\cos \alpha} \quad \text{mit } \alpha = \gamma \quad \text{und } f_{c,d} = \min \begin{cases} f_{c,\alpha,d} & \text{für das Last aufnehmende Holz} \\ f_{c,0,d} & \text{für den Druckstab}^{1)} \end{cases} \quad (1.19)$$

¹⁾ nicht maßgeblich bei gleichen Hölzern

Nachweis der Tragfähigkeit

$$\frac{S_{Ed}}{S_{1,Rd} + S_{2,Rd}} \leq 1 \quad (1.20)$$

Berechnung und Nachweis der erforderlichen Vorholzlängen l_{v1} und l_{v2} im Last aufnehmenden Holz

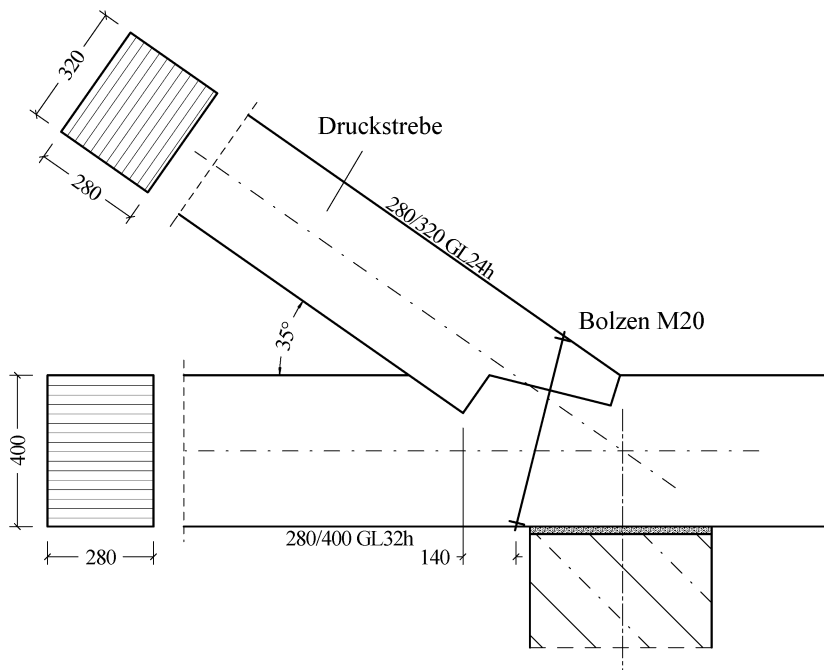
$$\text{erf } l_{v1} = \frac{S_{1,Rd} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} \quad (1.21) \quad \frac{\text{erf } l_{v1}}{8 \cdot t_{v1}} \leq 1 \quad (1.22)$$

$$\text{erf } l_{v2} = \frac{S_{Ed} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} \quad (1.23) \quad \frac{\text{erf } l_{v2}}{8 \cdot t_{v2}} \leq 1 \quad (1.24)$$

- t_{v1} Einschnitttiefe / Versatztiefe am Stirnversatz
 t_{v2} Einschnitttiefe / Versatztiefe am Fersenversatz
 $S_{1,Rd}$ maximal aufnehmbarer Anteil der Stabkraft im Druckstab durch den Stirnversatz
 $S_{2,Rd}$ maximal aufnehmbarer Anteil der Stabkraft im Druckstab durch den Fersenversatz
 $erf l_{v1}$ erforderliche Vorholzlänge, bei der die Schubspannungen im Vorholz vor dem Stirnversatz den Bemessungswert der Schubfestigkeit $f_{v,d}$ nicht überschreiten
 $erf l_{v2}$ erforderliche Vorholzlänge, bei der die Schubspannungen im Vorholz vor dem Fersenversatz den Bemessungswert der Schubfestigkeit $f_{v,d}$ nicht überschreiten

Beispiel 1-2 Anschluss einer Druckstrebe durch doppelten Versatz

In einem Fachwerksystem wird eine Druckstrebe an das Auflager des Untergurtes angeschlossen. Dazu muss ein doppelter Versatz (Stirn-Fersenversatz) mit maximaler Tragfähigkeit entworfen werden und der Nachweis der Tragfähigkeit für den Bemessungswert der Normalkraft in der Druckstrebe $S_{Ed} = 370 \text{ kN}$ ist zu führen.



Der Querschnitt des Last aufnehmenden Untergurtes wird durch den einseitigen Einschnitt am Fersenversatz und den Sicherungsbolzen erheblich geschwächt. Daneben entsteht durch den einseitigen Einschnitt eine Ausmittigkeit im Untergurt, die berücksichtigt werden muss.

Die Nutzungsklasse ist NKL 2 und die Klasse der Lasteinwirkungsdauer ist KLED lang.

Entwurf des einseitigen Stirn-Fersenversatzes

$$t_{v2} \leq h_G / 4 \rightarrow t_{v2} = 400 / 4 = 100 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } t_{v2} = 100 \text{ mm}$$

$$t_{v1} \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 0,8 \cdot t_{v2} \\ t_{v2} - 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,8 \cdot 100 \\ 100 - 10 \text{ mm} \end{array} \right\} = 80 \text{ mm} \rightarrow \text{gewählt } t_{v1} = 80 \text{ mm}$$

Maximal aufnehmbare Anteile der Stabkraft im Druckstab durch Stirnversatz und Fersenversatz

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} = 17,5^\circ \quad f_{c,\alpha,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{c,\alpha,d} \text{ GL32h} \\ f_{c,\alpha,d} \text{ GL24h} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,875 \cdot 11,6 \\ 0,875 \cdot 10,5 \end{array} \right\} = 9,19 \text{ N/mm}^2$$

$$S_{1,Rd} = \frac{t_{v1} \cdot b \cdot f_{c,\alpha,d}}{\cos^2 \alpha} = \frac{80 \cdot 280 \cdot 9,19}{\cos^2 17,5^\circ} = 226.260 \text{ N} \approx 226,3 \text{ kN}$$

$$\alpha = \gamma = 35^\circ \quad f_{c,d} = \min \left\{ \begin{array}{l} f_{c,\alpha,d} \text{ GL32h} \\ f_{c,0,d} \text{ GL24h} \end{array} \right\} = \min \left\{ \begin{array}{l} 0,875 \cdot 6,39 \\ 0,875 \cdot 14,8 \end{array} \right\} = 5,59 \text{ N/mm}^2$$

$$S_{2,Rd} = \frac{t_{v2} \cdot b \cdot f_{c,d}}{\cos \alpha} = \frac{100 \cdot 280 \cdot 5,59}{\cos 35^\circ} = 191.118 \text{ N} \approx 191,1 \text{ kN}$$

Nachweis der Tragfähigkeit

$$\frac{S_{Ed}}{S_{1,Rd} + S_{2,Rd}} = \frac{370}{226,3 + 191,1} = \frac{370}{417,4} = 0,89 < 1$$

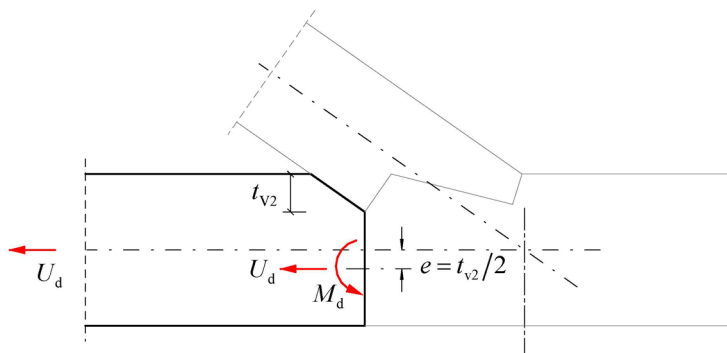
Berechnung und Nachweis der erforderlichen Vorholzlängen l_{v1} und l_{v2}

$$\begin{array}{l} \text{erf } l_{v1} = \frac{S_{1,Rd} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{226.300 \cdot \cos 35^\circ}{280 \cdot 0,875 \cdot 1,54} = 491 \text{ mm} \\ \frac{\text{erf } l_{v1}}{8 \cdot t_{v1}} = \frac{491}{8 \cdot 80} = 0,77 < 1 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{erf } l_{v2} = \frac{S_{Ed} \cdot \cos \gamma}{b \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d}} = \frac{417.400 \cdot \cos 35^\circ}{280 \cdot 0,875 \cdot 1,54} = 906 \text{ mm} \\ \frac{\text{erf } l_{v2}}{8 \cdot t_{v2}} = \frac{906}{8 \cdot 100} = 1,13 > 1 \rightarrow S_{Ed} \text{ ist zu groß} \\ \max S_{Ed} = \frac{417,4}{1,13} = 368,5 \text{ kN} \end{array} \right.$$

Nachweis des geschwächten Querschnitts des Untergurtes in der Fuge unter dem Fersenversatz

$$f_{m,d} = \underbrace{k_{h,y}}_{h=300 \text{ mm} \rightarrow 1,072} \cdot 0,875 \cdot 19,7 = 18,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t,0,d} = \underbrace{k_{h,t}}_{\max\{b;h\}=300 \text{ mm} \rightarrow 1,072} \cdot 0,875 \cdot 19,7 = 18,5 \text{ N/mm}^2$$



$$U_d = S_{Ed} \cdot \cos \gamma = 368,5 \cdot \cos 35^\circ = 301,8 \text{ kN}$$

$$M_d = U_d \cdot e = 301.800 \cdot (100/2) = 15,1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$A_n = 280 \cdot (400 - 100) = 84.000 \text{ mm}^2$$

$$W_n = 280 \cdot \frac{300^2}{6} = 4,20 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} = \frac{301.800}{84.000} + \frac{15,1 \cdot 10^6}{4,20 \cdot 10^6} = 0,194 + 0,194 = 0,39 \leq 1$$

Ende Beispiel 1-2

1.5 Grundregeln für Zapfenverbindungen

Bei der Festlegung der Geometrie von *Zapfenverbindungen* müssen die Regeln des Gleichungsblocks (1.25) eingehalten werden.

Für Träger bis 300 mm Höhe mit Zapfen nach Abb. 1-7 wird der Bemessungswert der Zapfen Tragfähigkeit nach Gl. (1.27) berechnet.

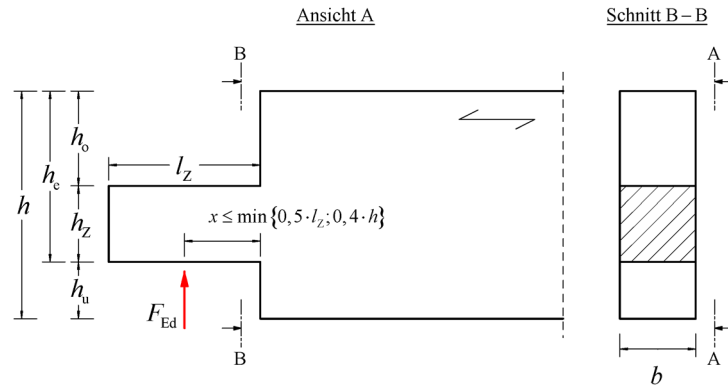


Abb. 1-7 Zapfen

$$\left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ mm} \leq l_z \leq 60 \text{ mm} \\ 1,5 \leq \left(\frac{h}{b} \right) \leq 2,5 \\ h_o \geq h_u \\ \frac{h_u}{h} \leq \frac{1}{3} \\ h_z \geq \frac{h}{6} \end{array} \right. \quad (1.25)$$

1.6 Tragfähigkeit von Zapfenverbindungen

Neben der nachfolgenden Berechnung der *Tragfähigkeit des Zapfens* muss die Tragfähigkeit des Last aufnehmenden Holzes nachgewiesen werden.

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} \leq 1 \quad (1.26)$$

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{2}{3} \cdot b \cdot h_e \cdot k_z \cdot k_v \cdot k_{cr} \cdot f_{v,d} \right. \\ \left. 1,7 \cdot b \cdot l_{z,ef} \cdot f_{c,90,d} \right\} \quad (1.27)$$

$$k_z = \beta \cdot \left[1 + 2 \cdot (\beta - 1)^2 \right] \cdot (2 - \alpha) \quad (1.28)$$

$$l_{z,ef} = \min \left\{ l_z + 30 \text{ mm} \right. \\ \left. 2 \cdot l_z \right\} \quad (1.29)$$

$$k_v = \min \left\{ \frac{k_n}{\sqrt{h} \cdot \left(\sqrt{\alpha \cdot (1 - \alpha)} + 0,8 \cdot \frac{x}{h} \cdot \sqrt{\frac{1}{\alpha} - \alpha^2} \right)}; 1 \right\} \quad (1.30)$$

x Abstand zwischen Wirkungslinie der Auflagerkraft und der Ausklinkungsecke in mm

$\alpha = h_e / h$

$\beta = h_z / h_e$

$k_n = 4,5$ für Furnierschichtholz

$= 5,0$ für Vollholz und Balkenschichtholz

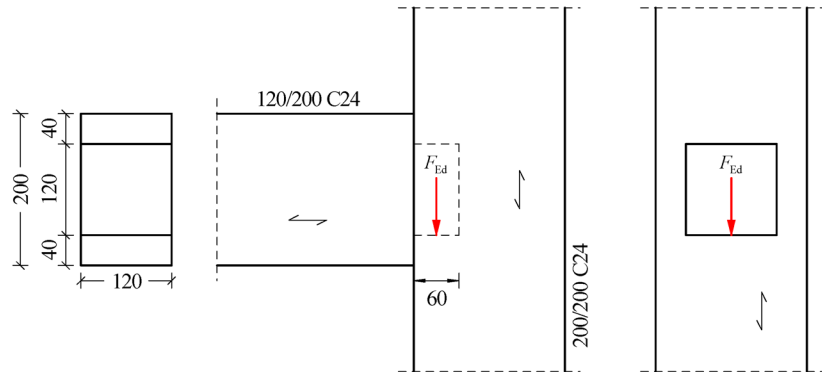
$= 6,5$ für Brettschichtholz

Beispiel 1-3 Balkenaufleger mit Zapfenverbindung

Der Bemessungswert der nach unten gerichteten Auflagerkraft beträgt

$$F_{Ed} = 10 \text{ kN}$$

NKL 1 / KLED=kurz



In einer älteren Holzkonstruktion wird ein Balkenaufleger mit Zapfenverbindung vorgefunden, dessen Tragfähigkeit im Zuge einer Umbaumaßnahme beurteilt werden muss. Die Festigkeit der Hölzer wird mindestens wie die von Nadelholz C24 vorausgesetzt.

Feststellung und Prüfung der geometrischen Parameter

$$\left\{ \begin{array}{l|l} 15 \text{ mm} \leq (l_z = 60) \leq 60 \text{ mm} & 1,5 \leq \left(\frac{h}{b} = \frac{200}{120} = 1,67 \right) \leq 2,5 \\ \hline (h_o = 40) \geq (h_u = 40) & \left(\frac{h_u}{h} = \frac{40}{200} = \frac{1}{5} \right) \leq \frac{1}{3} \\ \hline (h_z = 120) \geq \left(\frac{h}{6} = \frac{200}{6} = 33,3 \right) & \end{array} \right\} \rightarrow \text{Geometrie zulässig}$$

Tragfähigkeit

$$\begin{array}{l|l} x = 30 & \alpha = h_e/h = 160/200 = 0,80 \\ \hline k_n = 5,0 & \beta = h_z/h_e = 120/160 = 0,75 \end{array}$$

$$k_z = 0,75 \cdot \left[1 + 2 \cdot (0,75 - 1)^2 \right] \cdot (2 - 0,80) = 1,013$$

$$l_{z,ef} = \min \left\{ \frac{60 + 30}{2 \cdot 60} \right\} = 90 \text{ mm}$$

$$k_v = \min \left\{ \frac{5,0}{\sqrt{200} \cdot \left(\sqrt{0,80 \cdot (1 - 0,80)} + 0,8 \cdot \frac{30}{200} \cdot \sqrt{\frac{1}{0,80} - 0,80^2} \right)}; 1 \right\} = 0,716$$

$$k_{cr} \cdot f_{v,d} = 1,125 \cdot 1,23 = 1,38 \quad f_{c,90,d} = 1,125 \cdot 1,54 = 1,73$$

$$F_{Rd} = \min \left\{ \frac{2}{3} \cdot 120 \cdot 160 \cdot 1,013 \cdot 0,716 \cdot 1,38; 1,7 \cdot 120 \cdot 90 \cdot 1,73 \right\} = \min \left\{ 12.806 \text{ N}; 31.763 \text{ N} \right\} = 12,8 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{Ed}}{F_{Rd}} = \frac{10}{12,8} = 0,78 < 1$$

Ende Beispiel 1-3

2 Biegesteife Anschlüsse

2.1 Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung aus Moment

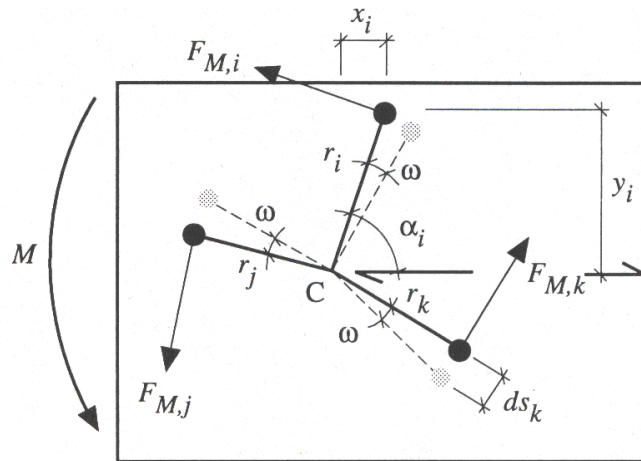


Abb. 2-1 Größe und Richtung der Verbindungsmittelkräfte aus M

In Abb. 2-1 wirkt ein Moment M_d im Rotationszentrum C. Die entstehenden Verbindungsmittelkräfte sind im Gleichgewicht mit M_d . Hieraus lässt sich folgende Gleichung aufstellen:

$$M_d = F_{M,1} \cdot r_1 + F_{M,2} \cdot r_2 + \dots + F_{M,n} \cdot r_n = \sum_{i=1}^n F_{M,i} \cdot r_i \quad (2.1)$$

n Anzahl der Verbindungsmittel

Unter der Annahme, dass sich die *Verbindungsmittelkräfte aus der Momentenbeanspruchung* proportional zu ihrem Abstand vom Rotationszentrum C verhalten, gelten die Beziehungen:

$$\frac{F_{M,1}}{F_{M,1}} = \frac{r_1}{r_1}, \quad \frac{F_{M,2}}{F_{M,1}} = \frac{r_2}{r_1}, \quad \frac{F_{M,n}}{F_{M,1}} = \frac{r_n}{r_1} \quad \rightarrow \quad F_{M,i} = F_{M,1} \cdot \frac{r_i}{r_1} \quad (2.2)$$

Mit den Beziehungen aus Gl. (2.2) erhält man aus Gl. (2.1) die folgende Gleichung

$$M_d = \sum_{i=1}^n F_{M,i} \cdot r_i = \sum_{i=1}^n F_{M,1} \cdot \frac{r_i^2}{r_1} \rightarrow M_d = \frac{F_{M,1}}{r_1} \cdot \sum_{i=1}^n r_i^2 \rightarrow F_{M,1} = \frac{M_d \cdot r_1}{\sum_{i=1}^n r_i^2} \quad \text{oder} \quad F_{M,j} = \frac{M_d \cdot r_j}{\sum_{i=1}^n r_i^2} \quad (2.3)$$

Das Verbindungsmittel j mit dem größten Abstand von C erhält die höchste Belastung. Legt man ein x/y-Koordinatensystem mit Ursprung in C fest, so erhält man für die Komponenten der Verbindungsmittelkräfte folgende Gln. (2.4)

$$F_{M,x} = \frac{M_d \cdot y_j}{\sum_{i=1}^n r_i^2} = \frac{M_d \cdot y_j}{\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad \text{und} \quad F_{M,y} = \frac{M_d \cdot x_j}{\sum_{i=1}^n r_i^2} = \frac{M_d \cdot x_j}{\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2} \quad (2.4)$$

2.2 Verbindungsmittelbeanspruchung aus M bei regelmäßigem Anschlussbild

Bei Anschlüssen mit einer geometrisch regelmäßigen Anordnung der Verbindungsmittel kann die Berechnung der Verbindungsmittelbeanspruchung aus M_d weiter vereinfacht werden.

Die maximale Beanspruchung der Verbindungsmittel aus M_d kann für einen Dübel-Kreis nach Gl. (2.5) berechnet werden.

$$F_M = \frac{M_d \cdot r_1}{n_1 \cdot r_1^2 + n_2 \cdot r_2^2} \quad (2.5)$$

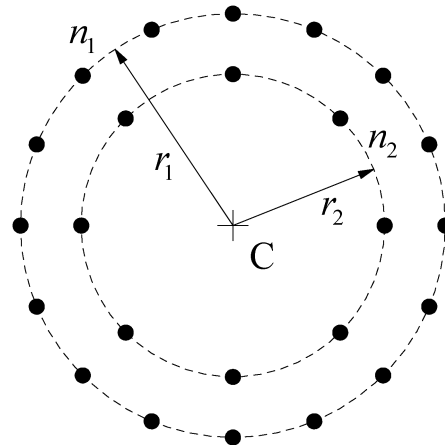


Abb. 2-2 Dübel-Kreis

Die maximale Beanspruchung der Verbindungsmittel aus M_d kann für ein Rechteckraster nach Gl. (2.6) berechnet werden.

$$F_M = \frac{M_d \cdot 0,5 \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} \quad (2.6)$$

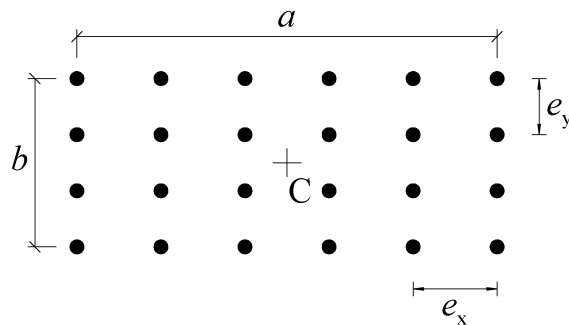


Abb. 2-3 Anordnung von Verbindungsmitteln im Rechteckraster

2.3 Ermittlung der Verbindungsmittelbeanspruchung aus Normal- und Querkraft

Einwirkenden Normal- und Querkraft werden gleichmäßig auf die Verbindungsmittel verteilt:

$$F_N = \frac{N_d}{n} \quad \text{und} \quad F_V = \frac{V_d}{n} \quad (2.7)$$

2.4 Ermittlung von Größe und Richtung der resultierenden Verbindungsmittelkraft

Die maximale Kraft des am weitesten von C entfernten Verbindungsmittels beträgt

$$F = \sqrt{(F_{M,x} + F_N)^2 + (F_{M,y} + F_V)^2} \quad (2.8)$$

Der Winkel zwischen der Resultierenden und der Faserrichtung ist nach Gl. (2.9)

$$\alpha = \arctan \frac{F_{M,y} + F_V}{F_{M,x} + F_N} \quad (2.9)$$

2.5 Ermittlung der Querkraft im Anschlussbereich

Im Anschlussbereich können in Abhängigkeit von der Anschlussgeometrie erhöhte Querkräfte entstehen, für die ggf. der Schubspannungsnachweis geführt werden muss.

Berechnung der erhöhten Querkraft für die Anordnung im Rechteckraster

$$V_{A,d} = \frac{|M_d|}{2} \cdot \frac{\sum |x_i|}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} + \frac{|V_d|}{2} \quad (2.10)$$

Beispiel 2-1 Bemessung eines Reparaturstoßes in einem Biegebalken

Der nachstehend dargestellte BSH-Träger aus GL 24h ist durch eine Einzellast in Balkenmitte belastet. Die Nutzungsbedingungen sind: KLED = ständig und NKL = 1.

Zur Reparatur wird ein Teil des Trägers links durch einen I-Profil-Stahlträger ersetzt, dessen Steg in den vorhandenen BSH-Träger eingeschlitzt und durch Stabdübel befestigt wird. Abb. 2-4 zeigt den Träger auf zwei Stützen mit einer Länge von 8,0 m. Der Anschlusspunkt liegt bei der Stelle C.

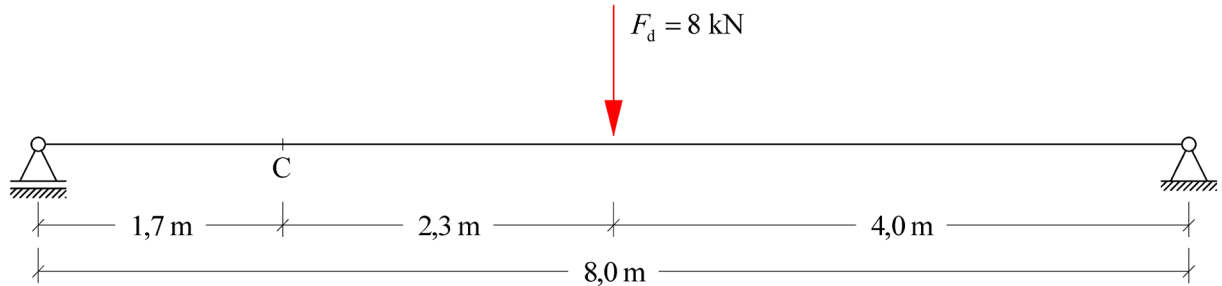


Abb. 2-4 System und Belastung

In der nachfolgenden Abb. 2-5 ist der Anschluss im Detail gezeigt. Da ein Moment an der Stelle C übertragen werden muss, werden die 8 Stabdübel in zwei Gruppen je 4 Stück mit einem Abstand in Längsrichtung von jeweils $x = 120 \text{ mm}$ entfernt vom Rotationszentrum C angeordnet. Der Abstand $a_1 = 240 \text{ mm}$ in Faserrichtung ist viermal so groß wie der Mindestabstand bei einem Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung von $\alpha = 0^\circ$.

Auch senkrecht zur Balkenachse werden die Stabdübel möglichst weit zum Rand hin orientiert. Die Vergrößerung der Entfernung zum Rotationszentrum C vergrößert die inneren Hebelarme der Verbindungsmittel und reduziert damit die entstehenden Kräfte.

Der (minimale) Bemessungswert der Tragfähigkeit für eine Scherfläche eines SDü mit 12 mm Durchmesser beträgt bei $\alpha = 90^\circ$: $F_{v,Rd} = 4,1 \text{ kN}$

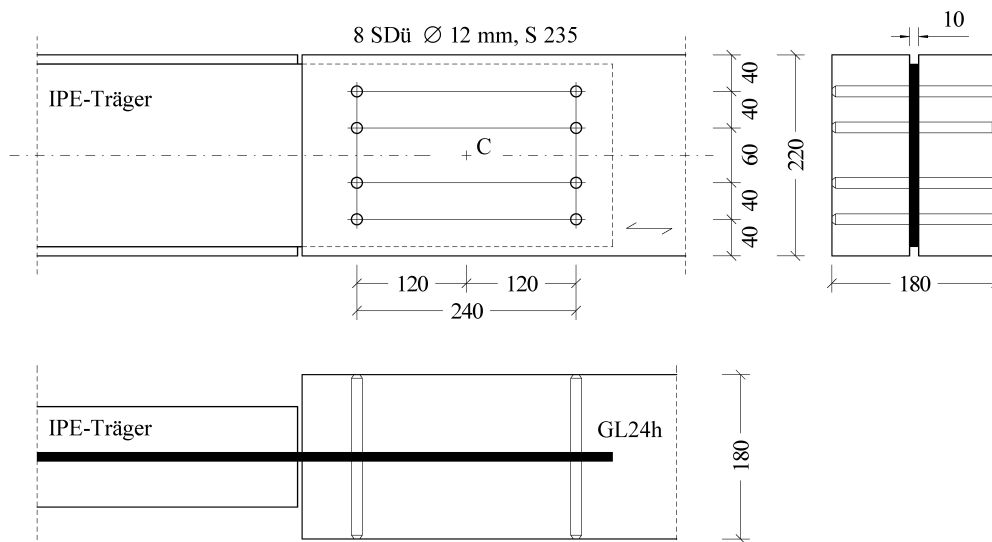


Abb. 2-5 Detail Anschluss am Punkt C

Schnittgrößen an der Stelle C

$$N_d = 0; \quad V_d = 0,5 \cdot F_d = 4,0 \text{ kN}; \quad M_{C,d} = V_d \cdot 1,7 = 4,0 \cdot 1,7 = 6,8 \text{ kNm}$$

Berechnung der maximalen Stabdübelbelastung

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2 = 8 \cdot 120^2 + 4 \cdot (70^2 + 30^2) = 115.200 + 23.200 = 138.400 \text{ mm}^2$$

$$F_{M,x} = \frac{M_d \cdot y_j}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} = \frac{6,8 \cdot 10^6 \cdot 70}{138.400} = 3.439 \text{ N}$$

$$F_{M,y} = \frac{M_d \cdot x_j}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} = \frac{6,8 \cdot 10^6 \cdot 120}{138.400} = 5.896 \text{ N}$$

$$F_N = \frac{N_d}{n} = \frac{0}{8} = 0$$

$$F_V = \frac{V_d}{n} = \frac{4.000}{8} = 500 \text{ N}$$

$$F = \sqrt{(F_{M,x} + F_N)^2 + (F_{M,y} + F_V)^2} = \sqrt{(3.439 + 0)^2 + (5.896 + 500)^2}$$

$$F = \sqrt{3.439^2 + 6.396^2} = 7.262 \text{ N} = 7,26 \text{ kN}$$

$$F_{v,Ed} = 7.262/2 = 3.631 \text{ N} = 3,63 \text{ kN}$$

Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung für den/die am stärksten belasteten Stabdübel

$$\alpha = \arctan \frac{6.396}{3.439} = 61,7^\circ$$

Nachweis der maximalen Stabdübelbelastung mit (n_{ef}/n) für $\alpha = 0^\circ$ (sichere Seite)

$$n_{ef} = \min \left\{ n ; n^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{a_1}{13 \cdot d}} \right\} = \min \left\{ 2 ; 2^{0,9} \cdot \sqrt[4]{\frac{240}{13 \cdot 12}} \right\} = \min \{ 2 ; 2,08 \} = 2,0 \rightarrow (n_{ef}/n) = 1,0$$

$$\frac{F_{v,Ed}}{F_{v,Rd}} = \frac{3,63}{4,1} = 0,89 < 1$$

Schub aus Querkraft im Anschlussbereich

$$V_{A,d} = \frac{|M_d|}{2} \cdot \frac{\sum |x_i|}{\sum x_i^2 + \sum y_i^2} + \frac{|V_d|}{2} = \frac{6,8 \cdot 10^6}{2} \cdot \frac{8 \cdot 120}{138.400} + \frac{4000}{2} = 25,6 \text{ kN}$$

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{1,5 \cdot \frac{25.600}{(180-10) \cdot 220}}{0,75 \cdot 1,54} = \frac{1,027}{1,155} = 0,89 < 1$$

Ende Beispiel 2-1

3 Gebrauchstauglichkeit

Zu große Verformungen und Schwingungen an einem Holztragwerk stellen in der Regel keine Gefahr dar. Dennoch können sie beispielsweise Schäden in angrenzenden nicht tragenden Bauteilen erzeugen, das optische Erscheinungsbild beeinträchtigen und Unbehagen bei Menschen hervorrufen. Der Nachweis der *Gebrauchstauglichkeit* soll Schäden an Trennwänden, Installationen, Verkleidungen usw. vermeiden und die allgemeine Benutzbarkeit gewährleisten. Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit wird durch die Begrenzung der Durchbiegungen geführt.

Da Holz und Holzwerkstoffe in Abhängigkeit von der Dauer der Belastung und der Feuchte in erheblichem Umfang *kriechen* können, ist dieser Anteil der Verformungen zusätzlich zu den elastischen Verformungen rechnerisch zu berücksichtigen. Der Beeinträchtigung des Erscheinungsbildes kann durch eine Überhöhung des Bauteils oder der Konstruktion vermieden werden.

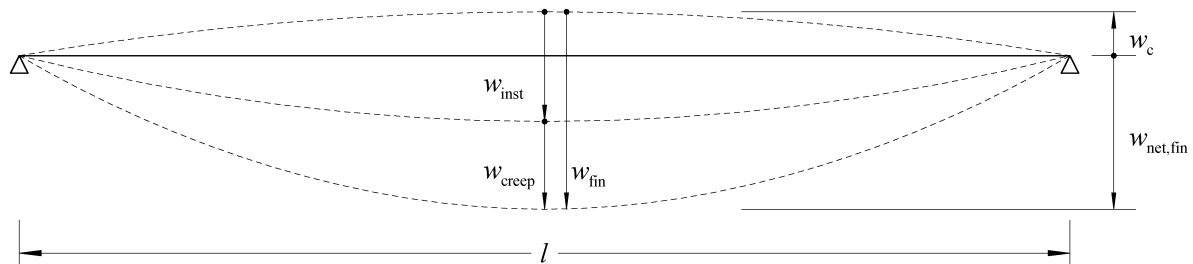


Abb. 3-1 elastische Verformung w_{inst} , Kriechverformung w_{creep} und Überhöhung w_c

3.1 Grundregeln

Durchbiegungen werden mit den Mittelwerten der Steifigkeiten berechnet. Die Anfangsdurchbiegung ohne Kriechanteile mit den Mittelwerten von Elastizitätsmodul E_{mean} und Schubmodul G_{mean} . Die Enddurchbiegung einschließlich des Kriechanteils darf mit abgeminderten Steifigkeitskennwerten berechnet werden, die dadurch bestimmt sind, dass die Steifigkeitskennwerte für jedes Tragwerksteil durch den für den Baustoff bzw. die Verbindung geltende Wert von $(1 + k_{def})$ geteilt werden.

$$E_{mean,fin} = \frac{E_{mean}}{1 + k_{def}} \quad G_{mean,fin} = \frac{G_{mean}}{1 + k_{def}} \quad (3.1)$$

E_{mean} ; G_{mean} E-Modul und Schubmodul

$E_{mean,fin}$; $G_{mean,fin}$ E-Modul und Schubmodul abgemindert durch Kriecheinfluss

k_{def} Beiwert der Kriechverformung des Holzwerkstoffs

Rechenwerte für den Verformungsbeiwert k_{def} sind in Tab. 3-1 aufgeführt.

		Nutzungsklasse		
		1	2	3
Verformungsbeiwerte zur Bestimmung der Kriechverformung von Baustoffen				
Vollholz ¹⁾ , Brettschichtholz, Furnierschichtholz (LVL)		0,60	0,80	2,00
Balkenschichtholz, Brettsperrholz, Massivholzplatten		0,60	0,80	---
Sperrholz	Typ EN 636-1	0,80	---	---
	Typ EN 636-2	0,80	1,00	---
	Typ EN 636-3	0,80	1,00	2,50
OSB-Platten	OSB/2	2,25	---	---
	OSB/3, OSB/4	1,50	2,25	---
Kunstharzgebundene Spanplatten	Typ P4	2,25	---	---
	Typ P5	2,25	3,00	---
	Typ P6	1,50	---	---
	Typ P7	1,50	2,25	---
Gipsplatten Typ GKB und GKF		3,00	---	---
Gipsplatten Typ GKBI und GKFI, Gipsfaserplatten		3,00	4,00	---
Zementgebundene Spanplatten		2,25	3,00	---
Verformungsbeiwerte zur Bestimmung der Kriechverformung von Verbindungen				
Stahlblech-Holz-Verbindungen		k_{def} des Holzes		
Holz-Holz- und Holzwerkstoff-Holz-Verbindungen		$k_{\text{def}} = 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}^2)$		
1) Werte k_{def} für Vollholz, dessen Feuchte beim Einbau im Fasersättigungsbereich oder darüber liegt und im eingebauten Zustand austrocknen kann, sind um 1,0 zu erhöhen. 2) $k_{\text{def},(1/2)}$ Verformungsbeiwerte der beiden verbundenen Hölzer bzw. des Holzes und des Holzwerkstoffs. Die Berechnung des Geometrischen Mittelwertes verstärkt den Einfluss des kleineren Verformungsbeiwertes.				

Tab. 3-1 Verformungsbeiwerte k_{def} für Holzbaustoffe und Verbindungen

3.2 Anfangs- und Endverformung aus mehreren veränderlichen Einwirkungen

Ein Tragwerk kann durch eine oder mehrere veränderliche Einwirkungen belastet sein, die zu unterschiedlichen Verformungen führen. Die Wahrscheinlichkeit ist gering, dass alle veränderlichen Einwirkungen gleichzeitig in maximaler Größe auftreten. Dies wird in der charakteristische Lastkombination dadurch berücksichtigt, dass die der Verformungsanteil der führenden veränderlichen Einwirkung (mit der größten anteiligen Verformung) in voller Größe berücksichtigt wird und die Verformungsanteile der begleitenden veränderlichen Einwirkungen jeweils um einen Faktor ψ_0 abgemindert werden, siehe Gl. (3.2).

Veränderliche Einwirkungen treten mit unterschiedlicher Einwirkungsdauer auf und bewirken deshalb kein Kriechen oder ein geringeres Kriechen als ständige Lasten. Zur Berechnung des Kriechanteils von veränderlichen Einwirkungen wird daher mit Hilfe des Faktors ψ_2 jeweils der quasi-ständige Anteil der Einwirkung berücksichtigt, siehe Gl. (3.3) und Gl. (3.5).

Einwirkung		Kombinations- beiwert ψ_0	quasi-ständiger Anteil ψ_2
Nutzlasten	Kategorie A, B: Wohn-, Aufenthalts- und Büroräume	0,7	0,3
	Kategorie C, D: Versamlungs- und Verkaufsräume	0,7	0,6
	Kategorie E: Lagerräume	1,0	0,8
Verkehr	Kategorie F: Fahrzeuglast ≤ 30 kN	0,7	0,6
	Kategorie G: $30 \text{ kN} < \text{Fahrzeuglast} \leq 160 \text{ kN}$	0,7	0,3
	Kategorie H: Dächer	0,0	0,0
Schnee	Orte bis NN + 1000 m	0,5	0,0
	Orte über NN + 1000 m	0,7	0,2
Windlasten		0,6	0,0
Sonstige Einwirkungen		0,8	0,5

Tab. 3-2 Kombinationsbeiwerte ψ_0 und ψ_2 nach DIN 1055-100

3.3 Durchbiegungsnachweise

Der Nachweis soll die Einhaltung von zwei Bedingungen sicherstellen.

- Schäden an nicht tragenden Bauteilen und Einbauten (z.B. Trennwände) müssen während der Nutzung des Gebäudes vermieden werden. Unmittelbar nach Fertigstellung des Tragwerkes resultieren Durchbiegungen nur aus der ständigen Einwirkung. Im Laufe der Nutzung kommen wechselnde elastische Durchbiegungsanteile aus veränderlichen Einwirkungen sowie Kriechanteile aus ständigen und veränderlichen Einwirkungen hinzu. Diese müssen auf ein definiertes Maß begrenzt werden.
- Benutzbarkeit und Erscheinungsbild müssen erhalten werden. Durch Kriechanteile aus der ständigen und aus veränderlichen Einwirkungen mit längerer Einwirkungsdauer erhöht sich die Durchbiegung während eines größeren Zeitraums. Damit das Erscheinungsbild des Tragwerkes nicht leidet und die Benutzbarkeit erhalten bleibt, wird die langfristig zu erwartende Form des Tragwerkes überprüft.
- Die Begrenzung von Durchbiegungen sollte immer im Hinblick auf die vorgesehene Nutzung beurteilt werden und die Anforderungen, gegebenenfalls in Abstimmung mit dem Bauherrn, entsprechend festgelegt werden.

	w_{inst}	w_{fin}	$w_{\text{net,fin}}$
Überhöhte Bauteile und untergeordnete Bauteile, wie Bauteile landwirtschaftlicher Gebäude, Sparren und Pfetten	$\frac{l}{200} \left(\frac{l}{100} \right)$	$\frac{l}{150} \left(\frac{l}{75} \right)$	$\frac{l}{250} \left(\frac{l}{125} \right)$
Alle anderen Bauteile	$\frac{l}{300} \left(\frac{l}{150} \right)$	$\frac{l}{200} \left(\frac{l}{100} \right)$	$\frac{l}{300} \left(\frac{l}{150} \right)$
Die Werte in Klammern gelten für auskragende Biegestäbe Bei verformungsempfindlichen Konstruktionen können geringere Grenzwerte erforderlich werden			

Tab. 3-3 Empfohlene Grenzwerte der Durchbiegungen von Biegestäben

Für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis wird die Einhaltung der Grenzwerte wie folgt überprüft.

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination (ohne Kriechanteile):

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \underbrace{\sum_{i=2}^n (\psi_{0,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}})}_{\text{bei mehreren veränderlichen Einwirkung}} \quad (3.2)$$

l Stützweite

n Anzahl der veränderlichen Einwirkungen

$w_{\text{inst,G}}$ elastische Anfangsverformung aus ständiger Einwirkung

$w_{\text{inst,Q,1}}$ elastische Anfangsverformung aus der führenden veränderlichen Einwirkung

$w_{\text{inst,Q,i}}$ elastische Anfangsverformung aus den begleitenden veränderlichen Einwirkungen $i \geq 2$

$w_{\text{inst},\dots}$ elastische Anfangsverformungen werden berechnet mit E_{mean} , G_{mean} und für Verbindungen mit K_{ser} nach Tab. 4-1, S.31

$\psi_{0,i}$ Kombinationsbeiwert, siehe Tab. 3-2, S.23

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \underbrace{w_{\text{fin,G}} - w_{\text{inst,G}}}_{w_{\text{creep}} \text{ aus ständiger Last}} + \sum_{i=1}^n \underbrace{\left[\psi_{2,i} \cdot (w_{\text{fin,Q,i}} - w_{\text{inst,Q,i}}) \right]}_{w_{\text{creep}} \text{ aus veränderlichen Lasten}} \quad (3.3)$$

Anstelle von Gl. (3.3) kann die einfachere Gl. (3.4) verwendet werden, wenn

- für alle Hölzer und Holzwerkstoffe der Konstruktion der gleiche Wert k_{def} gilt und
- keine Verbindungen bzw. ausschließlich Stahlblech-Holzverbindungen vorhanden sind.

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \underbrace{\left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right)}_{w_{\text{creep}}} \cdot k_{\text{def}} \quad (3.4)$$

$\psi_{2,1}; \psi_{2,i}$ Beiwerte für quasi-ständige Anteile veränderlicher Einwirkungen, siehe Tab. 3-2

$w_{\text{fin,G}}$ Endverformung aus ständiger Einwirkung

$w_{\text{fin,Q,i}}$ Endverformung aus den veränderlichen Einwirkungen

$w_{\text{fin},\dots}$ Endverformungen werden berechnet mit $E_{\text{mean,fin}}$, $G_{\text{mean,fin}}$ nach Gl. (3.1) und für Verbindungen mit $K_{\text{ser,fin}}$ nach Gl. (4.5) bzw. Gl. (4.6)

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination (mit Kriechanteilen):

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{fin,G}} + \sum_{i=1}^n (\psi_{2,i} \cdot w_{\text{fin,Q,i}}) - w_{\text{c}} \quad (3.5)$$

Gl. (3.5) vereinfacht sich, wenn alle Werkstoffe gleiches Kriechverhalten aufweisen und wenn keine Verbindungen bzw. ausschließlich Stahlblech-Holzverbindungen vorhanden sind zu

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}} \quad (3.6)$$

w_{c} gewählte Überhöhung

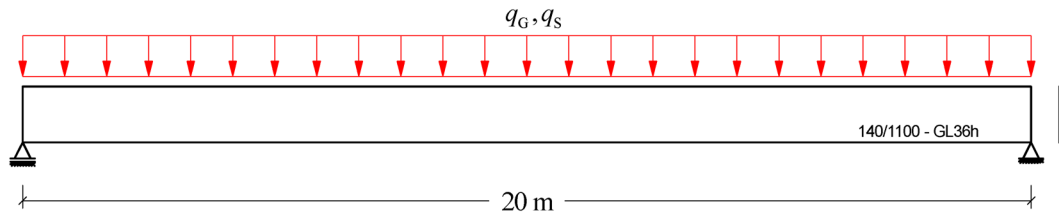
Beispiel 3-1 Gebrauchstauglichkeitsnachweis mit einer veränderlichen Einwirkung

Ein Träger aus BSH GL32h mit Rechteckquerschnitt 140/1100 mm wird durch Eigengewicht und Schnee belastet. Die Nutzungsklasse ist NKL 1 und der Träger wird ohne Überhöhung hergestellt. Die Verformung aus Schub darf vernachlässigt werden. Der Gebrauchstauglichkeitsnachweis für die Durchbiegung in Trägermitte wird geführt.

Charakteristische Werte der Einwirkungen:

$$q_G = 3,0 \text{ kN/m} \quad \text{aus Eigengewicht}$$

$$q_{Q,1} = 4,0 \text{ kN/m} \quad \text{aus Schnee, Standort über NN +1.000 m}$$



Die Durchbiegung aus Schub an Trägern mit Rechteckquerschnitt kann in der Regel vernachlässigt werden. Der Durchbiegungsanteil aus Biegemomenten kann mit Hilfe von Bautabellen wie folgt ermittelt werden.

Anfangsverformungen ständige Einwirkung

$$E_{\text{mean}} = E_{0,\text{mean}} = 13.700 \text{ N/mm}^2; \quad G_{\text{mean}} = 850 \text{ N/mm}^2; \quad I = 1,553 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$w_{\text{inst,G}} = \underbrace{\frac{5}{384} \cdot \frac{q_G \cdot l^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{q_G \cdot l^2}{G_{\text{mean}} \cdot A_v}}_{\text{Anteil aus Schub}}$$

$$w_{\text{inst,G}} = \underbrace{\frac{5}{384} \cdot \frac{3,0 \cdot 20.000^4}{13.700 \cdot 1,553 \cdot 10^{10}}}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{3,0 \cdot 20.000^2}{850 \cdot \frac{140 \cdot 1.100}{1,2}}}_{\text{Anteil aus Schub}} = 29,4 \quad \underbrace{+ 1,4}_{<5\% \rightarrow \text{vernachlässigbar}} \approx 30 \text{ mm}$$

Anfangsverformung veränderliche Einwirkung (Schneelast)

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \frac{q_{Q,1}}{q_G} \cdot w_{\text{inst,G}} = \frac{4,0}{3,0} \cdot 30 = 40 \text{ mm}$$

Endverformungen ständige Einwirkung

$$k_{\text{def}} = 0,6 \rightarrow E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{0,\text{mean}}}{1 + 0,6} = \frac{13.700}{1,6} = 8.562,5 \text{ N/mm}^2$$

$$w_{\text{fin,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_G \cdot l^4}{E_{\text{mean,fin}} \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{3,0 \cdot 20.000^4}{8.562,5 \cdot 1,553 \cdot 10^{10}} = 47,0 \text{ mm}$$

Endverformung veränderliche Einwirkung (Schneelast über NN +1.000 m)

$$w_{\text{fin,Q,1}} = \frac{q_{Q,1}}{q_G} \cdot w_{\text{fin,G}} = \frac{4,0}{3,0} \cdot 47 = 62,7 \text{ mm}$$

Beiwert nach Tab. 3-2 (S.23): $\psi_{2,1} = 0,2$

Nachweis bei einer veränderlichen Einwirkung nach Gleichungen (3.2) bis (3.5):

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 30 + 40 = 70 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst}} = 70 \text{ mm} > \frac{l}{300} = \frac{20.000}{300} = 67 \text{ mm} \rightarrow \text{minimale Überschreitung}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$\begin{aligned} w_{\text{fin}} &= w_{\text{inst}} + (w_{\text{fin,G}} - w_{\text{inst,G}}) + \psi_{2,1} \cdot (w_{\text{fin,Q,1}} - w_{\text{inst,Q,1}}) \\ &= 70 + (47 - 30) + 0,2 \cdot (62,7 - 40) = 91,5 \text{ mm} \end{aligned}$$

vereinfacht nach Gl. (3.4), da alle Tragwerksteile den gleichen Verformungsbeiwert k_{def} aufweisen:

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + (w_{\text{inst,G}} + \psi_{2,1} \cdot w_{\text{inst,Q,1}}) \cdot k_{\text{def}} = 70 + (30 + 0,2 \cdot 40) \cdot 0,6 = 92,8 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin}} = 92,8 \text{ mm} < \frac{20.000}{200} = 100 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (27,4 + 0,2 \cdot 36,5) \cdot (1 + 0,6) = 56 \text{ mm} < \left(\frac{20.000}{300} = 67 \text{ mm} \right)$$

Ende Beispiel 3-1

Beispiel 3-2 Gebrauchstauglichkeitsnachweis mit mehreren veränderlichen Einwirkungen

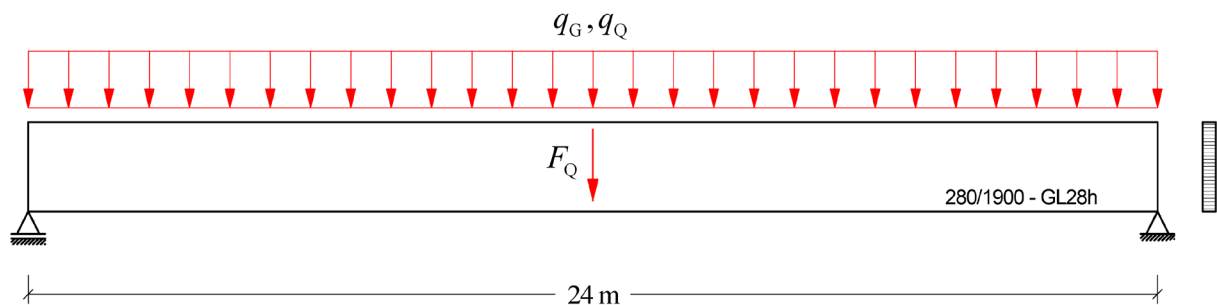
Ein Deckenträger aus BSH GL28h mit Rechteckquerschnitt 280/1900 mm wird von der Oberseite durch eine Gleichstreckenlast aus einer Büronutzung und von der Unterseite durch eine Einzellast aus der Nutzung als Verkaufsraum belastet. Die Nutzungsklasse ist NKL 1. Die Verformung aus Schub darf vernachlässigt werden. Der Träger wird mit einer Überhöhung von 50 mm hergestellt.

Charakteristische Werte der Einwirkungen:

$q_G = 4,0 \text{ kN/m}$ aus Eigengewicht

$q_Q = 8,0 \text{ kN/m}$ aus Büronutzung

$F_Q = 200 \text{ kN}$ aus Nutzung als Verkaufsraum



Querschnittswerte für die Durchbiegungsberechnung

$$I = \frac{280 \cdot 1.900^3}{12} = 1,60 \cdot 10^{11} \text{ mm}^4$$

Anfangsverformung infolge ständiger Einwirkung

$$w_{\text{inst,G}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_G \cdot l^4}{E_{\text{mean}} \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{4,0 \cdot 24.000^4}{12.600 \cdot 1,6 \cdot 10^{11}} = 8,6 \text{ mm}$$

Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung Büronutzung oben

$$w_{\text{inst,Q}} = \frac{8,0}{4,0} \cdot 8,6 = 17,1 \text{ mm}$$

Anfangsverformung aus veränderlicher Einwirkung Nutzung als Verkaufsraum unten

$$w_{\text{inst,Q}} = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E_{\text{mean}} \cdot I} = \frac{200.000 \cdot 24.000^3}{48 \cdot 12.600 \cdot 1,6 \cdot 10^{11}} = 28,6 \text{ mm} \quad (\text{führend})$$

Die führende veränderliche Einwirkung ist also die Einzellast aus der Nutzung als Verkaufsraum unten, da hieraus die größte Durchbiegung entsteht.

Beiwerte nach Tab. 3-1 (S.22) und Tab. 3-2 (S.23):

$$k_{\text{def}} = 0,6, \text{ Nutzung Verkaufsraum: } \psi_{0,1} = 0,7 / \psi_{2,1} = 0,6, \text{ Büronutzung: } \psi_{0,2} = 0,7 / \psi_{2,2} = 0,3$$

Nachweis bei 2 veränderlichen Einwirkungen nach Gleichungen (3.2) bis (3.5):

$$\text{Führend: } w_{\text{inst,Q,1}} = 28,6 \text{ mm} ; \text{ begleitend: } w_{\text{inst,Q,2}} = 17,1 \text{ mm}$$

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} + \psi_{0,2} \cdot w_{\text{inst,Q,2}} = 8,6 + 28,6 + 0,7 \cdot 17,1 = 49,2 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst}} = 49,2 \text{ mm} < \frac{24.000}{200} = 120 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination (vereinfacht, da alle $k_{\text{def}} = 0,6$):

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + (w_{\text{inst,G}} + \psi_{2,1} \cdot w_{\text{inst,Q,1}} + \psi_{2,2} \cdot w_{\text{inst,Q,2}}) \cdot k_{\text{def}}$$

$$w_{\text{fin}} = 49,2 + (8,6 + 0,6 \cdot 28,6 + 0,3 \cdot 17,1) \cdot 0,6 = 67,7 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin}} = 67,7 \text{ mm} < \frac{24.000}{150} = 160 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_{\text{c}}$$

$$w_{\text{net,fin}} = (8,6 + 0,6 \cdot 28,6 + 0,3 \cdot 17,1) \cdot (1 + 0,6) - 50 \approx 0 \text{ mm} < \frac{24.000}{250} = 96 \text{ mm}$$

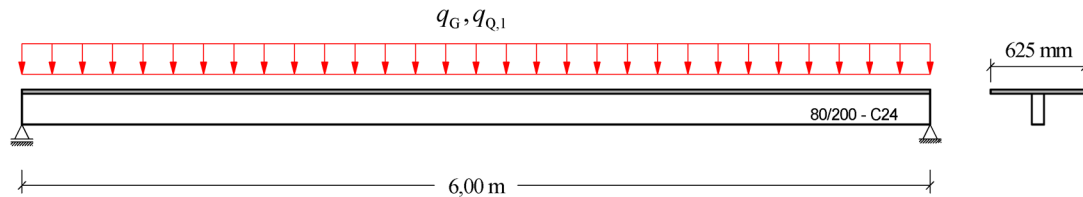
Ende Beispiel 3-2

Beispiel 3-3 Zementgebundene Spanplatte auf einem Deckenbalken

Auf Deckenbalken 80/200-C24 mit einem Achsabstand von 62,5 cm werden zementgebundene Spanplatten $t = 28$ mm in einer Sonderlänge von 6,0 m verlegt und konstruktiv befestigt. Es findet keine Schubübertragung statt. Der Gebrauchstauglichkeitsnachweis soll mit den folgenden charakteristischen Werten der Belastung geführt werden:

$$\begin{aligned} q_G &= 0,18 \text{ kN/m} && \text{aus Eigengewicht} \\ q_{Q,1} &= 0,54 \text{ kN/m} && \text{aus Wohnraumnutzung, Nutzungsklasse 1} \end{aligned}$$

Der E-Modul in der Ebene für die zementgebundene Spanplatte beträgt $E_{\text{mean}} = 4.500 \text{ N/mm}^2$



a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$E_{\text{mean},1} \cdot I_1 = 4.500 \cdot \frac{625 \cdot 28^3}{12} = 5,1 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2 \quad \text{zementgebundene Spanplatte}$$

$$E_{\text{mean},2} \cdot I_2 = 11.000 \cdot \frac{80 \cdot 200^3}{12} = 586,7 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2 \quad \text{Deckenbalken}$$

$$E \cdot I = E_{\text{mean},1} \cdot I_1 + E_{\text{mean},2} \cdot I_2 = (5,1 + 586,7) \cdot 10^9 = 591,8 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$w_{\text{inst},G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_G \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,18 \cdot 6.000^4}{591,8 \cdot 10^9} = 5,13 \approx 5,1 \text{ mm} \rightarrow w_{\text{inst},Q,1} = \frac{0,54}{0,18} \cdot 5,13 = 15,4 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst},G} + w_{\text{inst},Q,1} = 5,1 + 15,4 = 20,5 \approx \frac{6.000}{300} = 20$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination:

$$E_{\text{mean,fin},1} \cdot I_1 = \frac{E_{\text{mean},1}}{1 + k_{\text{def},1}} \cdot I_1 = \frac{5,1 \cdot 10^9}{1 + 2,25} = 1,6 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2 \quad \text{zementgebundene Spanplatte}$$

$$E_{\text{mean,fin},2} \cdot I_2 = \frac{E_{\text{mean},2}}{1 + k_{\text{def},2}} \cdot I_2 = \frac{586,7 \cdot 10^9}{1 + 0,6} = 366,7 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2 \quad \text{Deckenbalken}$$

$$E \cdot I = E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 = (1,6 + 366,7) \cdot 10^9 = 368,3 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$w_{\text{fin},G} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q_G \cdot l^4}{E \cdot I} = \frac{5}{384} \cdot \frac{0,18 \cdot 6.000^4}{368,3 \cdot 10^9} = 8,25 \approx 8,3 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin},Q,1} = \frac{0,54}{0,18} \cdot 8,25 = 24,8 \text{ mm}$$

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + w_{\text{fin},G} - w_{\text{inst},G} + \psi_{2,1} \cdot (w_{\text{fin},Q,1} - w_{\text{inst},Q,1}) = 20,5 + 8,3 - 5,1 + 0,3 \cdot (24,9 - 15,4) = 26,6 \text{ mm} < \frac{l}{200} = 30 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{fin},G} + \sum_{i=1}^n (\psi_{2,i} \cdot w_{\text{fin},Q,i}) - w_c = 8,3 + 0,3 \cdot 24,9 = 16 \text{ mm} < \frac{6.000}{300} = 20 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 3-3

4 Verformungsberechnung von Balken- und Fachwerktragwerken nach PvK

Bedingt durch die elastische Nachgiebigkeit mechanischer Verbindungsmittel sind Anschlüsse als Federn aufzufassen. Neben der elastischen Nachgiebigkeit aus Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln können unelastische Verformungsanteile aus zimmermannsmäßigen Verbindungen (Kontaktstoß, Versatzanschluss, etc.), aus Bolzenspiel und Feuchteänderung zur Gesamtverformung eines Tragwerks beitragen.

Die Berechnung der Verformungen kann nach dem Prinzip der virtuellen Kräfte (PvK) durchgeführt werden:

1. Die Schnittgrößen M (Biegemoment), V (Querkraft) und S (Stabkraft oder Normalkraft) werden im gesamten Tragwerk aus den vorhandenen Belastungen berechnet.
2. An der Stelle, an der die Verformung ermittelt werden soll, wird eine virtuelle Last $\bar{1}$ aufgebracht, die an der zu ermittelnden Verformungsgröße Arbeit leisten kann. Wenn z.B. eine Vertikalverschiebung am Punkt i ermittelt werden soll, dann ist die virtuelle Last eine Einzellast $\bar{1}$ in vertikaler Richtung am Punkt i .
3. Zur Berechnung wird die Arbeitsgleichung aufgestellt. Die äußere Arbeit, die die virtuelle Last $\bar{1}$ an der gesuchten Verformung leistet, ist gleich der inneren Arbeit, die die virtuellen Schnittgrößen an den Verformungen des gesamten Tragwerks leisten.

4.1 Elastische Anfangsverformung w_{inst} und Endverformung w_{fin}

Anfangsverformung:

$$w_{\text{inst}} = \underbrace{\int \frac{M \cdot \bar{M}}{E_{\text{mean}} \cdot I} \cdot ds + \int \frac{V \cdot \bar{V}}{G_{\text{mean}} \cdot A_v} \cdot ds + \int \frac{S \cdot \bar{S}}{E_{\text{mean}} \cdot A} \cdot ds}_{\text{Verformungsanteil aus i Stäben und Balken}} + \underbrace{\sum_k \frac{M_k \cdot \bar{M}_k}{K_r} + \sum_k \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j} + \sum_k \frac{V_k \cdot \bar{V}_k}{K_j}}_{\text{Verformungsanteil aus k Verbindungen}} \quad (4.1)$$

Gl. (4.1) vereinfacht für Fachwerke (Normalkraft konstant, Momente und Querkräfte Null):

$$w_{\text{inst}} = \underbrace{\sum_i \frac{S_i \cdot \bar{S}_i}{E_{0,\text{mean}} \cdot A} \cdot l_i}_{\text{Verformungsanteil aus i Stäben}} + \underbrace{\sum_k \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j}}_{\text{Verformungsanteil aus k Verbindungen}} \quad (4.2)$$

Endverformung:

$$w_{\text{fin}} = \underbrace{\int \frac{M \cdot \bar{M}}{E_{\text{mean,fin}} \cdot I} \cdot ds + \int \frac{V \cdot \bar{V}}{G_{\text{mean,fin}} \cdot A_v} \cdot ds + \int \frac{S \cdot \bar{S}}{E_{\text{mean,fin}} \cdot A} \cdot ds}_{\text{Verformungsanteil aus i Stäben und Balken}} + \underbrace{\sum_k \frac{M_k \cdot \bar{M}_k}{K_{r,\text{fin}}} + \sum_k \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_{j,\text{fin}}} + \sum_k \frac{V_k \cdot \bar{V}_k}{K_{j,\text{fin}}}}_{\text{Verformungsanteil aus k Verbindungen}} \quad (4.3)$$

Gl. (4.3) vereinfacht für Fachwerke (Normalkraft konstant, Momente und Querkräfte Null):

$$w_{\text{fin}} = \underbrace{\sum_i \frac{S_i \cdot \bar{S}_i}{E_{\text{mean,fin}} \cdot A} \cdot l_i}_{\text{Verformungsanteil aus i Stäben}} + \underbrace{\sum_k \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_{j,\text{fin}}}}_{\text{Verformungsanteil aus k Verbindungen}} \quad (4.4)$$

$M, \bar{M}$ Biegemomente

$V, \bar{V}$ Querkräfte

$S, \bar{S}$ Normalkräfte

A Querschnittsfläche

A_v = $A/1,2$ bei Trägern mit Rechteckquerschnitt

$E_{\text{mean,fin}}; G_{\text{mean,fin}}$ Elastizitätsmodul und Schubmodul im Endzustand nach Gl. (3.1)

4.2 Zur Berechnung der Verformungsanteile aus Verbindungen

K_{ser}	Verschiebungsmodul von Verbindungen je Scherfläche nach Tab. 4-1 und Tab. 4-2
$K_{\text{ser,fin}}$	Verschiebungsmodul von Verbindungen abgemindert durch Kriecheinfluss
$k_{\text{def},1}; k_{\text{def},2}$	Beiwert der Kriechverformung der beiden verbundenen Hölzer/Holzwerkstoffe
$M_k, \overline{M}_k$	Momente in Verbindungen
$S_k, \overline{S}_k, V_k, \overline{V}_k$	Normal- und Querkräfte in Verbindungen
$K_j = n \cdot m \cdot K_{\text{ser}}$	Wegfedersteifigkeit
$K_r = m \cdot K_{\text{ser}} \cdot \sum (x_i^2 + y_i^2)$	Drehfedersteifigkeit (Verdrehung im Bogenmaß: $\Delta\varphi = M_E / K_r$)
$K_{j,\text{fin}} = n \cdot m \cdot K_{\text{ser,fin}}$	Wegfedersteifigkeit bei Berechnung der Endverformung
$K_{r,\text{fin}} = m \cdot K_{\text{ser,fin}} \cdot \sum (x_i^2 + y_i^2)$	Drehfedersteifigkeit bei Berechnung der Endverformung
n	Anzahl Verbindungsmittel (VM)
m	Anzahl Scherflächen je VM
x_i, y_i	Abstände VM – Rotationszentrum (Anschlussmittelpunkt)

Holz-Holz-Verbindungen und Holzwerkstoff-Holz-Verbindungen weisen ein stärkeres Kriechverhalten auf als Holz bzw. Holzwerkstoffe. Die Endverformung des Tragwerks muss nach Gl. (3.3) nachgewiesen werden. Der Verformungsanteil aus Verbindungen im Endzustand wird berechnet mit

$$K_{\text{ser,fin}} = \frac{K_{\text{ser}}}{1 + 2 \cdot \sqrt{k_{\text{def},1} \cdot k_{\text{def},2}}} \quad (4.5)$$

Stahlblech-Holzverbindungen weisen das gleiche Kriechverhalten auf wie Holz bzw. Holzwerkstoffe. Der Verformungsanteil aus Stahlblech-Holzverbindungen im Endzustand wird berechnet mit

$$K_{\text{ser,fin}} = \frac{K_{\text{ser}}}{1 + k_{\text{def}}} \quad \text{mit } k_{\text{def}} \text{ des Holzes} \quad (4.6)$$

Falls das Tragwerk ausschließlich Stahlblech-Holzverbindungen enthält und alle Holz- bzw. Holzwerkstoffe den gleichen Kriechbeiwert k_{def} haben, können die Endverformungen des Tragwerks vereinfacht nach Gl. (3.4) nachgewiesen werden.

Verbindungsmittel	$K_{\text{ser}} [\text{N/mm}]$
Stabdübel, Passbolzen, Bolzen und Gewindestangen, Holzschrauben und Nägel in <u>vorgebohrten</u> Löchern	$(\rho_{\text{mean}}^{1,5} \cdot d) / 23$
Nägel in <u>nicht vorgebohrten</u> Löchern	$(\rho_{\text{mean}}^{1,5} \cdot d^{0,8}) / 30$
Klammern	$(\rho_{\text{mean}}^{1,5} \cdot d^{0,8}) / 80$
Ringdübel Typ A und Scheibendübel Typ B sowie Dübeltyp C10 und C11 nach EN 912	$(\rho_{\text{mean}} \cdot d_c) / 2$
Dübeltyp C1 bis C9 nach EN 912	$(1,5 \cdot \rho_{\text{mean}} \cdot d_c) / 4$
ρ_{mean} mittlere Rohdichte der miteinander verbundenen Teile in kg/m^3 $\rho_{\text{mean}} = \sqrt{\rho_{\text{mean},1} \cdot \rho_{\text{mean},2}}$ bei unterschiedlichen Werten der mittleren Rohdichte der beiden miteinander verbundenen Teile (außer bei Verbindungen Stahl-Holz und Beton-Holz). Die Berechnung des Geometrischen Mittelwertes verstärkt den Einfluss der kleineren Rohdichte.	
d = Stiftdurchmesser in mm d_c = Dübeldurchmesser in mm	
bei Stahl-Holz-Verbindungen und bei Beton-Holz-Verbindungen muss K_{ser} mit 2,0 multipliziert werden	

Tab. 4-1 Verschiebungsmoduln K_{ser} für stiftförmige Verbindungsmittel

	SDü, Pb, Bolzen und Gewindestangen, Holzschrauben und <u>vorgebohrte</u> Nägel					<u>nicht vorgebohrte</u> Nägel				
	GL24c	C24 GL24h GL28c	C30 GL28h	GL32c	GL32h	GL24c	C24 GL24h GL28c	C30 GL28h	GL32c	GL32h
ρ_{mean} in kg/m ³	400	420	460	440	490	400	420	460	440	490
d	K_{ser} in N/mm					K_{ser} in N/mm				
2,0	696	748	858	803	943	464	500	573	536	630
2,2	765	823	944	883	1.038	501	539	618	578	679
2,4	835	898	1.029	963	1.132	537	578	662	620	728
2,7	939	1.010	1.158	1.083	1.273	590	635	728	681	800
3,0	1.043	1.123	1.287	1.204	1.415	642	691	792	741	871
3,4	1.183	1.272	1.458	1.364	1.603	710	764	875	819	962
3,8	1.322	1.422	1.630	1.525	1.792	776	835	957	895	1.052
4,2	1.461	1.572	1.802	1.685	1.981	841	904	1.037	970	1.140
4,6	1.600	1.721	1.973	1.846	2.169	904	973	1.115	1.043	1.226
5,0	1.739	1.871	2.145	2.006	2.358	966	1.040	1.192	1.115	1.310
5,5	1.913	2.058	2.359	2.207	2.594	1.043	1.122	1.286	1.203	1.414
6,0	2.087	2.245	2.574	2.408	2.830	1.118	1.203	1.379	1.290	1.516
7,0	2.435	2.620	3.003	2.809	3.301	1.265	1.361	1.560	1.459	1.715
8,0	2.783	2.994	3.432	3.210	3.773	1.407	1.514	1.736	1.624	1.908
10	3.478	3.742	4.290	4.013	4.716	der Verschiebungsmodul einer Verbindung zwischen zwei in dieser Tabelle aufgeführten Hölzern 1 und 2 mit unterschiedlicher Rohdichte kann berechnet werden mit: $K_{\text{ser}} = \sqrt{K_{\text{ser},1} \cdot K_{\text{ser},2}}$ Die Berechnung des Geometrischen Mittelwertes verstärkt den Einfluss des kleineren Verschiebungsmoduls.				
12	4.174	4.491	5.147	4.815	5.659					
16	5.565	5.988	6.863	6.421	7.545					
20	6.957	7.485	8.579	8.026	9.432					
24	8.348	8.982	10.295	9.631	11.318					
30	10.435	11.227	12.869	12.039	14.148					
bei Stahl-Holz-Verbindungen und bei Beton-Holz-Verbindungen muss K_{ser} mit 2,0 multipliziert werden										

Tab. 4-2 Werte K_{ser} für stiftförmige Verbindungsmittel

Beispiel 4-1 Durchbiegungsberechnung eines BSH-Trägers nach PvK

Ein BSH-Träger ist aus Eigengewicht belastet. Gesucht ist die Anfangsverformung in Trägermitte.

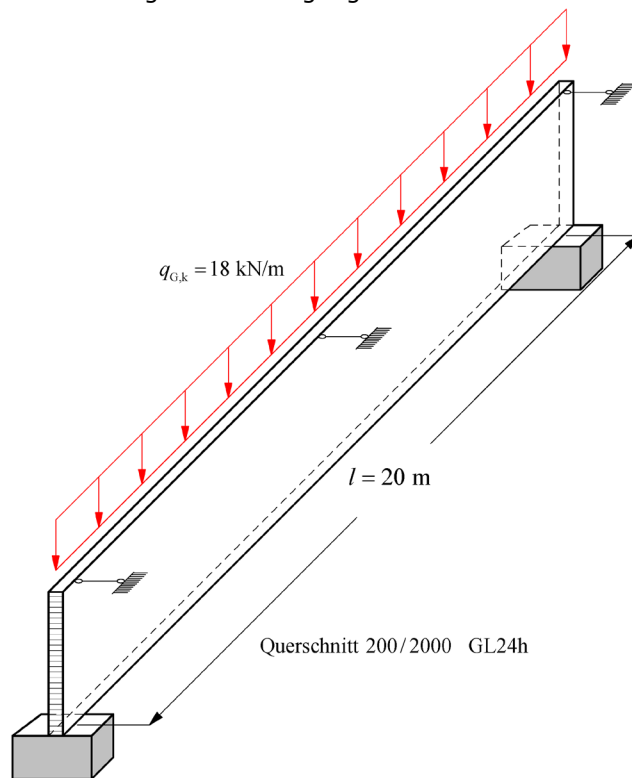


Abb. 4-1 Beispiel 4-1

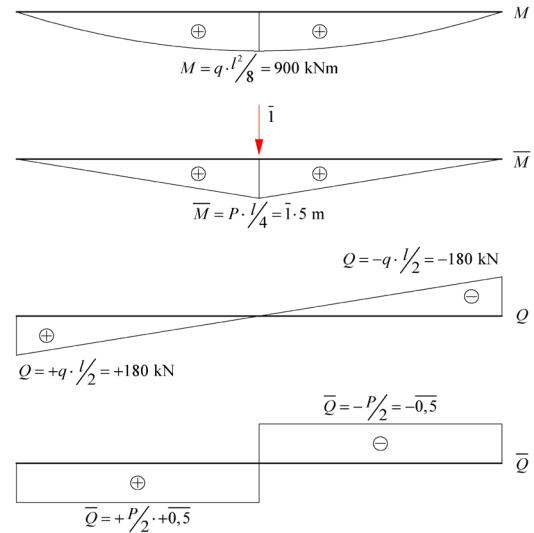


Abb. 4-2 Zustandslinien

Die Verformung in der Trägermitte erhält man durch Auswertung von Gl. (4.1):

$$w_{\text{inst}} = \underbrace{\int \frac{M \cdot \bar{M}}{E_{\text{mean}} \cdot I} \cdot ds + \int \frac{V \cdot \bar{V}}{G_{\text{mean}} \cdot A_v} \cdot ds + \int \frac{S \cdot \bar{S}}{E_{\text{mean}} \cdot A} \cdot ds}_{\text{Verformungsanteil aus Stäben und Balken}} + \underbrace{\sum \frac{M_k \cdot \bar{M}_k}{K_r} + \sum \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j} + \sum \frac{V_k \cdot \bar{V}_k}{K_j}}_{\text{Verformungsanteil aus Verbindungen}}$$

$$w_{\text{inst}} = \frac{M \cdot \bar{M}}{2,4 \cdot E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot l + \frac{V \cdot \bar{V}}{2 \cdot G_{\text{mean}} \cdot A_v} \cdot l$$

Integraltafeln, siehe z.B. Schneider/Wendehorst

$$w_{\text{inst}} = \frac{1}{2,4} \cdot \frac{q \cdot l^2 / 8 \cdot l / 4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot l + \frac{q \cdot l / 2 \cdot 0,5}{2 \cdot G_{\text{mean}} \cdot A_v} \cdot l = \underbrace{\frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E_{0,\text{mean}} \cdot I}}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^2}{G_{\text{mean}} \cdot A_v}}_{\text{Anteil aus Schub}}$$

Zahlenlösung:

$$I = \frac{200 \cdot 2.000^3}{12} = 1,333 \cdot 10^{11} \quad A_v = \frac{A}{1,2} = \frac{200 \cdot 2.000}{1,2} = 3,333 \cdot 10^5$$

$$w_{\text{inst}} = \underbrace{\frac{5}{384} \cdot \frac{18 \cdot 20.000^4}{11.600 \cdot 1,333 \cdot 10^{11}}}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{18 \cdot 20.000^2}{720 \cdot 3,333 \cdot 10^5}}_{\text{Anteil aus Schub}} = \underbrace{24,246}_{\text{Anteil aus Biegung}} + \underbrace{3,750}_{\text{Anteil aus Schub}} \approx 28 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 4-1

Beispiel 4-2 Verformungen an einem Biegebalken mit Reparaturstoß

Der nachstehend dargestellte BSH-Träger aus GL 24h ist durch Eigengewicht und eine veränderliche Einzellast in Balkenmitte belastet. Zur Reparatur wird ein Teil des Trägers links vom Punkt C durch einen gleichen Träger ersetzt, der mit Hilfe eines eingeschlitzten Bleches und SDü angeschlossen wird. Hierbei wird eine Überhöhung $w_c = 10 \text{ mm}$ hergestellt. Der Gebrauchstauglichkeitsnachweis soll für die Balkenmitte bei NKL 1 geführt werden.

Ständige Last: $q_{G,k} = 0,25 \text{ kN/m}$, veränderliche Last: $F_{Q,k} = 1,4 \text{ kN}$ Kategorie E: Lagerräume

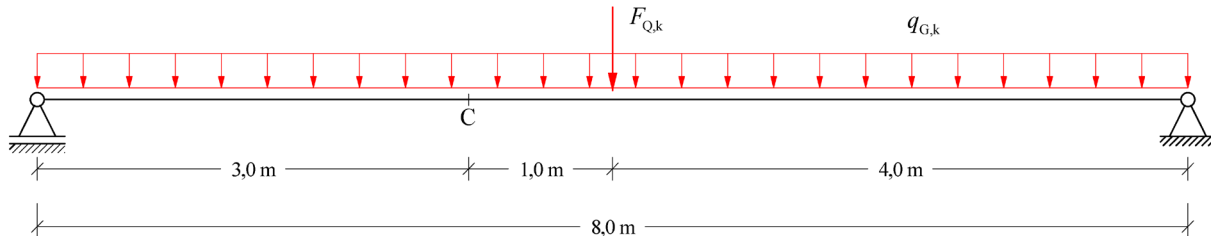


Abb. 4-3 System und Belastung

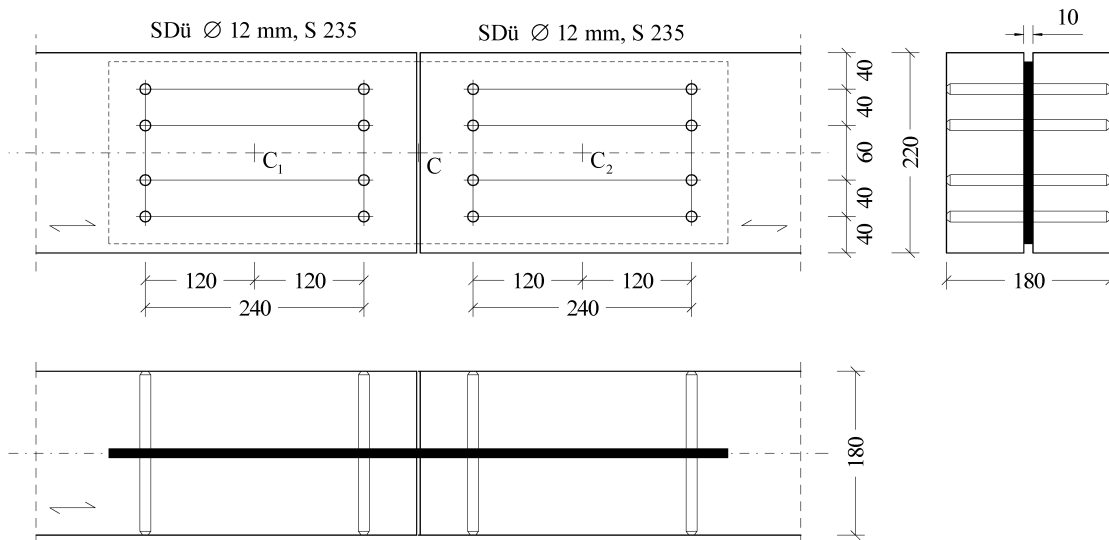


Abb. 4-4 Stoßgeometrie am Punkt C

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass beide Dreh- und Wegfedern der Stahlblech-Holzverbindung am Punkt C liegen. Am Punkt C müssen deshalb jeweils Verformungsanteile aus zwei Federn berücksichtigt werden.

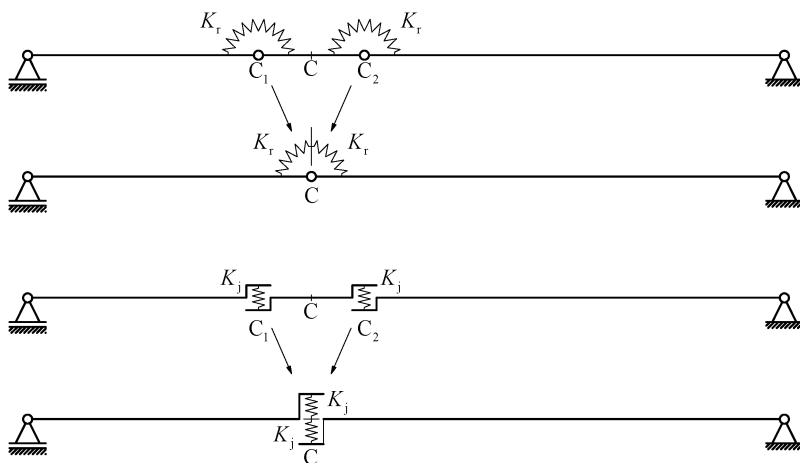


Abb. 4-5 Statisches System mit zwei Dreh- und Wegfedern

Zustandslinien für die gegebenen Belastungen und für die virtuelle Last $\bar{1}$:

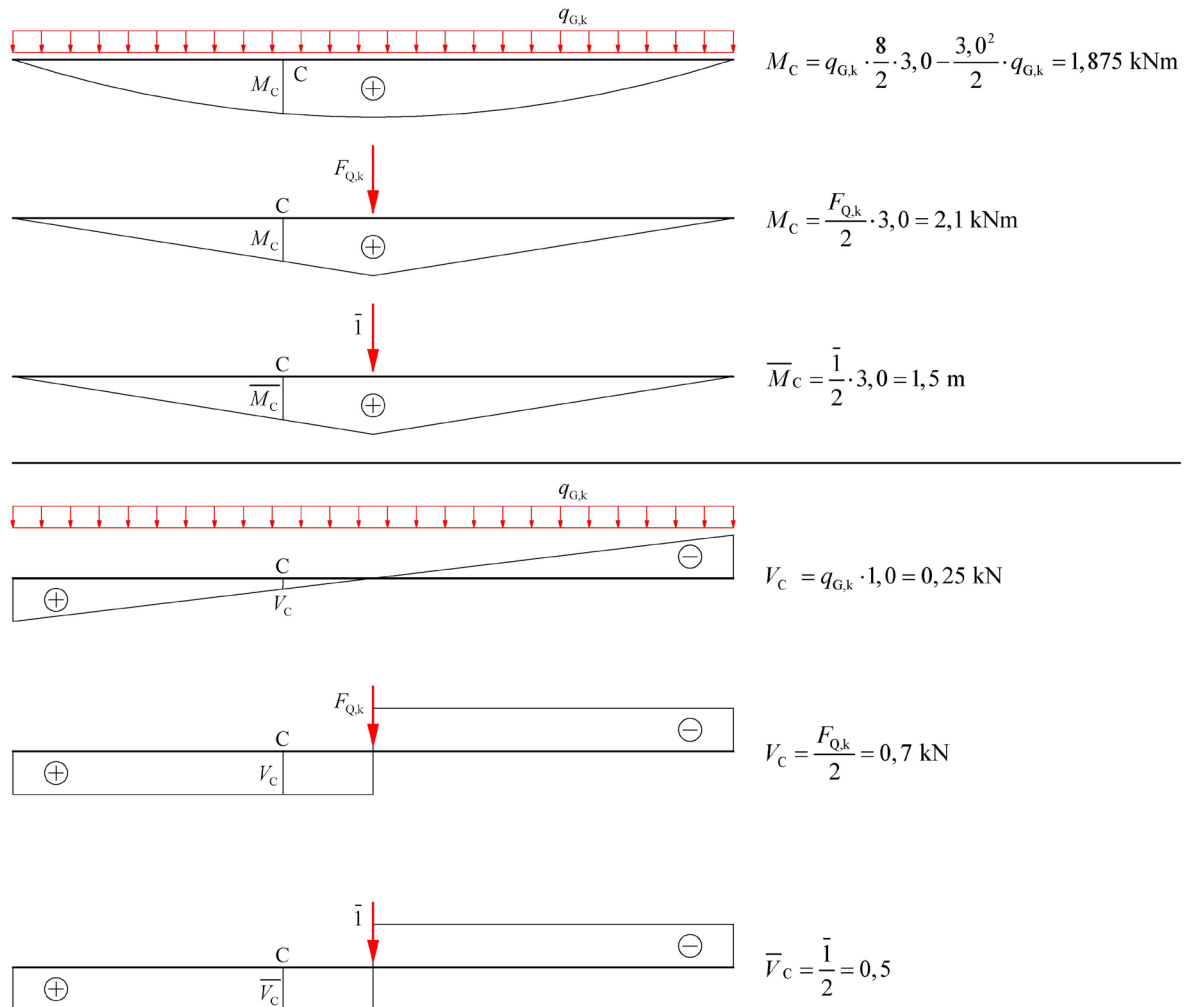


Abb. 4-6 Zustandslinien M und $\bar{M}$ / V und $\bar{V}$

$$I = \frac{180 \cdot 220^3}{12} = 0,160 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

$$E_{\text{mean}} = 11.600 \text{ N/mm}^2; k_{\text{def}} = 0,6 \rightarrow E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{\text{mean}}}{1 + k_{\text{def}}} = \frac{11.600}{1 + 0,6} = 7.250 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{\text{ser}} = 2 \cdot \frac{\rho_{\text{mean}}^{1,5}}{23} \cdot d = 2 \cdot \frac{460^{1,5}}{23} \cdot 12 = 10.295 \text{ N/mm} \quad (\text{Verbindung Stahl-Holz: } K_{\text{ser}} \text{ mit 2 multipliziert})$$

$$K_j = n \cdot m \cdot K_{\text{ser}} = \underbrace{8}_{8 \text{ SDü}} \cdot \underbrace{2}_{2 \text{ Scherflächen je SDü}} \cdot 10.295 = 164.720 \text{ N/mm}$$

$$K_r = m \cdot K_{\text{ser}} \cdot \sum (x_i^2 + y_i^2) = \underbrace{2}_{2 \text{ Scherflächen je SDü}} \cdot 10.295 \cdot \left(\underbrace{8 \cdot 120^2 + 4 \cdot 30^2 + 4 \cdot 70^2}_{=138.400} \right) = 2,85 \cdot 10^9 \text{ Nmm}$$

$$k_{\text{def}} = 0,6 \rightarrow K_{\text{ser,fin}} = \frac{10.295}{1 + 0,6} = 6.434 \text{ N/mm}$$

$$k_{\text{def}} = 0,6 \rightarrow K_{j,\text{fin}} = \frac{164.720}{1 + 0,6} = 102.950 \text{ N/mm} \quad K_{r,\text{fin}} = \frac{2,85 \cdot 10^9}{1 + 0,6} = 1,78 \cdot 10^9 \text{ Nmm}$$

$$\psi_{2,1} = 0,8$$

a) Anfangsdurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination

$$w_{\text{inst,G}} = \underbrace{\frac{5}{384} \cdot \frac{q_{G,k} \cdot l^4}{E_{\text{mean}} \cdot I}}_{\text{Verformungsanteil aus Stäben und Balken aus Tabellenwerk}} + \underbrace{\sum \frac{M_k \cdot \overline{M}_k}{K_r} + \sum \frac{V_k \cdot \overline{V}_k}{K_j}}_{\text{Verformungsanteil aus Verbindungen mit PvK}}$$

$$= \frac{5}{384} \cdot \frac{0,25 \cdot 8.000^4}{11.600 \cdot 0,160 \cdot 10^9} + \underbrace{2}_{\text{2 Drehfedern}} \cdot \frac{1,875 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{2,85 \cdot 10^9} + \underbrace{2}_{\text{2 Wegfedern}} \cdot \frac{0,25 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{164.720}$$

$$= 7,18 + 1,97 + 0,00 = 9,2 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst,Q,1}} = \underbrace{\int \frac{M \cdot \overline{M}}{E_{\text{mean}} \cdot I} \cdot ds}_{\text{Verformungsanteil aus Stäben und Balken mit PvK}} + \underbrace{\sum \frac{M_k \cdot \overline{M}_k}{K_r} + \sum \frac{V_k \cdot \overline{V}_k}{K_j}}_{\text{Verformungsanteil aus Verbindungen mit PvK}}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{2,8 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^3}{11.600 \cdot 0,160 \cdot 10^9} \cdot 8.000 + \underbrace{2}_{\text{2 Drehfedern}} \cdot \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1,5 \cdot 10^3}{2,85 \cdot 10^9} + \underbrace{2}_{\text{2 Wegfedern}} \cdot \frac{0,7 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{164.720}$$

$$= 8,05 + 2,21 + 0,0 = 10,3 \text{ mm}$$

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,1}} = 9,2 + 10,3 = 19,5 \text{ mm} < \frac{8.000}{200} = 40 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$= 19,5 + (9,2 + 0,8 \cdot 10,3) \cdot 0,6 = 30,0 \text{ mm} < \frac{8.000}{150} = 53,3 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination:

$$w_{\text{net,fin}} = \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot (1 + k_{\text{def}}) - w_c = (9,2 + 0,8 \cdot 10,3) \cdot (1 + 0,6) - 10 = 17,9 \text{ mm} < \frac{8.000}{250} = 32 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 4-2

Beispiel 4-3 Verformungen an einem Kragträger mit Bolzenverbindungen

In einem landwirtschaftlichen Gebäude wird ein Träger auf zwei Stützen montiert, der nach rechts auskragt. Die zugbelastete Verbindung zwischen der linken Stütze A und dem Träger sowie mit dem Untergrund wird über außen liegende Bleche und je 2 Bolzen M16 hergestellt. Die Übertragung der Druckkraft der rechten Stütze B erfolgt am oberen und unteren Ende über einfache Druckanschlüsse. Die erforderlichen zusätzlichen Lagesicherungen sind nicht dargestellt. Die Nutzungsklasse ist NKL 1.

Da es sich um ein landwirtschaftlich genutztes Gebäude handelt, soll ausnahmsweise das Zweifache der üblichen Durchbiegungen akzeptiert werden. Das Tragwerk wird mit einer Überhöhung an der Kragarmspitze gebaut: $w_c = 20 \text{ mm}$.

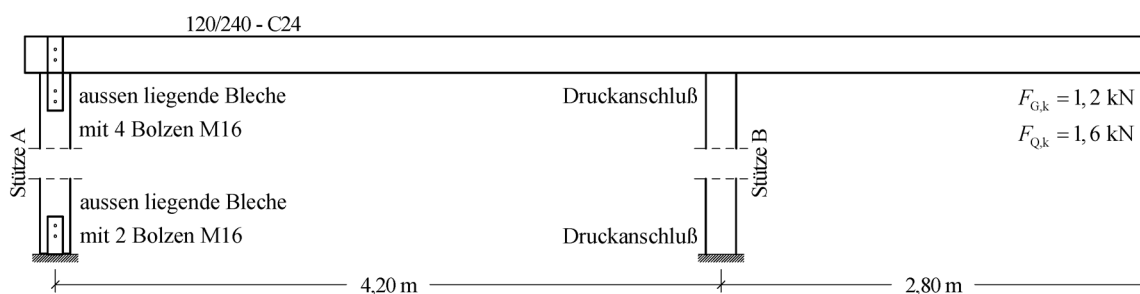


Abb. 4-7 System und Belastung

Die veränderliche Last $F_{Q,k}$ ist Schneelast unterhalb NN +1.000 m. Die Längsverformung der Stützen darf vernachlässigt werden.

In Abb. 4-8 ist das statische System gezeigt, in dem die Nachgiebigkeit der Verbindungen berücksichtigt ist. In den Anschlüssen der linken Stütze A entstehen elastische Verformungen aus der Nachgiebigkeit der Bolzenverbindung.

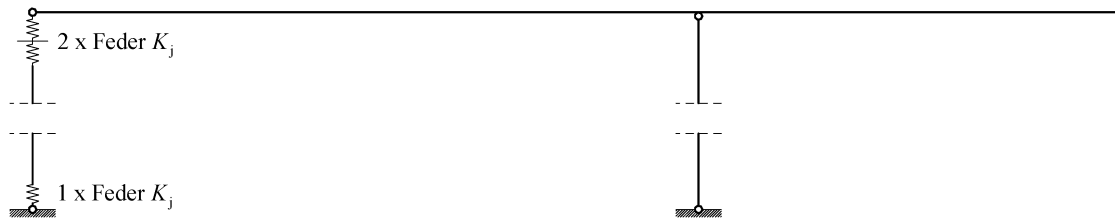


Abb. 4-8 Statisches System mit Abbildung der nachgiebigen Anschlüsse

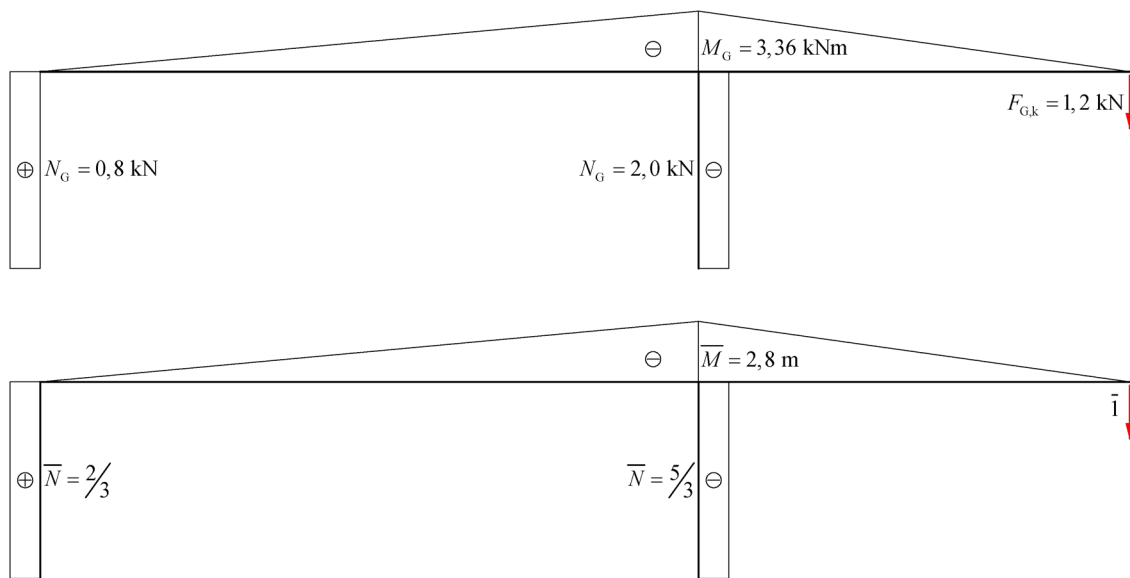


Abb. 4-9 Zustandslinien für $F_{G,k}$ und die virtuelle Belastung $\bar{1}$

$$I = 138,24 \cdot 10^6 \quad k_{\text{def}} = 0,6 \quad \psi_2 = 0,8$$

Steifigkeiten und Verformungsanteile im Anfangszustand

$$E_{\text{mean}} = 11\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{\text{ser}} = 2 \cdot 5.988 = 11.976 \text{ N/mm} \quad (\text{Verbindung Stahl-Holz: } K_{\text{ser}} \text{ mit 2 multipliziert})$$

$$K_j = \underbrace{n \cdot m}_{\substack{\text{Scherflächen} \\ \text{je Anschluss}}} \cdot K_{\text{ser}} = 4 \cdot 11.976 = 47.904 \text{ N/mm}$$

Anfangsverformung aus ständiger Last

$$w_{\text{inst,G}} = \int \frac{M \cdot \bar{M}}{E_{0,\text{mean}} \cdot I} \cdot ds + \sum \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_j} = \frac{3,36 \cdot 10^6 \cdot 2,8 \cdot 10^3}{3 \cdot 11\,000 \cdot 138,24 \cdot 10^6} \cdot (4,2 + 2,8) \cdot 10^3 + 3 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{2}{3}}{47.904}$$

$$w_{\text{inst,G}} = 14,43 + 0,03 = 14,46 \approx 14,5 \text{ mm}$$

Anfangsverformung aus veränderlicher Last

$$w_{\text{inst,Q,l}} = \frac{1,6}{1,2} \cdot 14,46 \text{ mm} = 19,3 \text{ mm}$$

Steifigkeiten und Verformungsanteile im Endzustand

$$E_{\text{mean,fin}} = \frac{E_{\text{mean}}}{1 + k_{\text{def}}} = \frac{11 \cdot 10^3}{1 + 0,6} = 6,875 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$K_{\text{ser,fin}} = \frac{K_{\text{ser}}}{1 + k_{\text{def}}} = \frac{11,976}{1 + 0,6} = 7,485 \text{ N/mm (Verbindung Stahl-Holz)}$$

$$K_{\text{j,fin}} = \underbrace{n \cdot m}_{\substack{\text{Scherflächen} \\ \text{je Anschluss}}} \cdot K_{\text{ser,fin}} = 4 \cdot 7,485 = 29,940 \text{ N/mm}$$

Endverformung aus ständiger Last

$$w_{\text{fin,G}} = \int \frac{M \cdot \bar{M}}{E_{0,\text{mean,fin}} \cdot I} \cdot ds + \sum \frac{S_k \cdot \bar{S}_k}{K_{\text{j,fin}}} = \frac{3,36 \cdot 10^6 \cdot 2,8 \cdot 10^3}{3 \cdot 6,875 \cdot 138,24 \cdot 10^6} \cdot (4,2 + 2,8) \cdot 10^3 + 3 \cdot \frac{0,8 \cdot 10^3 \cdot \frac{2}{3}}{29,940}$$

$$w_{\text{fin,G}} = 23,10 + 0,05 = 23,15 \approx 23,2 \text{ mm}$$

Endverformung aus veränderlicher Last

$$w_{\text{fin,Q,l}} = \frac{1,6}{1,2} \cdot 23,15 \text{ mm} = 30,9 \text{ mm}$$

a) Anfangsdurchbiegung aus der char. Lastkombination: $w_{\text{inst}} \leq 2 \cdot \frac{l}{100}$ (Kragträger)

$$w_{\text{inst}} = w_{\text{inst,G}} + w_{\text{inst,Q,l}} = 14,5 + 19,3 = 33,8 \text{ mm} < 2 \cdot \frac{2,800}{100} = 56 \text{ mm}$$

b) Enddurchbiegung aus der charakteristischen Lastkombination: $w_{\text{fin}} \leq 2 \cdot \frac{l}{75}$ (Kragträger)

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \underbrace{w_{\text{fin,G}} - w_{\text{inst,G}}}_{\text{Kriechanteil ständige Last}} + \underbrace{\sum_{i=1}^n \left[\psi_{2,i} \cdot (w_{\text{fin,Q,i}} - w_{\text{inst,Q,i}}) \right]}_{\text{Kriechanteile veränderliche Lasten}}$$

$$= 33,8 + 23,2 - 14,5 + 0,8 \cdot (30,9 - 19,3) = 51,8 \text{ mm}$$

zum Vergleich vereinfacht, da alle Tragwerksteile den gleichen Verformungsbeiwert k_{def} aufweisen:

$$w_{\text{fin}} = w_{\text{inst}} + \left(w_{\text{inst,G}} + \sum_{i=1}^n \psi_{2,i} \cdot w_{\text{inst,Q,i}} \right) \cdot k_{\text{def}}$$

$$= 33,8 + (14,5 + 0,8 \cdot 19,3) \cdot 0,6 = 51,8 \text{ mm} < 2 \cdot \frac{l}{75} = 74,7 \text{ mm}$$

c) Enddurchbiegung aus der quasi-ständigen Lastkombination: $w_{\text{net,fin}} \leq 2 \cdot \frac{l}{125}$ (Kragträger)

$$w_{\text{net,fin}} = w_{\text{fin,G}} + \sum_{i=1}^n (\psi_{2,i} \cdot w_{\text{fin,Q,i}}) - w_{\text{c}} = 23,2 + 0,8 \cdot 30,9 = 48 - 20 = 28 \text{ mm} < 2 \cdot \frac{2,800}{125} = 45 \text{ mm}$$

Ende Beispiel 4-3

Literaturverzeichnis

Zitierte Normen

- [DIN 1] DIN EN 1995-1-1:2010-12
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004 + AC:2006 + A1:2008
- [DIN 2] DIN EN 1995-1-1/NA: 2013-08 Nationaler Anhang – National festgelegte Parameter
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
- [DIN 3] DIN EN 1995-1-1/A2:2014-07
Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
Deutsche Fassung EN 1995-1-1:2004/A2:2014
- [DIN 4] DIN EN 338:2016-07 Bauholz für tragende Zwecke – Festigkeitsklassen
- [DIN 5] DIN EN 14080:2013-09 Holzbauwerke – Brettschichtholz und Balkenschichtholz - Anforderungen
- [DIN 6] DIN EN 14592:2008 Holzbauwerke - Stiftförmige Verbindungsmittel - Anforderungen

Weiterführende Literatur

- [1] Blaß, Hans J.; Ehlbeck, Jürgen; Kreuzinger, Heinrich; Steck, Günter: *Erläuterungen zu DIN 1052:2004-08. Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken*. Bruderverlag Albert Bruder GmbH & Co. KG, Karlsruhe 2005
- [2] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 1 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bemessung und Baustoffe. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [3] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 2 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Bauteile Konstruktionen Details. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995
- [4] Blaß, Hans J.; Görlacher, Rainer; Steck, Günter (Hrsg) :STEP 3 – Holzbauwerke nach Eurocode 5 – Grundlagen Entwicklungen Ergänzungen. Fachverlag Holz, Düsseldorf 1995

Stichwortverzeichnis

Anfangsverformung	24	Anschlüsse.....	30
Biegesteife Anschlüsse.....	5, 17	Verschiebungsmoduln stiftförmige VM	31
erhöhte Querkraft	18	Versatz-Druckfestigkeit	6
VM-Kräfte aus Moment	17	Versätze	
VM-Kräfte aus Normal- und Querkraft.....	18	doppelter Versatz	11
Winkel der Resultierenden	18	Druckfestigkeit	6
Durchbiegungsnachweise	23	einfacher Versatz.....	7
Festigkeitswerte		Einschnittiefe	5
schräg zur Faser	6	einseitig	5
Gebrauchstauglichkeit	21	Fersenversatz	7
Anfangsverformung	24	Grundregeln.....	5
Durchbiegungsnachweise	23	Stirn-/Brustversatz	7
Kombinationsbeiwerte	23	Vorholzlänge	5
Kriechen	21	zweiseitig	5
Gebrauchstauglichkeitsnachweis	24	Verschiebungsmoduln	31
Kombinationsbeiwerte	23	Zapfenverbindungen	
Verformungsberechnung		Grundregeln.....	14
		Tragfähigkeit.....	14